

Geometrie in de Babylonische sterrenkunde

Mathieu Ossendrijver

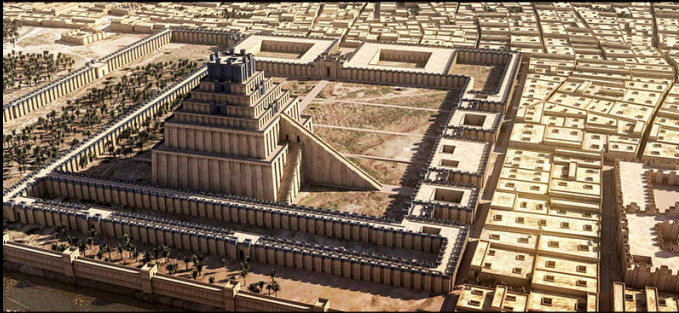
Humboldt-Universität Berlin

NWD Noordwijkerhout – 4 februari 2017



- 1 inleiding: Babylonië, dierenriem, beweging van Jupiter, sexagesimale getallen
- 2 *numeriek* schema met lineair afnemende "snelheid" van Jupiter
- 3 *geometrische* berekeningen aan bijbehorende figuur
- 4 wat is hieraan wetenschapshistorisch zo interessant?

1.1 Babylonïë

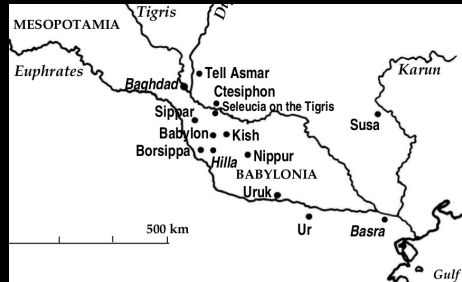


Babylon

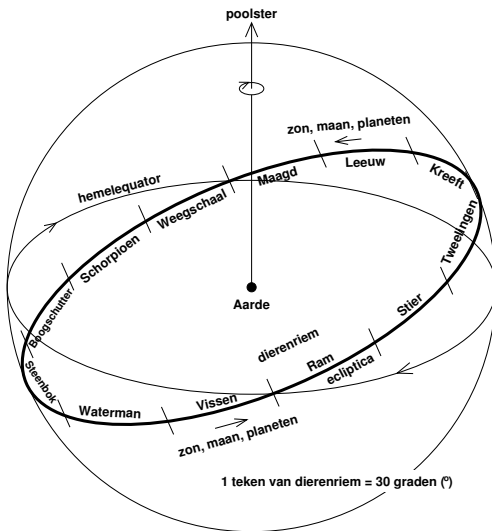
Esagila en Etemenanki (ziqkurat) [6e eeuw vC]

tempelcomplex van Marduk (Bēl)

centrum van Babylonische wetenschap



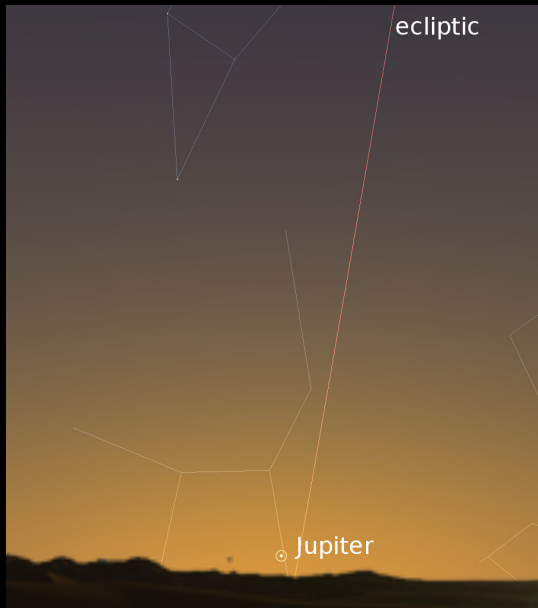
1.2 dierenriem en ecliptica



rond 400 vC:

