

1a Notenveelvraat

Chantek heeft

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

Hij neemt eerst 8 noten, waar dat kan

1 2 3 4 5 6 7 0 1 2 3 4 5 6 7

Vervolgens 4 noten

1 2 3 0 1 2 3 0 1 2 3 0 1 2 3

Dan 2 noten

1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1

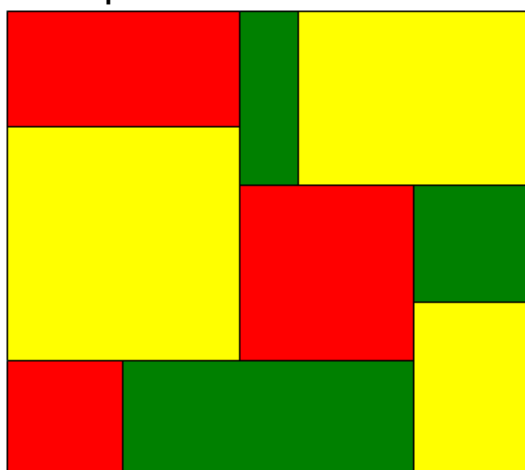
Als laatste 1 noot en dan zijn alle bakjes leeg.

1b Getal raden

Kies het getal dat zo goed mogelijk het middelste getal is van de getallen die nog mogelijk zijn.

Bij 3 keer vragen mag het getal maximaal 7 zijn.

Bij 5 keer vragen mag het maximaal 31 zijn.

Bij n keer vragen mag het $2^n - 1$ zijn.**2 Kleurenpuuzel****3 SET**3b In totaal zijn er $3 \times 3 \times 3 = 27$ kaarten.

3c Bij 2 kaarten is er altijd precies één andere kaart die een SET maakt.

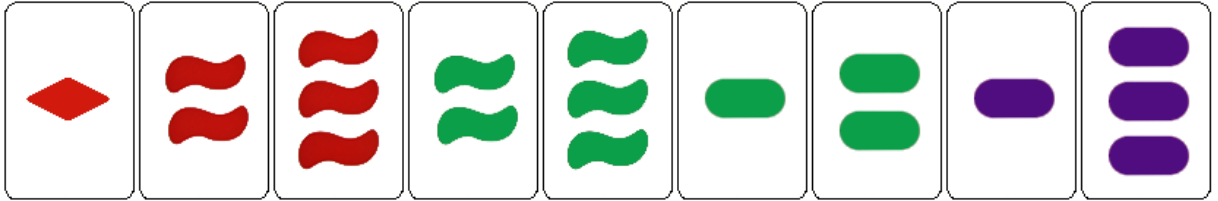
3d Met gelijke aantallen kun je 3 SETS maken.

Bij verschillende aantallen: pak een kaart met 1 ding erop (keus uit 3 stuks), pak een kaart met 2 dingen erop (keus uit 3 stuks), de 3^e kaart ligt nu vast.

Dus in totaal 12 paarse SETS.

Je kunt het ook op de volgende manier berekenen: pak een willekeurige paarse kaart (9 mogelijkheden) en vervolgens nog een (nu $9 \times 8 = 72$ mogelijkheden). Bij ieder tweetal hoort een derde. Iedere SET is 6 x geteld, dus $72/6 = 12$ 3e1 $\binom{27}{3} = 2925$ Aantal sets $27 \times 26 \times 1 / 1 \times 2 \times 3 = 117$ Kans = $117/2925 = 1/25$ 3e2 $1 \times 1 \times 1/25 = 1/25$

