

De baan van de planeten rond de zon

A diagram of the solar system with the Sun at the center. Several planets are shown on elliptical orbits. The orbits are represented by concentric ellipses. The Sun is a yellow-orange sphere. The planets are small spheres of various colors (blue, orange, white, etc.) positioned at different points on their respective orbits. The background is a dark, starry space.

Michel.Roelens@ucll.be

- Lerarenopleiding University Colleges Leuven-Limburg Diepenbeek
- Maria Boodschaplyceum Brussel
- Tijdschrift Uitwisseling

introdunctie

perkenwet

ellips:
3 definities

ellipsvormige
baan



NWD 2006

introdunctie

perkenwet

ellips:
3 definities

ellipsvormige
baan

David & Judith Goodstein 1997

schreven boekje

Richard Feynman 1964

vereenvoudigde

Isaac Newton 1687

toonde aan

Johannes Kepler 1609, 1619

revolutie ten opzichte van

Aristoteles (4de eeuw v.C.), Ptolemaios (2de eeuw), Copernicus 1543

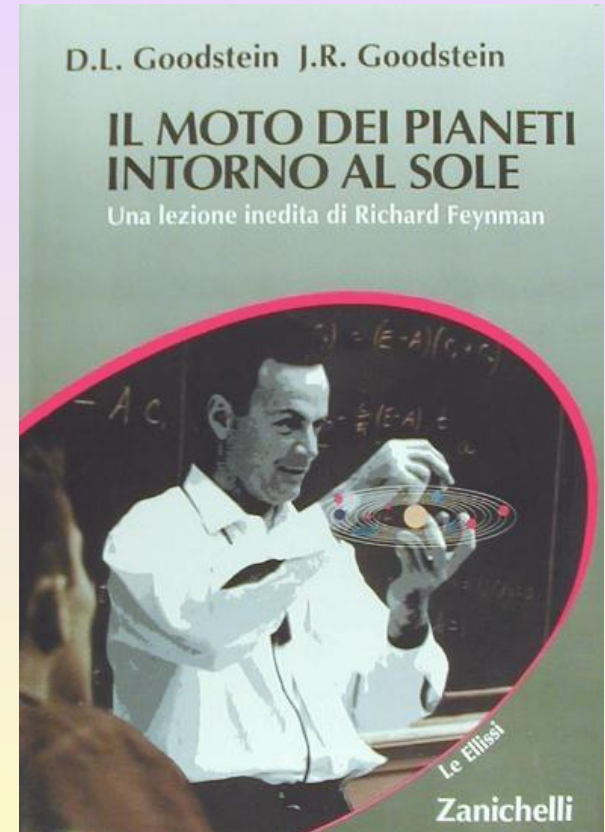
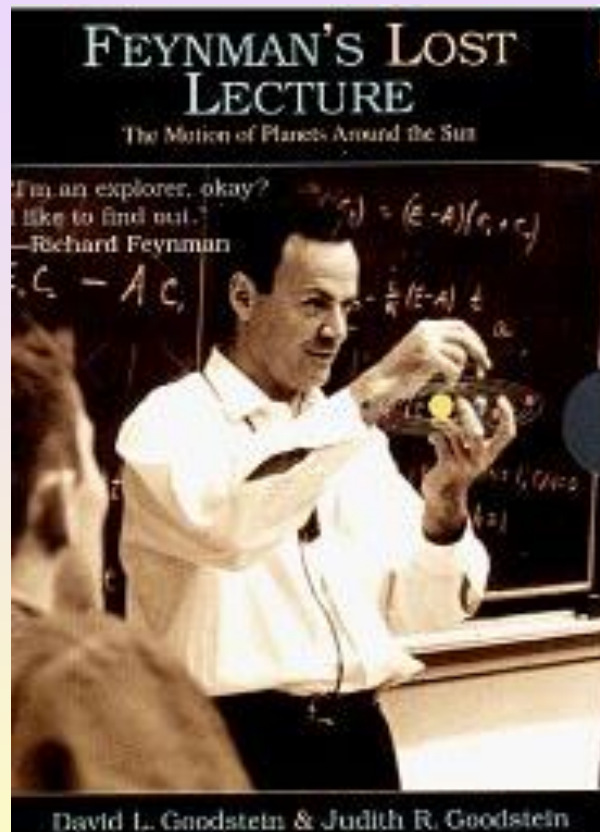
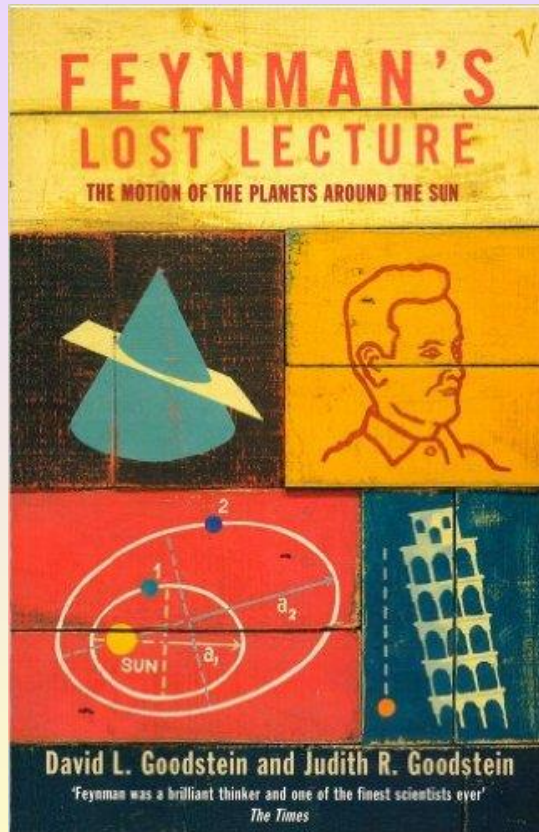
introduction

perkenwet

ellips:
3 definities

ellipsvormige
baan

David & Judith Goodstein 1997



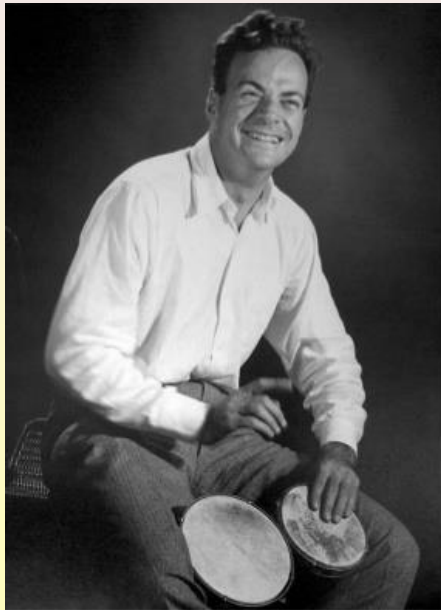
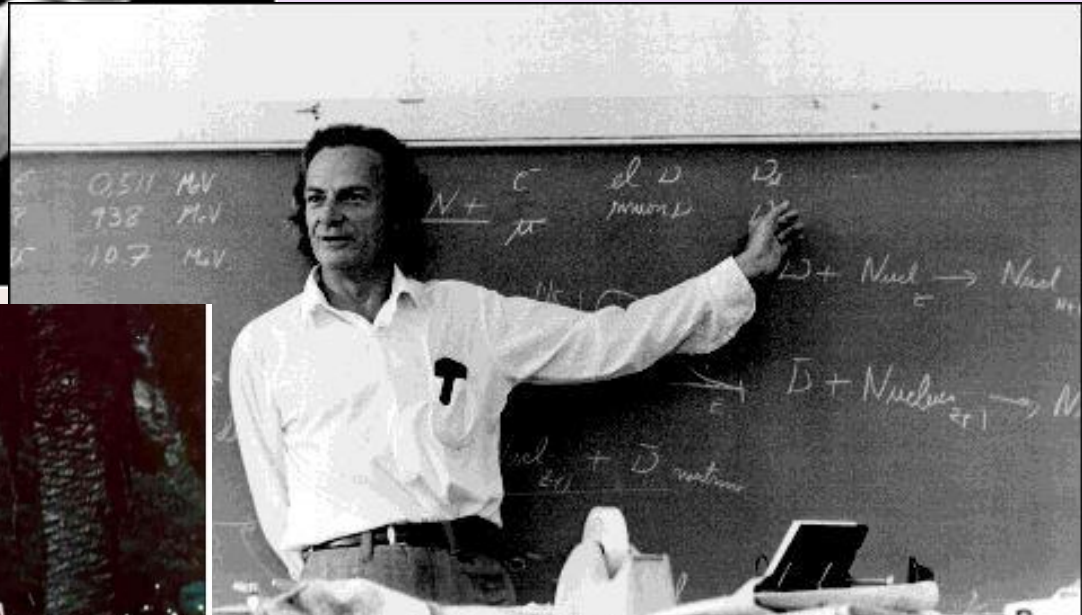
introduttie

perkenwet

ellips:
3 definities

ellipsvormige
baan

Richard Feynman 1964



© Copyright California Institute of Technology. All rights reserved.