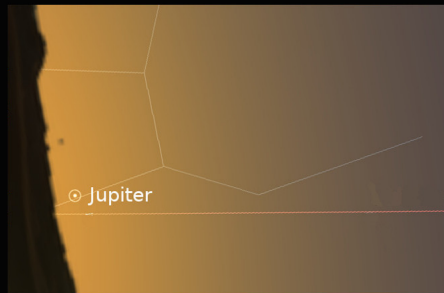
- dierenriem en ecliptica ingevoerd
- ontstaan van "mathematische astronomie"
= ± 450 tabletten met berekeningen
uit Babylon en Uruk, 400–50 vC

1.3 schijnbare beweging van Jupiter

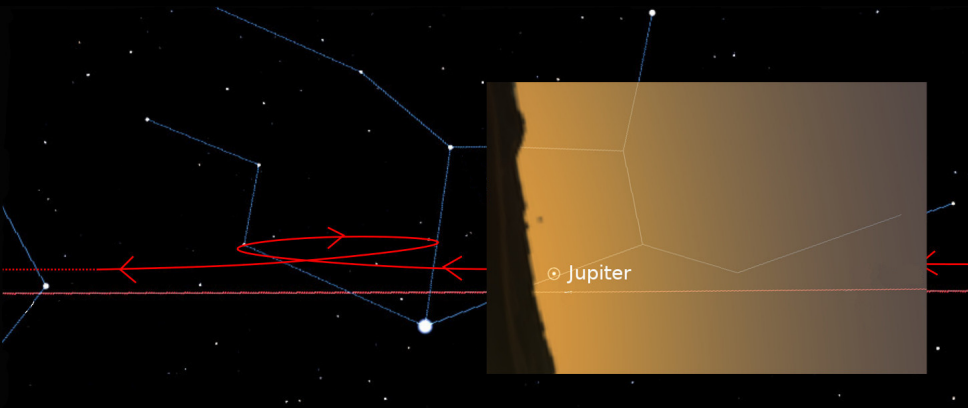


"1e zichtbaarheid" (net voor zonsopkomst, in het oosten)