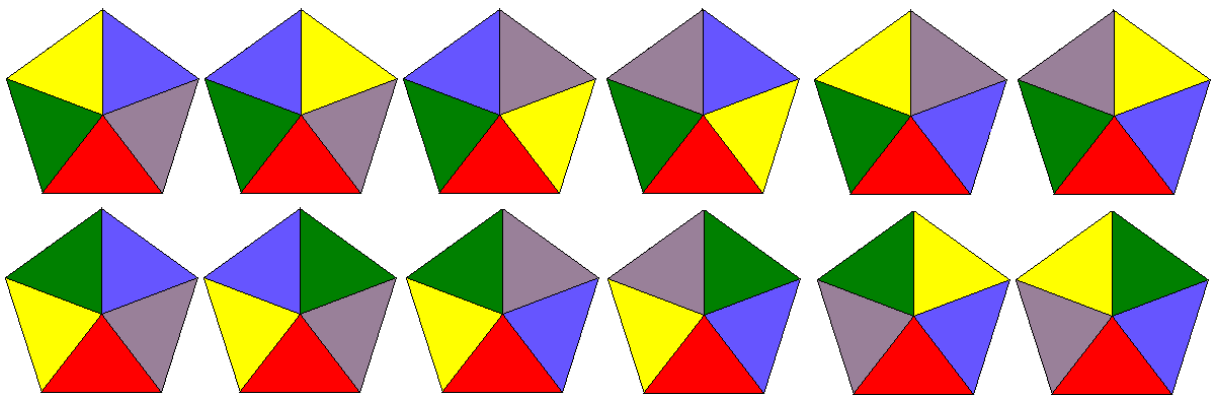
3f Een voorbeeld:



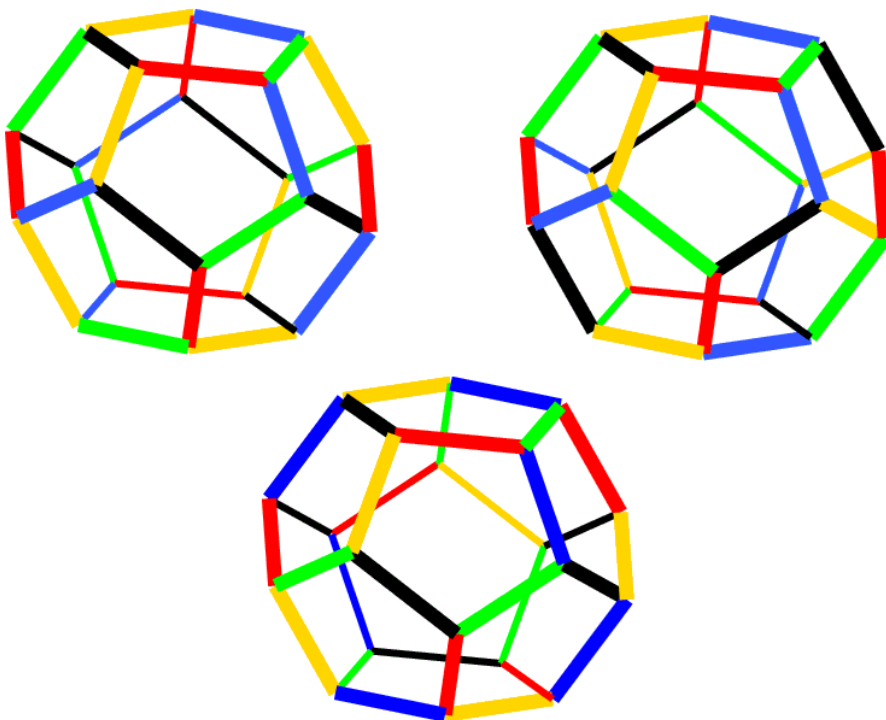
3g Je begint met 27 kaarten en je neemt er steeds 3 weg, dus er blijft een 3-voud over. Het juiste antwoord van 3f is 9.