introdunctie

perkenwet

ellips:
3 definities

ellipsvormige
baan

Isaac Newton 1687

hoeveelheid beweging = $m v$
verandering hiervan = $m a$

1. Elk lichaam blijft in rust of blijft

eenparig rechtlijnig bewegen tenzij
er een kracht op inwerkt.

2. De **verandering van de beweging** is
evenredig met de kracht die inwerkt
en gebeurt in de richting van die
kracht.

3. Bij elke actie hoort een gelijke
reactie.



introdunctie

perkenwet

ellips:
3 definities

ellipsvormige
baan

Isaac Newton 1687

I derive from the celestial phenomena the forces of gravity with which bodies tend to the sun and the several planets.

Then from these forces, by other propositions which are also mathematical, I deduce the motions of the planets, the comets, the moon and the sea.

I wish we could derive the rest of the phenomena of Nature by the same kind of reasoning from mechanical principles.



introductie

perkenwet

ellips:
3 definities

ellipsvormige
baan

Isaac Newton 1687

He who is presumptuous enough to think that he can find the true principles of physics and the laws of natural things by the force alone of his own mind, must either suppose that the world exists by necessity, and by the same necessity follows the laws proposed; or if the order of Nature was established by the will of God, that himself, a miserable reptile, can tell what was fittest to be done.



**Newton's distinguished work will be the safest protection against the attacks of atheists.
(Roger Cotes, 1713)**

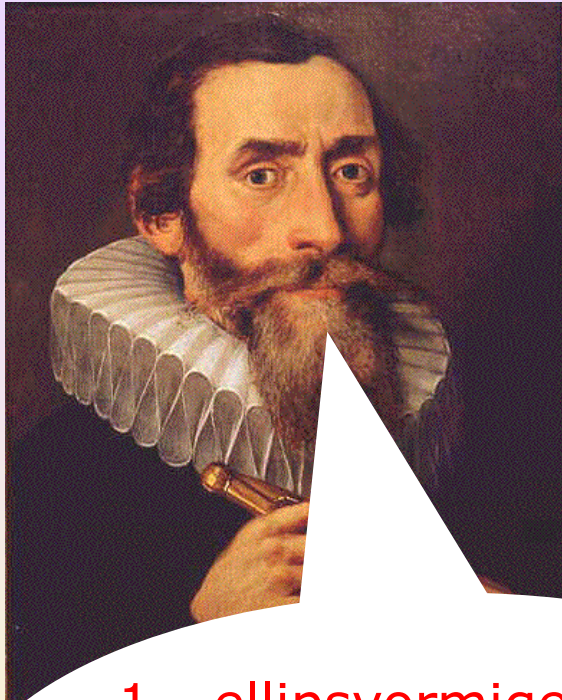
introduction

perkenwet

**ellips:
3 definities**

**ellipsvormige
baan**

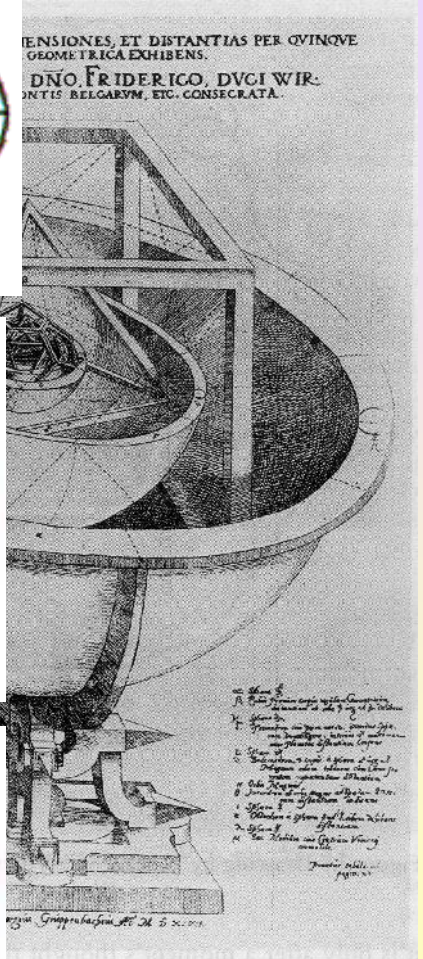
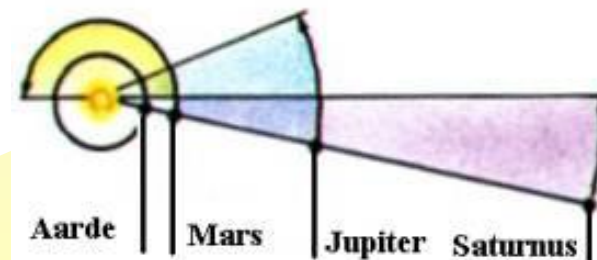
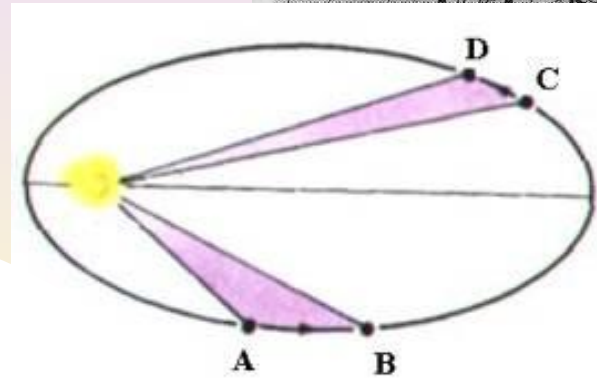
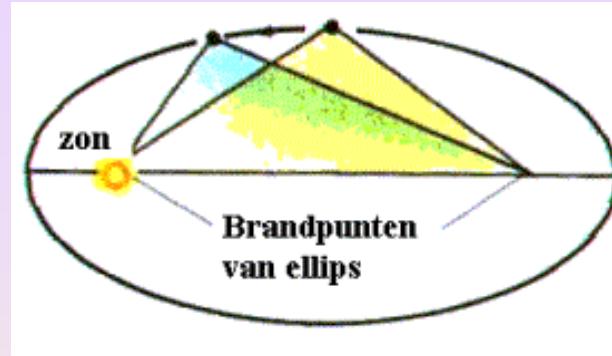
Johannes Kepler 1609, 1619