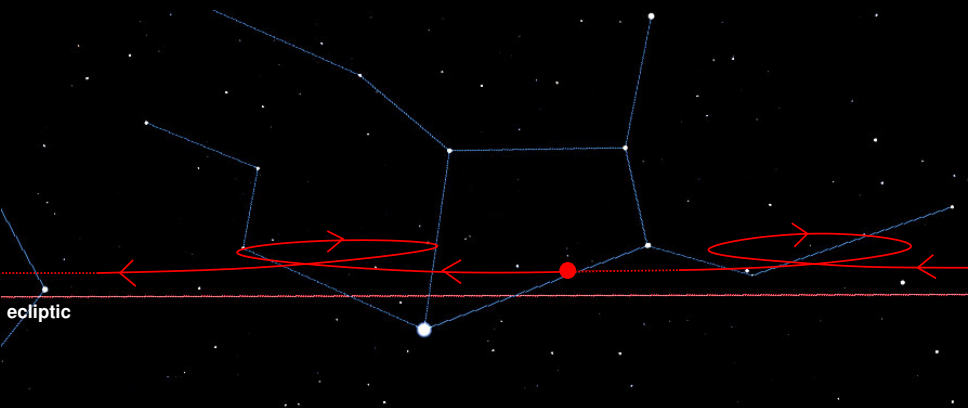
1.3 schijnbare beweging van Jupiter



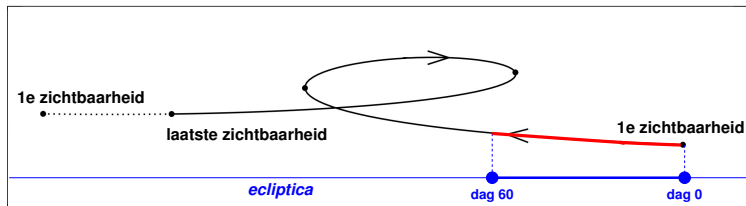
1.3 schijnbare beweging van Jupiter



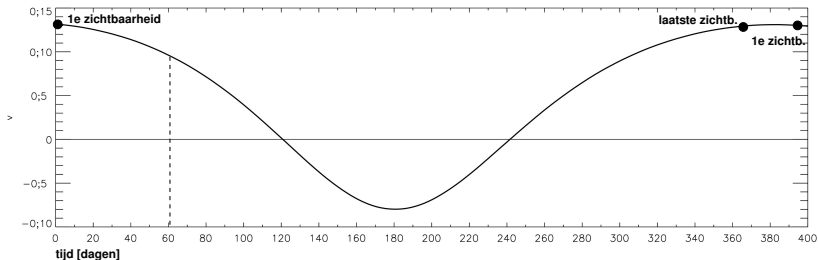
1.3 schijnbare beweging van Jupiter



1.3 schijnbare beweging van Jupiter



van 1e zichtbaarheid tot 1e zichtbaarheid



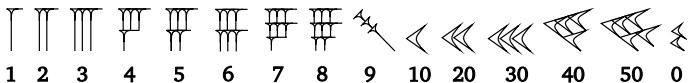
v = dagelijkse verplaatsing [graden] langs ecliptica ("snelheid")

1.4 sexagesimale getallen: basisgetal = 60

voorbeeld 1: $10;45 = 10 \cdot 60^0 + 45 \cdot 60^{-1}$ (als in: "10 graden 45 boogmin")

spijkerschriftnotatie is *relatief*: geen separator, 0 aan begin of einde van getal niet geschreven!

voorbeeld 2: 60 (decimaal) = 1,0 (sexagesimaal), maar geschreven: 1 (relatieve notatie)



nogmaals voorbeeld 1:  = 10.45 (relatieve notatie)

mogelijke absolute interpretatie: 10;45 of 0;10,45 (= $60 \times$ kleiner), *etcetera*

omrekening: $0;10,45 = 0 + 10/60 + 45/60^2 = 0.17916666...$ (decimaal)

rekenvoorbeelden:

optelling: $0;12 + 0;9,30 = 0;21,30$

deling: $0;21,30 / 2 = 0;10,45$

vermenigvuldiging: $0;10,45 \times 1,0 = 10;45$

2 numeriek schema voor lineair afnemende "snelheid" van Jupiter

Tekst A (en 4 beschadigde hier niet getoonde duplicaten):

De Witte Ster (=Jupiter): op de dag van zijn (1e) zichtbaarheid is zijn verplaatsing 0;12, na 1,0 (=60) dagen 0;9,30.

Je telt 0;12 en 0;9,30 op, het is 0;21,30.

Je vermenigvuldigt het met 0;30 (=1/2), het is 0;10,45.

Je vermenigvuldigt het met 1,0 (=60) dagen, het is 10;45.



Text A (BM 40054)



proceduretekst

uit Babylon, 350–50 vC

permissie Trustees of the British Museum

2 numeriek schema voor lineair afnemende "snelheid" van Jupiter

Tekst A (en 4 beschadigde hier niet getoonde duplicaten):

De Witte Ster (=Jupiter): op de dag van zijn (1e) zichtbaarheid is zijn verplaatsing 0;12, na 1,0 (=60) dagen 0;9,30.

Je telt 0;12 en 0;9,30 op, het is 0;21,30.

Je vermenigvuldigt het met 0;30 (=1/2), het is 0;10,45.

Je vermenigvuldigt het met 1,0 (=60) dagen, het is 10;45.

samenvattend:

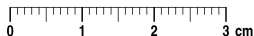
$(0;12 + 0;9,30)/2 = 0;10,45 =$ gemiddelde snelheid

$0;10,45 \times 1,0 = 10;45 =$ afgelegde weg na 60 dagen

in formule: afgelegde weg na T dagen $= T \cdot (v_1 + v_T)/2$



Text A (BM 40054)



proceduretekst

uit Babylon, 350–50 vC

permissie Trustees of the British Museum

2 numeriek schema voor lineair afnemende "snelheid" van Jupiter

Tekst A (en 4 beschadigde hier niet getoonde duplicaten):

De Witte Ster (=Jupiter): op de dag van zijn (1e) zichtbaarheid is zijn verplaatsing 0;12, na 1,0 (=60) dagen 0;9,30.