4 Dodecaëder met twaalf quintomino's

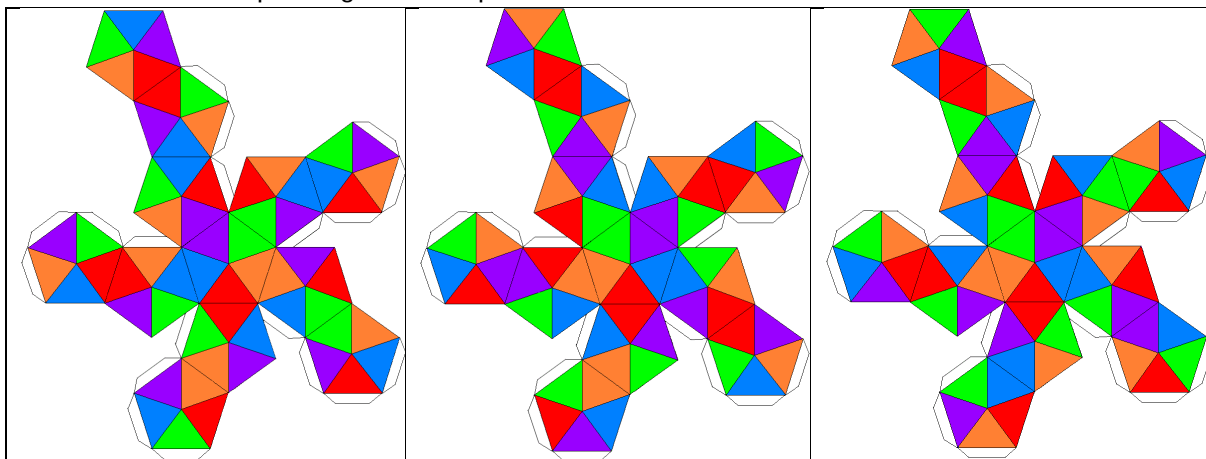
4a Neem één kleur om te beginnen. Je zet daar een volgende kleur aan vast (aantal mogelijke kleuren = 4), dan weer één, enz. Totaal aantal mogelijkheden = $1 \times 4 \times 3 \times 2 = 24$
 Als je de vijfhoek achterstevoren draait heb je eenzelfde vijfhoek.
 Dus aantal = $24 / 2 = 12$



b. Er zijn 3 verschillende oplossingen voor een dodecaëder te maken.



We tekenen ook de oplossing met bouwplaten



5 Aan de kant

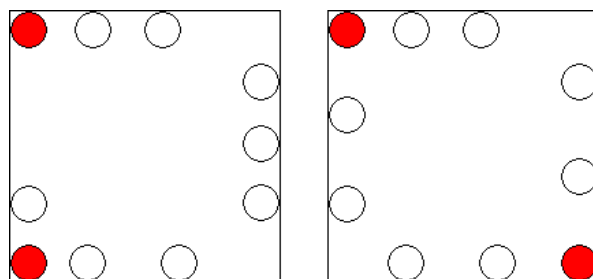
5a Schapjes

De herder had $8 \times 5 = 40$ schapen en er komen er 16 bij, dus heeft hij 56 schapen. Aan elke kant ziet hij 15 schapen, dus hij ziet er 60 dus 4 meer dan hij er heeft, maar de hoeken ziet hij tweemaal dus moeten er 4 schapen in de hoeken zitten. Als er geen enkele stal leeg mag zijn moet er in elke hoek juist één schaap zitten.

1	13	1
13		13
1	13	1

5b Krukjes

10 is niet deelbaar door 4, dus je moet iets verzinnen. Zet 2 krukjes in een hoek, dan raken ze aan twee zijdes. Je vindt dan 2 verschillende oplossingen