1. ellipsvormige baan

2. perkenwet

3. $T^2 \sim r^3$



introduc

perkenwet

ellips:
3 definities

ellipsvormige
baan



introdunctie

perkenwet

ellips:
3 definities

ellipsvormige
baan

Isaac Newton 1687

1. zonder kracht: rust of
eenparig rechtlijnig

2. $F = m a$

3. $F_{\text{gravitatie}} \sim \frac{1}{d^2}$
(naar gemeenschappelijk
zwaartepunt)

toonde aan

Johannes Kepler 1609, 1619

1. ellipsvormige baan

2. perkenwet

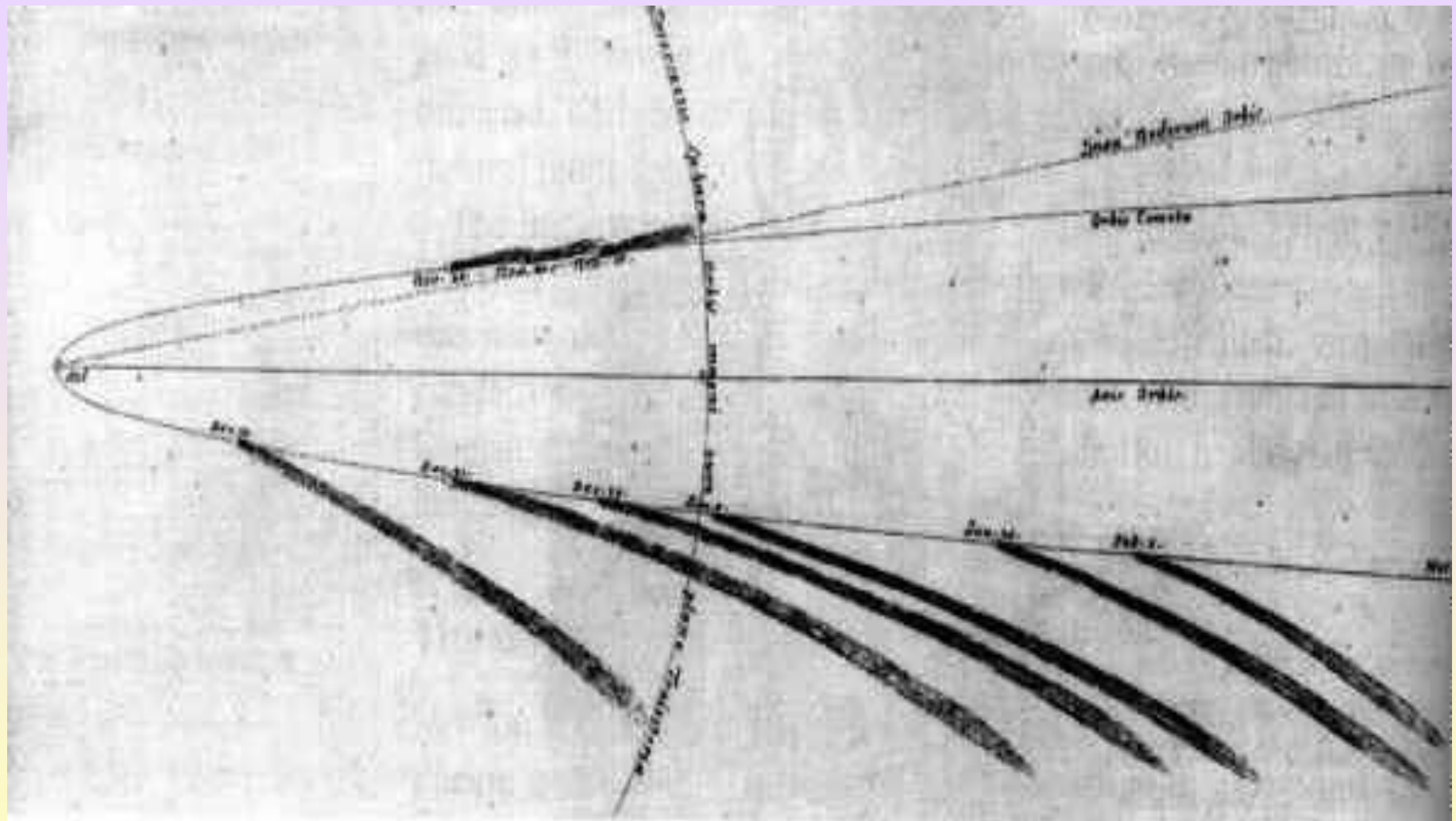
3. $T^2 \sim r^3$

introdunctie

perkenwet

ellips:
3 definities

ellipsvormige
baan



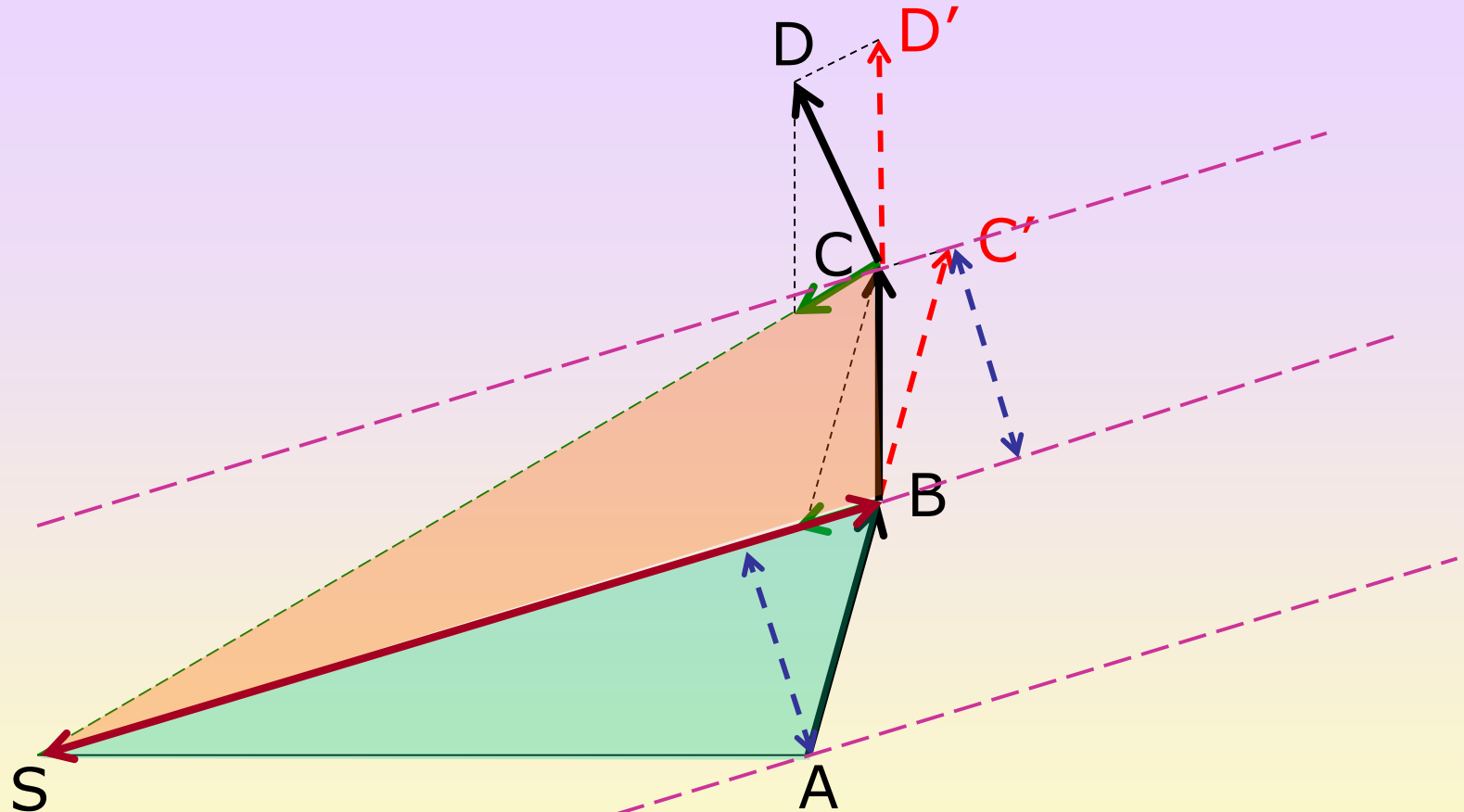
introduction

perkenwet

ellips:
3 definities

ellipsvormige
baan

Bewijs van de perkenwet



Zelfde oppervlakte, want zelfde **basis** $|SB|$ en zelfde **hoogte**.