Je telt 0;12 en 0;9,30 op, het is 0;21,30.

Je vermenigvuldigt het met 0;30 (=1/2), het is 0;10,45.

Je vermenigvuldigt het met 1,0 (=60) dagen, het is 10;45.

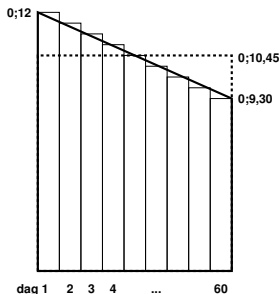
samenvattend:

$(0;12 + 0;9,30)/2 = 0;10,45 =$ gemiddelde snelheid

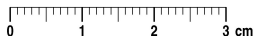
$0;10,45 \times 1,0 = 10;45 =$ afgelegde weg na 60 dagen

in formule: afgelegde weg na T dagen $= T \cdot (v_1 + v_T)/2$

als moderne grafiek:



Text A (BM 40054)



proceduretekst

uit Babylon, 350–50 vC

permissie Trustees of the British Museum

3.1 berekening van oppervlakte van bijbehorende figuur

Tekst B



BM 34757

Tekst D



BM 35915

Tekst C



BM 34081+34622+34846+42816+45851+46135

Tekst E



BM 82824+99697+99742

4 procedureteksten

uit Babylon, ca. 350–50 vC

permissie Trustees of the British Museum

3.1 berekening van oppervlakte van bijbehorende figuur

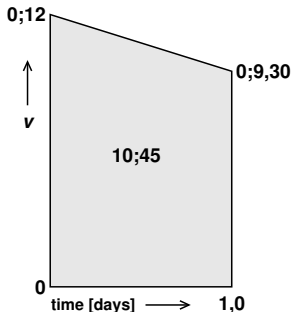


Tekst B, deel 1:

[...] ... van de Witte Ster ...: [0;12] is de grote zijde, 0;9,30 de kleine zijde, wat is zijn ...?

Je telt 10;45 op bij de positie van de (1e) zichtbaarheid en in zestig [dagen ...]

... De procedure ervoor: de zijden van de trapezoïde tel je op, je berekent de helft ervan en je [vermenigvuldigt het met zestig (dagen)], het is 10;45, de oppervlakte. Je telt 10;45 op bij de positie [van de (1e) zichtbaarheid ...]



interpretatie:

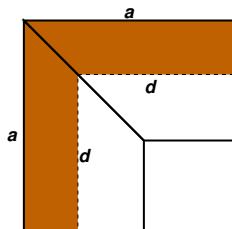
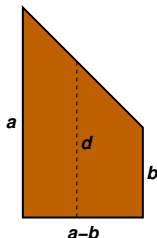
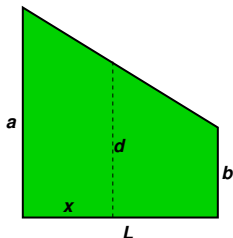
10;45 = afstand ($^{\circ}$) afgelegd door Jupiter na 60 dagen (als in Tekst A), berekend als oppervlakte van trapezoïde verkregen door uitzetten van "snelheid" (v) tegen tijd (dagen).

3.2 halvering van deze figuur

intermezzo: hoe halveert een Babyloniër een trapezoïde?