6 Dobbelen met platonische veelvlakken

6b a $4 + 6 + 8 = 18$

$$\text{Kans} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{192}$$

6b b

viervlak	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	4	4	
kubus	2	3	4	5	6	3	4	5	6	4	5	6	5	6	
octa	3tm	4tm	5tm	6,7,8	7,8	4tm	5tm	6,7,8	7,8	5tm	6tm	7,8	6tm	7,8	
aantal	6	5	4	3	2	5	4	3	2	4	3	2	3	2	48

$$\text{Kans} = 48 / 192 = 0,25$$

6b c

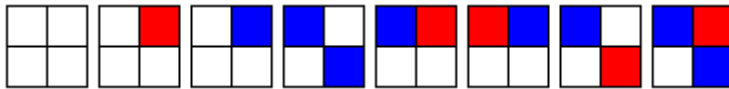
viervlak	1	2	2	3	3	3	4	4	4	4	
kubus	1	2	1	3	2	1	4	3	2	1	
octa	1	1,2	1	1,2,3	1,2	1	1 tm 4	1,2,3	1,2	1	

aantal	1	2	1	3	2	1	4	3	2	1	20
--------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

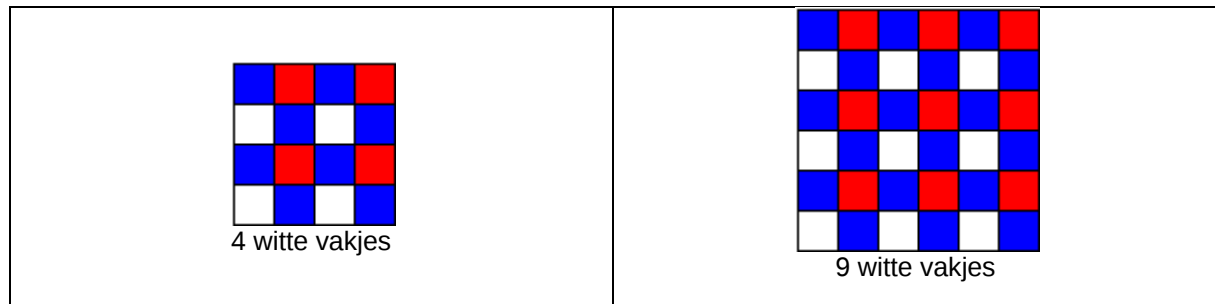
Kans = $20/192 \approx 0,104$

7 Bord inkleuren

a1 Op 8 manieren

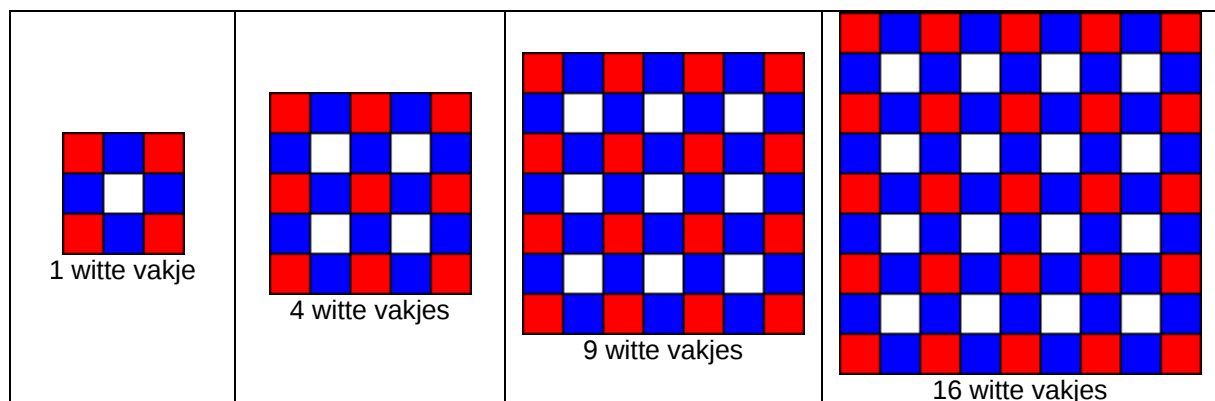


a2



Als n even is dan is het aantal witte vakjes op $n \times n$ -bord $\frac{n^2}{4}$. Dit aantal is een kwadraat.