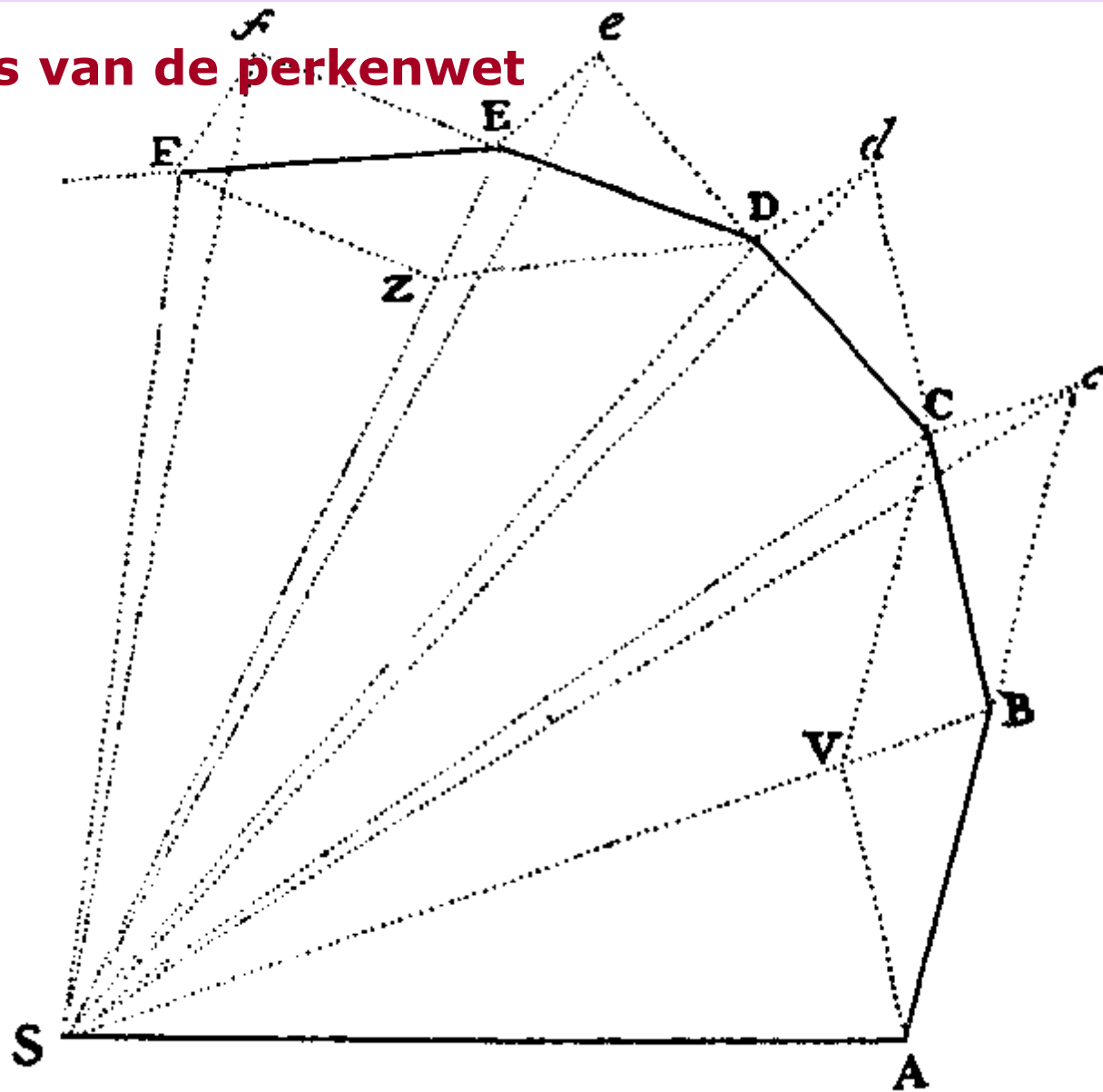
introdunctie

perkenwet

ellips:
3 definities

ellipsvormige
baan

Bewijs van de perkenwet



introdunctie

perkenwet

ellips:
3 definities

ellipsvormige
baan

Bewijs van de perkenwet

Bij het bewijs van de perkenwet, gebruikte hij enkel de **richting** van de kracht, niet de **grootte** ervan!

introdunctie	perkenwet	ellips: 3 definities	ellipsvormige baan
--------------	------------------	-------------------------	-----------------------

Wat is een ellips?

1. een (gesloten) vlakke snede van een kegel

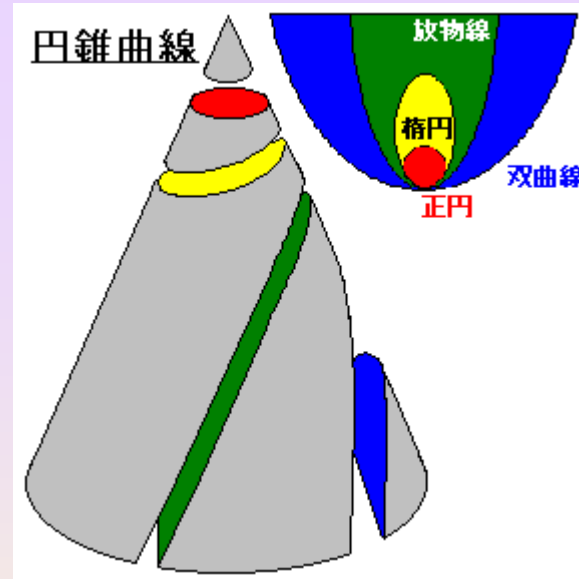
introdunctie

perkenwet

ellips:
3 definities

ellipsvormige
baan

Wat is een ellips?



introdunctie

perkenwet

ellips:
3 definities

ellipsvormige
baan

Wat is een ellips?

1. een (gesloten) vlakke snede van een kegel
2. de meetkundige plaats van een punt P waarvan de som van de afstanden tot twee vaste punten F en F' constant is

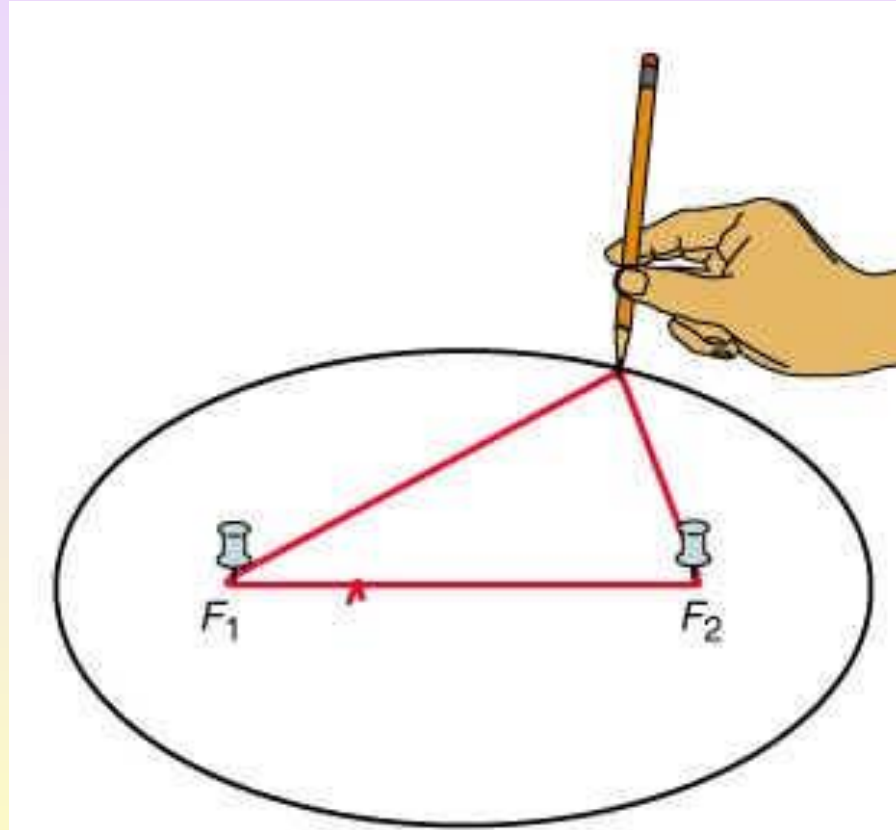
introdunctie

perkenwet

ellips:
3 definities

ellipsvormige
baan

Wat is een ellips?