A bereken lengte van segment d

B bereken daaruit breedtes van partiële trapezoïdes



A1 schaal breedte naar $a - b$

A2 totale oppervlakte (bruin) $A = (a + b)(a - b)/2 = (a^2 - b^2)/2$

A3 vul aan tot vierkant, dan geldt ook $A = a^2 - d^2$

$$\Rightarrow d = \sqrt{(a^2 + b^2)/2}$$

B breedte van linker helft $x = \frac{a - d}{a - b} \cdot L$

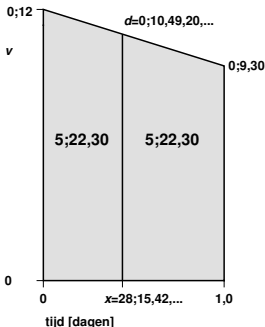
3.2 halvering van deze figuur



Tekst D, deel 2: (regels 3–9)

[...] Hoe lang passeert hij naar de "kruising"? [Die 10;45], zie je wanneer hij gehalveerd is?

[... Je vermenigvuldigt 0;9,30], de "geknepen" zijde, met [0;9,30, het is 0;1,30,15.] Je vermenigvuldigt [0;12, de lange zijde, met 0;12, het is 0;2,24.] Hoe lang spendeert hij [...]? [Je telt] 0;1,30,15 op bij [0;2,24, het is 0;1,57,7,30. ...] ... meer dan ... [...] ... naar de kruising [...]



interpretatie:

"kruising" = waar Jupiter halve afstand = $A/2 = 5;22,30^\circ$ heeft afgelegd

d = snelheid van Jupiter op dat moment

x = tijd waarop Jupiter halve afstand bereikt

$$\text{exacte oplossing: } d = \sqrt{(v_1^2 + v_{60}^2)/2} \text{ en } x = \frac{v_1 - d}{v_1 - v_{60}} \cdot 60$$

substitueer $v_1=0;12$ en $v_{60}=0;9,30 \Rightarrow$

$$d = ((0;2,24+0;1,30,15)/2)^{1/2} = (0;1,57,7,30)^{1/2} = 0;10,49,20,...$$

$$x = 28;15,42, ... \text{ dagen}$$

4 wat is daaraan zo interessant?

Babylonische sterrenkundigen gebruikten zogenaamd alleen arithmetische, geen geometrische methodes

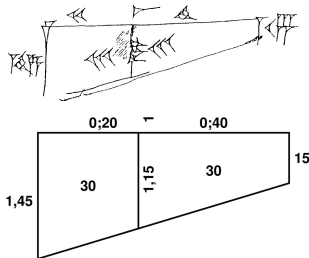
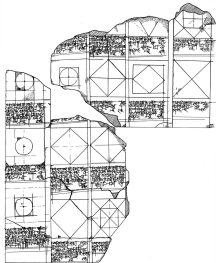


year	difference	date, time	difference	position in zodiac
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				

	year	diff. ϵ	date, time	diff. σ	position	
1	12,19	23,39,40	XI 19,28,45	12,35,20	19,18,25	[opposition]
	12,20 XII	23,43,40	XII 12,49,8,45	12,23,20	1,41,45	Vir [opposition]
	2,21	23,31,40	XII 6,20,48,45	12,11,20	13,53,5	[opposition]
	2,22 XII	23,19,40	XII 29,40,28,45	11,59,20	25,52,25	[opposition]
5	2,23	23,7,40	XII 22,48,8,45	11,47,20	7,39,45	Lib [opposition]
	2,25 XII	22,55,40	I 15,43,48,45	11,35,20	19,15,5	[opposition]
	2,26	22,43,40	I 8,27,28,45	11,23,20	30,58,25	[opposition]
	2,27	22,51,6,15	II 1,18,35	11,16,45	11,55,10	Sco [opposition]
	2,28 XII	23,3,6,15	II 24,21,41,15	11,28,45	23,2,3,55	[opposition]
10	2,29	23,15,6,15	II 17,36,47,30	11,40,45	5,44,40	Sgr [opposition]
	2,30	23,27,6,15	III 11,3,53,45	11,52,45	16,57,25	[opposition]
	2,31 VI	23,39,6,15	IV 4,43	12,4,45	29,2,10	[opposition]
	2,32	23,51,6,15	III 28,34,6,15	12,16,45	11,18,55	Cap [opposition]
	2,33 XII	24,3,6,15	IV 22,37,12,30	12,28,45	23,47,40	[opposition]
15	2,34	24,15,6,15	IV 16,52,18,45	12,40,45	6,28,25	Aqr [opposition]
	2,35	24,27,6,15	V 11,19,25	12,52,45	19,21,10	[opposition]
	2,36 XII	24,39,6,15	VI 5,58,31,15	13,4,45	2,25,55	Psc [opposition]
	2,37	24,51,6,15	V 30,49,37,30	13,16,45	11,5,42,40	[opposition]
	2,38	25,3,6,15	VI 25,52,43,45	13,28,45	29,11,25	[opposition]
20	2,39 XII	25,15,6,15	VII 21,7,50	13,40,45	12,52,10	Ari [opposition]