a3



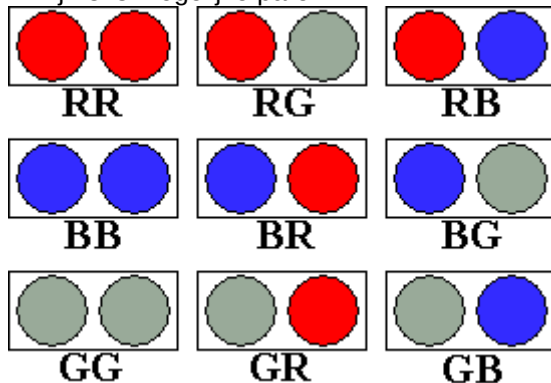
Als n oneven is dan is het aantal witte vakjes op $n \times n$ -bord $\frac{(n-1)^2}{4}$.

Als n oneven is, dan is $n-1$ even, dus $\frac{(n-1)^2}{4}$ is een kwadraat.

Opm.: met rood in de hoek beginnen

b. Doppenrijtje

Er zijn 3×3 mogelijke paren



In een rijtje van 10 doppen hebben we precies 9 paren, dus het rijtje bevat hooguit 10 doppen.

Een voorbeeld van een rijtje van 10 doppen:



We kunnen natuurlijk de kleuren van plaats verwisselen aangezien ze dezelfde rol spelen of de rij van achter naar voor leggen en er zijn nog meer oplossingen.

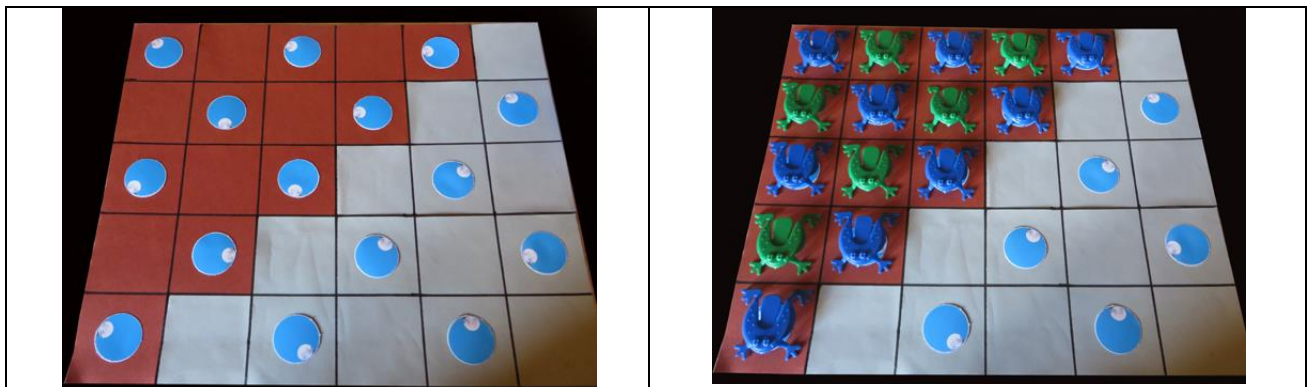
Elke kleur komt in de 9 mogelijke combinaties 6 maal voor, dat is een even aantal.

De middelste 8 doppen tellen telkens in 2 combinaties mee en de uiterste maar in 1, vandaar dat de kleur dezelfde moet zijn.

8 Een beestenboel

8a Haasje over

8aHet gevraagde kan niet



De velden krijgen om en om een blauwe bol en op de bruine velden plaatsen we afwisselend een blauwe en een groene kikker. Een blauwe kikker springt telkens op een veld met een blauwe bol. We hebben 9 blauwe kikkers en 6 groene. In de grijze velden hebben we maar 6 velden met een blauwe bol.

Je kan dus niet alle kikkers naar de grijze velden overbrengen. Er gaan altijd 3 blauwe kikkers blijven ergens op de bruine velden.

8b Kikkers

Een oplossing kan zijn:

K(ikker)4 gaat naar V(eld)4 en K3 springt naar V5.