introdunctie

perkenwet

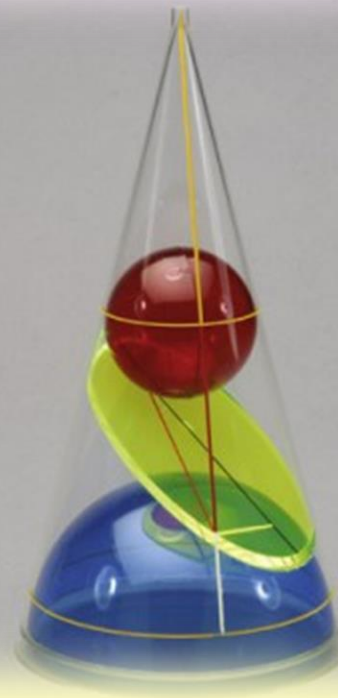
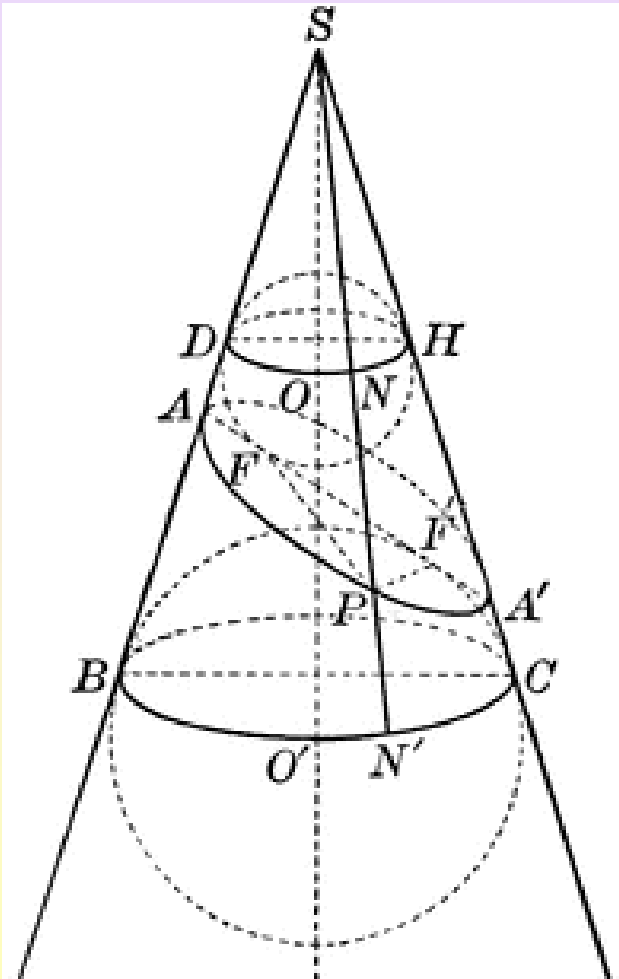
ellips:
3 definities

elliipsvormige
baan

Wat is een ellips?

definitie 1 $\iff$ definitie 2

Dandelin, Quételet (België, 19de eeuw)



introdunctie	perkenwet	ellips: 3 definities	ellipsvormige baan
--------------	-----------	---------------------------------	-----------------------

Wat is een ellips?

1. een (gesloten) vlakke snede van een kegel
2. de meetkundige plaats van een punt P waarvan de som van de afstanden tot twee vaste punten F en F' constant is
3. de omhullende van de vouwlijnen die ontstaan wanneer je telkens een ander punt G van een vaste cirkel c op een vast punt F binnen c vouwt

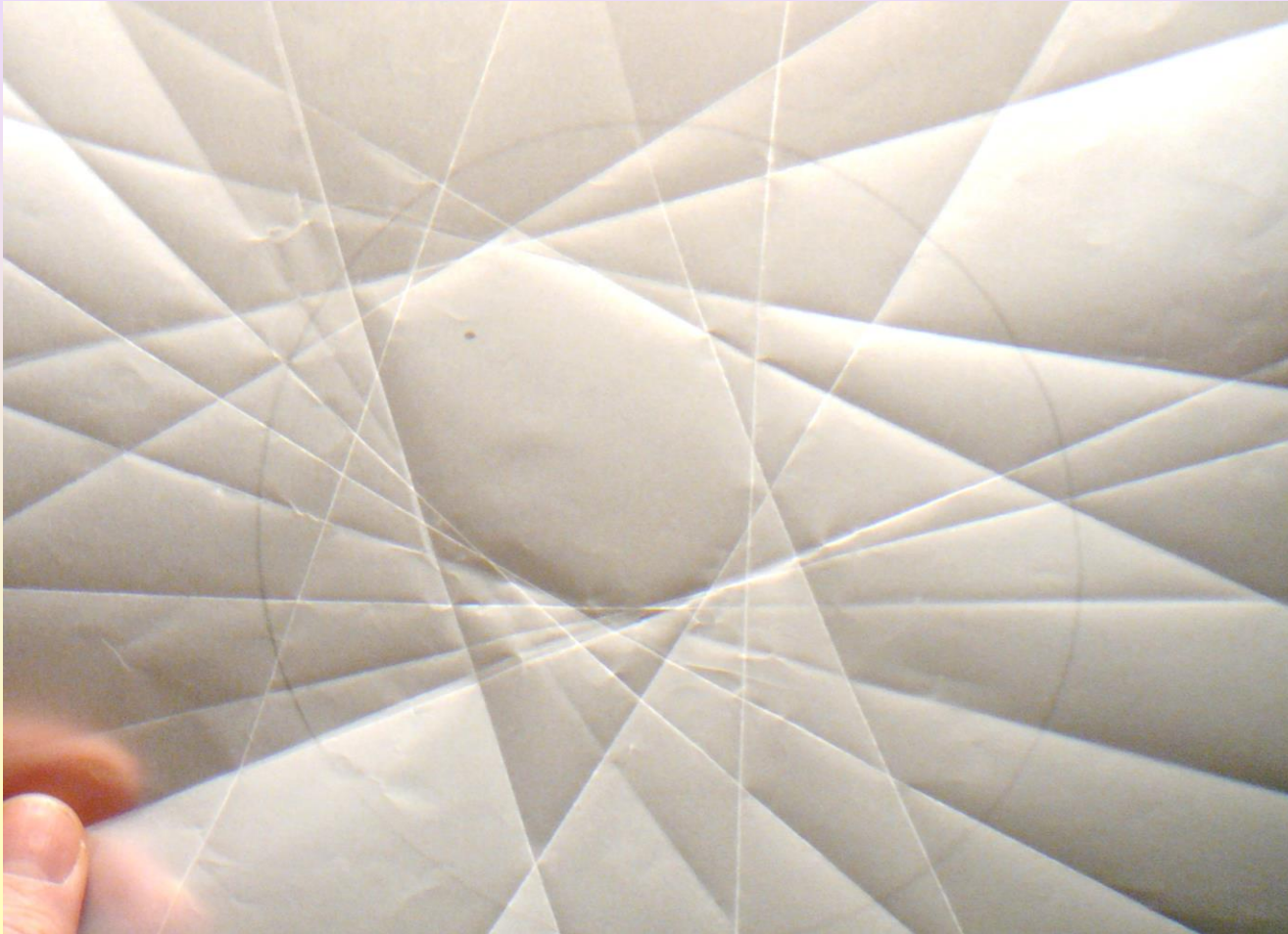
introdunctie

perkenwet

ellips:
3 definities

ellipsvormige
baan

Vouw telkens een ander punt van de cirkel op het getekende punt.