typische Babylonische astronomische tabel (opposities van Saturnus, uit Uruk, 188 vC)

we weten nu: ze pasten geometrische methodes uit de Oudbabylonische wiskunde (1800–1600 vC) toe:

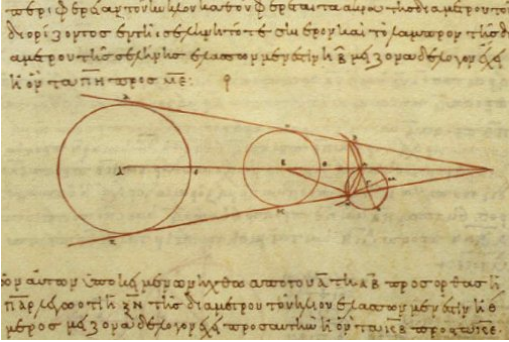


Oudbabylonisch geïllustreerd handboek met geometrische problemen

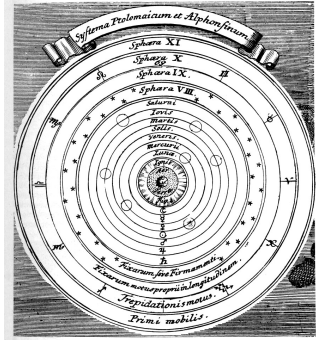
halvering van trapezoïde op Oudbabylonisch tablet

4 wat is daaraan zo interessant?

in de oudheid zouden alleen Griekse sterrenkundigen geometrische methodes gebruikt hebben



traktat van Aristarchos van Samos (2e eeuw vC)



wereldbeeld van Claudius Ptolemaios
(2nd eeuw AD)

maar de babylonische trapezoïde-berekeningen verschillen ook nog fundamenteel hiervan!

4 wat is daaraan zo interessant?

uitvinding van deze methodes werd tot nu toe in 14e eeuw AD gedateerd



Merton College (Oxford)

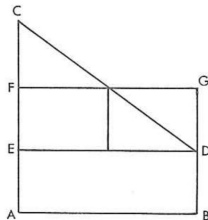
Oxford Calculatores (1350–1400) en hun "Theorema van de Gemiddelde Snelheid" voor uniform versnellende lichamen:

$$\text{afgelegde weg} = \text{gemiddelde snelheid} \times \text{tijd}$$

$$S = \frac{1}{2}(v_0 + v_1) \cdot t$$



Nicolaas van Oresme
(1320–1382, Parijs)



geometrisch bewijs hiervoor leverde N. van Oresme:

in: *Traktaat over de configuraties en de kwaliteiten van bewegingen*

Hoofdst. III.vii, *Over de maat van difforme kwaliteiten en snelheden*



Science 351, 29 Januari 2016

Links:

<http://science.sciencemag.org/content/351/6272/482.full>

<http://science.sciencemag.org/content/351/6272/482/suppl/DC1>

gratis te downloaden via mijn academia.edu-pagina

deze presentatie (pdf) te downloaden via <http://amor.cms.hu-berlin.de/~ossendrm/cuneiform.html>