Cabri

introdunctie

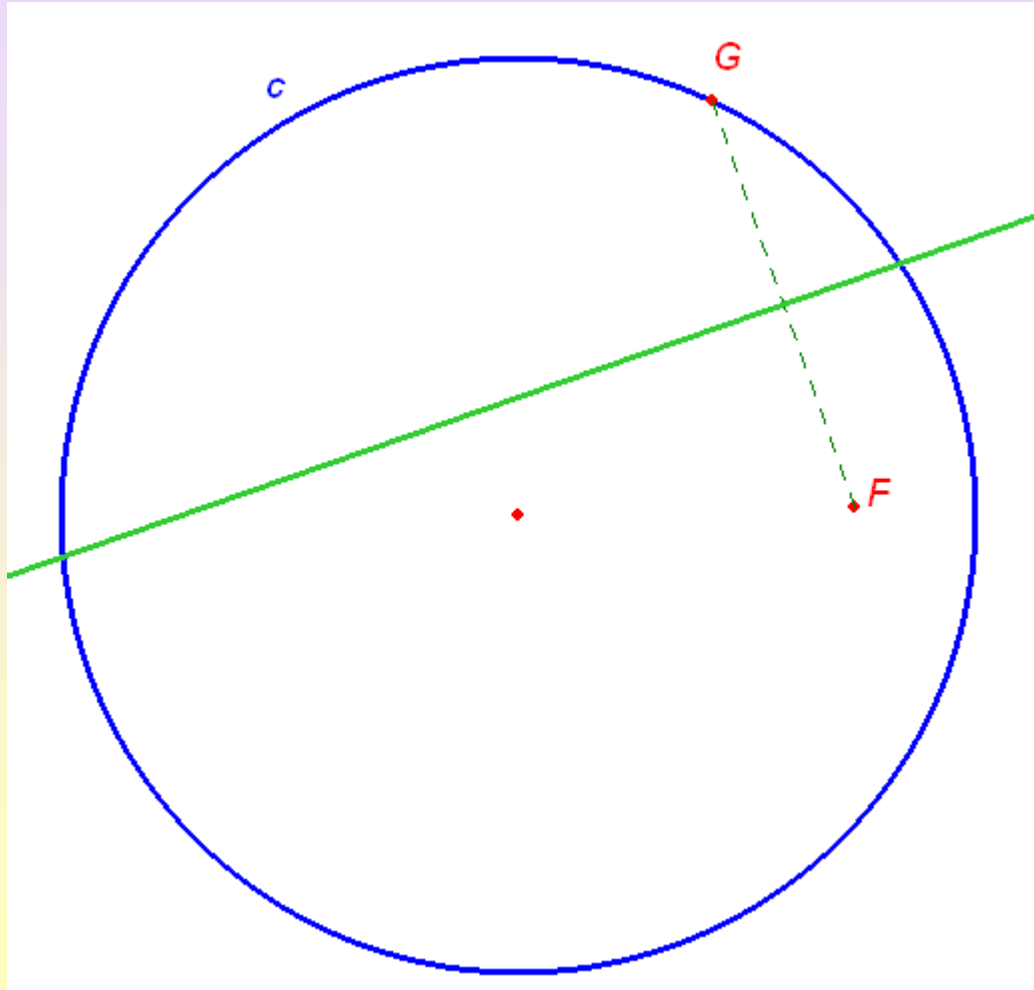
perkenwet

**ellips:
3 definities**

ellipsvormige
baan

Wat is een ellips?

definitie 2 $\iff$ definitie 3



F' ?

het middelpunt van de cirkel!

het punt P dat op de ellips loopt?

het snijpunt van de vouwlijn met $F'G$!

introdunctie

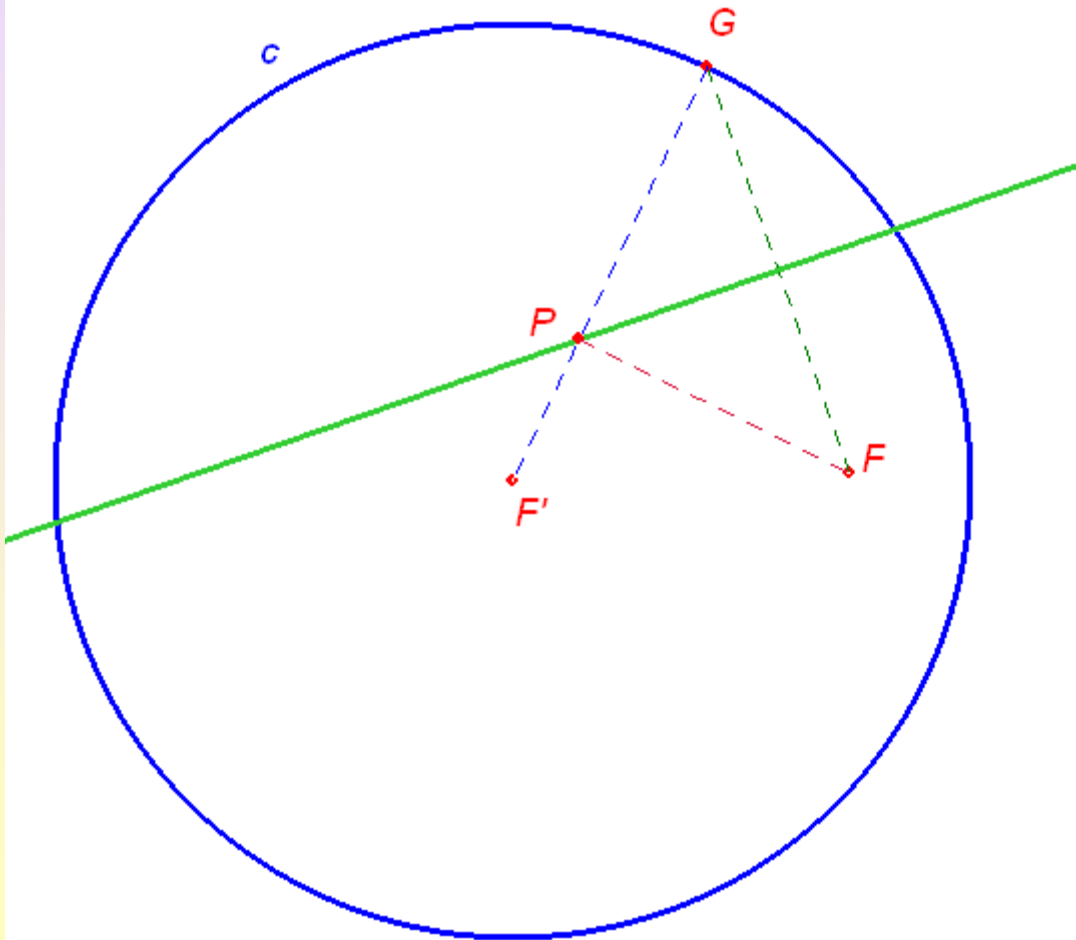
perkenwet

ellips:
3 definities

ellipsvormige
baan

Wat is een ellips?

definitie 2 $\iff$ definitie 3



$$|F'P| + |PF|$$

$$= |F'P| + |PG|$$

$$= |F'G|$$

= straal van c

Dit punt P loopt dus op een ellips met brandpunten F en F'.

introdunctie

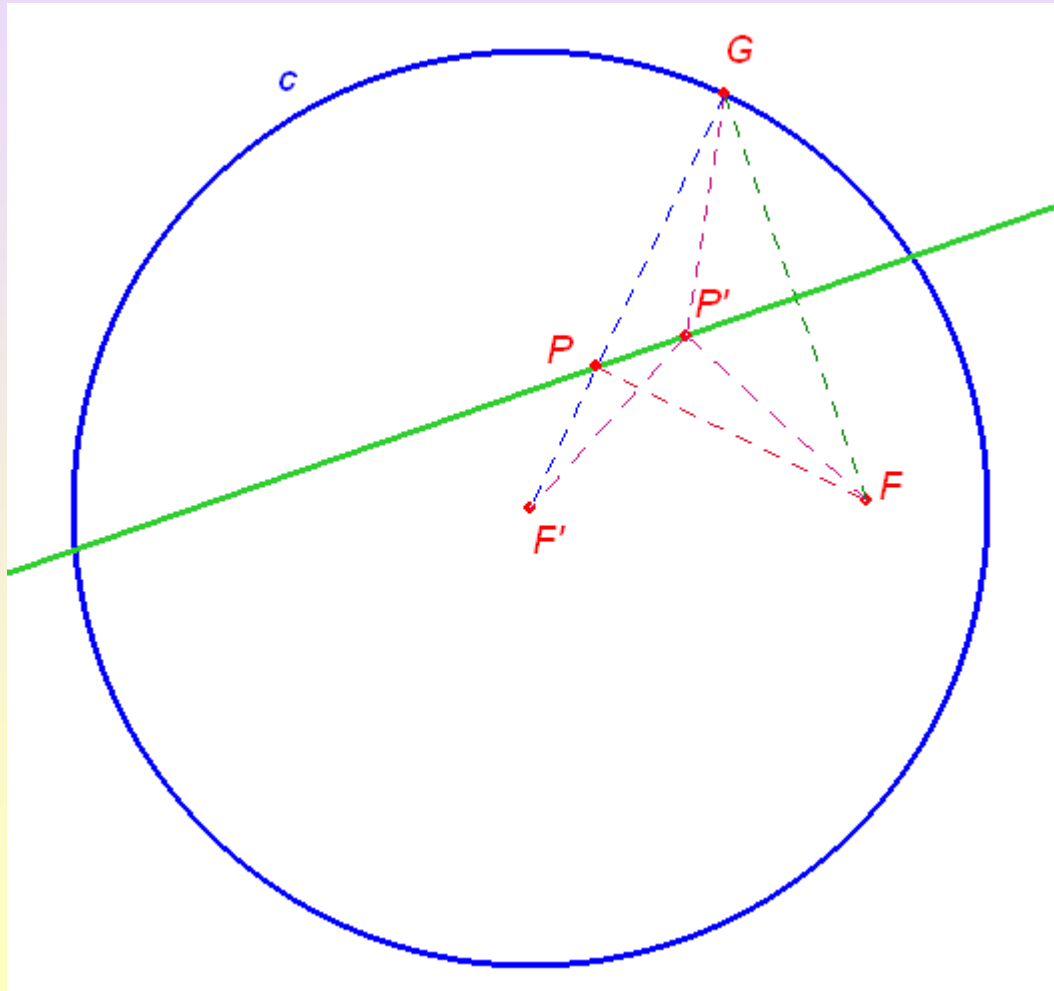
perkenwerk

ellips:
3 definities

ellipsvormige
baan

Wat is een ellips?

definitie 2 $\iff$ definitie 3



De vouw is de raaklijn in P , want elk ander punt P' van de vouw ligt buiten de ellips:

$$\begin{aligned} |F'P'| + |P'F| \\ &= |F'P'| + |P'G| \\ &> |F'G| = \text{straal van } c \end{aligned}$$

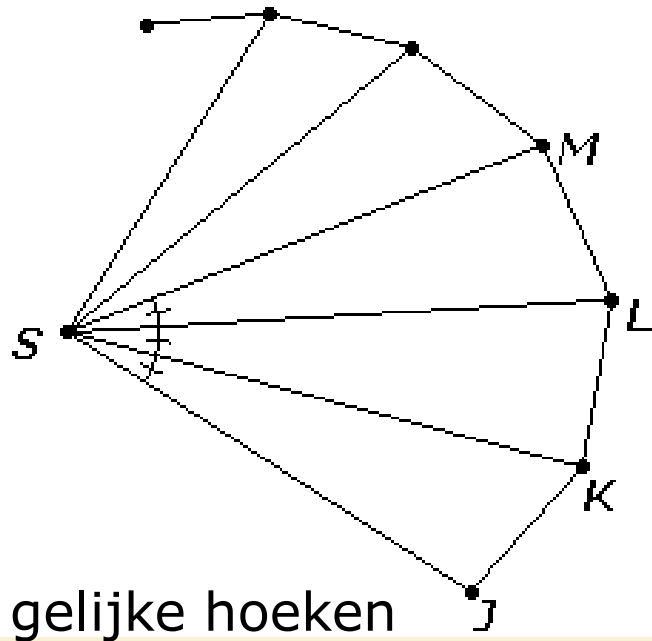
introdunctie

perkenwet

ellips:
3 definities

ellipsvormige
baan

bewijs dat de baan een ellips is



Newton 2

$$\frac{1}{\text{afstand}^2} \sim F \sim \frac{\Delta v}{\Delta t} \sim \frac{\Delta v}{\text{oppervlakte}}$$

gravitatiekracht

perkenwet

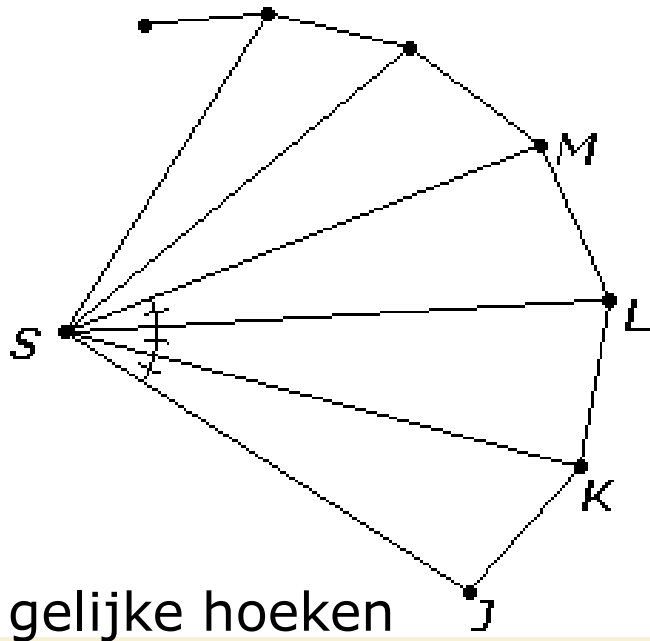
introdunctie

perkenwet

ellips:
3 definities

ellipsvormige
baan

bewijs dat de baan een ellips is



Newton 2

$$\frac{1}{\text{afstand}^2} \sim F \sim \frac{\Delta v}{\Delta t} \sim \frac{\Delta v}{\text{oppervlakte}}$$

En omdat $\text{afstand}^2 \sim \text{oppervlakte} (\dots)$,
Volgt hieruit dat Δv constant is!
gravitatiekracht

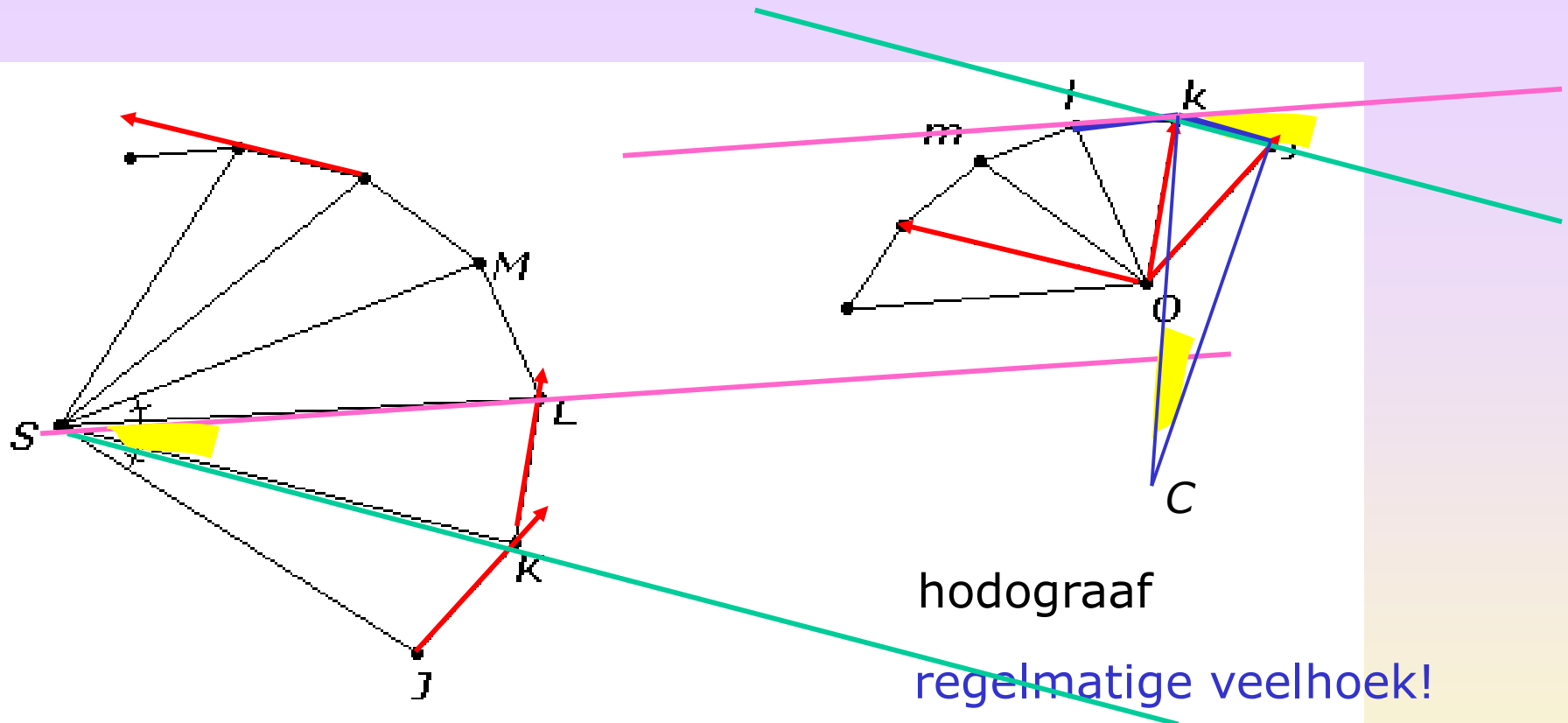
perkenwet

introdunctie

perkenwet

ellips:
3 definities

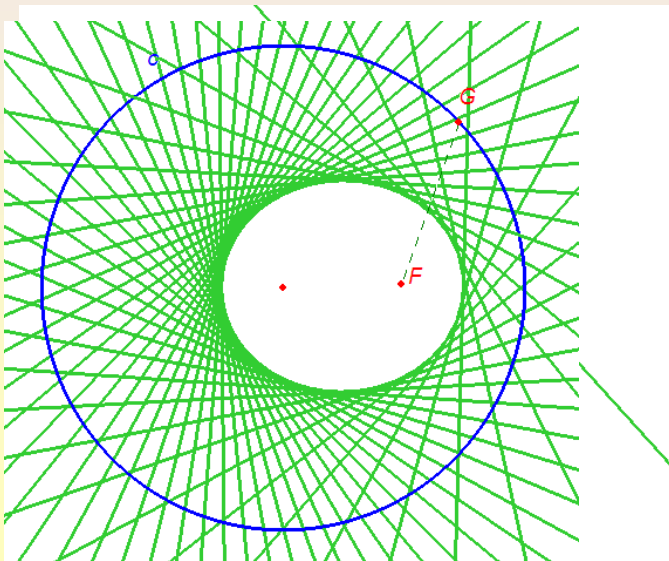
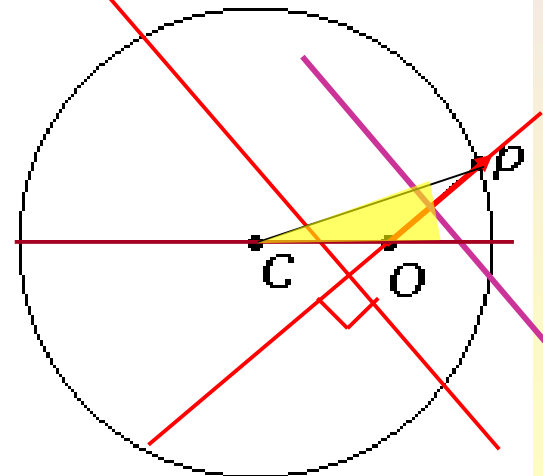
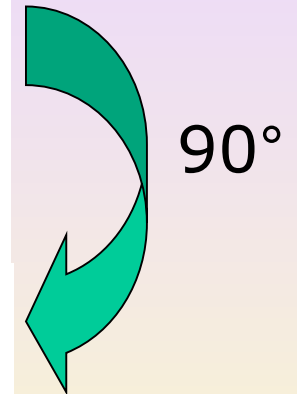
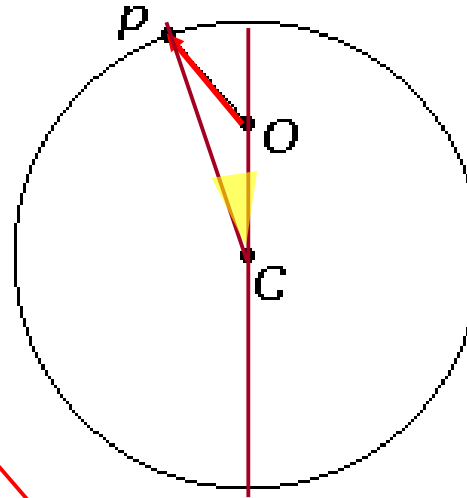
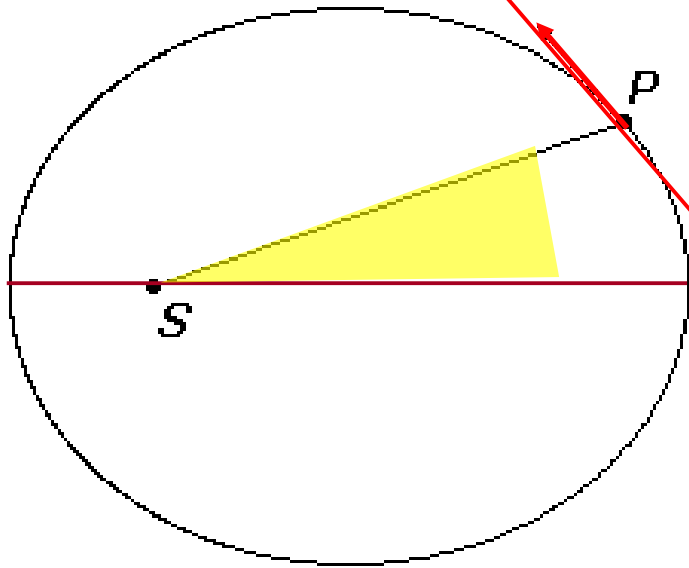
ellipsvormige
baan



Laat de hoeken in S kleiner worden.

cirkel

introdunctie	perkenwet	ellips: 3 definities	ellipsvormige baan
--------------	-----------	-------------------------	-------------------------------



introdunctie

perkenwet

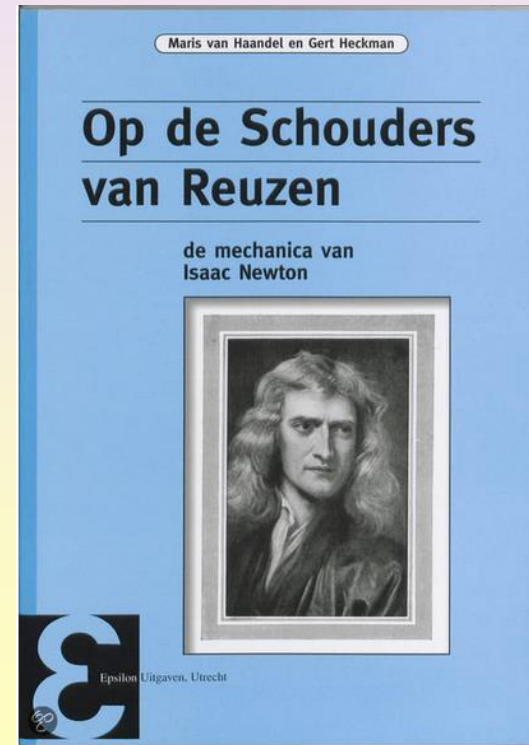
ellips:
3 definities

ellipsvormige
baan

De zwakke schakel in de redenering?

Dat de vorm van de baan van de planeet vast ligt als de richting gekend is voor elke waarde van de hoek $\hat{S}$.

- **Discreet:** evident
- **Continu:** komt neer op de uniciteit van de oplossing van die differentiaalvergelijking (niet zo elementair...)



introdunctie

perkenwet

ellips:
3 definities

ellipsvormige
baan

Bedankt!



Ook Nederlanders mogen een abonnement nemen.