K2 gaat naar V3



K4 springt naar V2 en K5 springt naar V4



K6 gaat naar V6



K3 springt naar V7



K2 springt naar V5 en K1 springt naar V3



K4 gaat naar V1 en K5 springt naar V2



K6 springt naar V4 en K2 gaat naar V6



K1 springt naar V5 en K6 gaat naar V3



Dat zijn 15 stappen.

Bij 2 gele en 2 rode kikkers heb je 8 stappen nodig.

Bij 1 gele en 1 rode heb je 3 stappen nodig.

Het aantal stappen is, bij n gele kikkers, gelijk aan $(n + 1)^2 - 1$.

Wij houden ons graag aanbevolen voor een bewijs hiervan!!

9 De puzzel van Thales

a. Vereenvoudigde puzzel

De getallen op de buitenste gele ring zijn vast:

$$27+17+19+14+13+7+2+13+23+8+3+4+3+28+20+25=226$$

De getallen op de buitenste groene ring tellen in elke stand mee:

$$6+9+16+17+2+2+10+15=77$$

De getallen op de rode ring tellen ook altijd mee:

$$5+1+4+12+11+7+27+8=75$$

$$\text{Totale vaste som: } 226+77+75=378$$

Als we aan de schijven draaien zijn er 4 mogelijkheden

Stand1:

$$\text{binnenste gele ring: } 7+12+10+22+5+5+24+10= 95$$

binnenste groene ring: $22+13+11+14+5+8+8+6=87$

Totaal : $378+95+87 = 560$

Deze som is deelbaar door 16 (16 spaken) en de som van elke spaak is **35**.

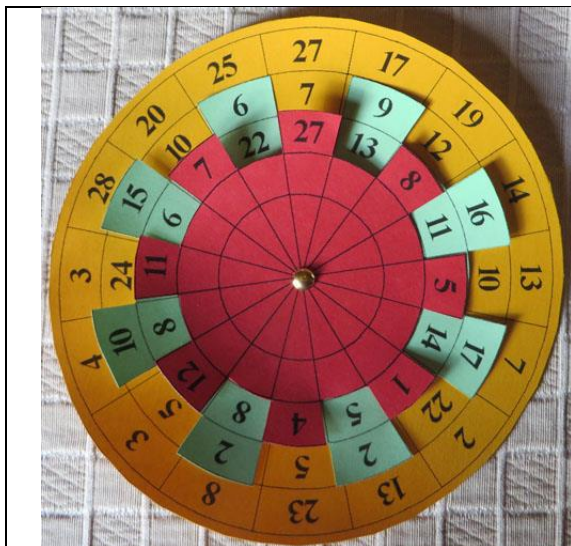
Stand2:

binnenste gele ring: $7+12+10+22+5+5+24+10=95$

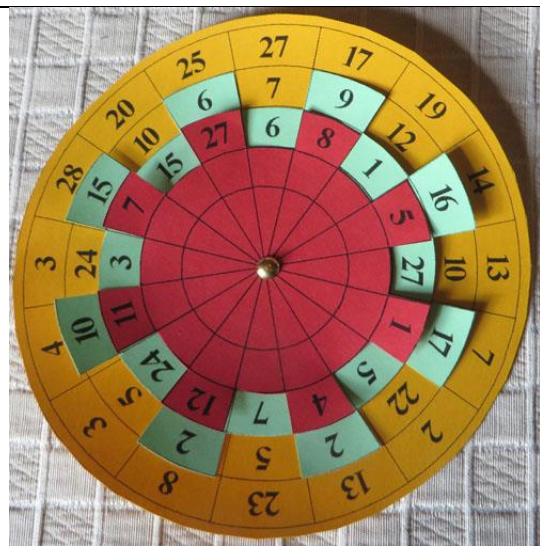
binnenste groene ring: $6+1+27+5+7+24+3+15=88$

Totaal : $378+95+88 = 561$

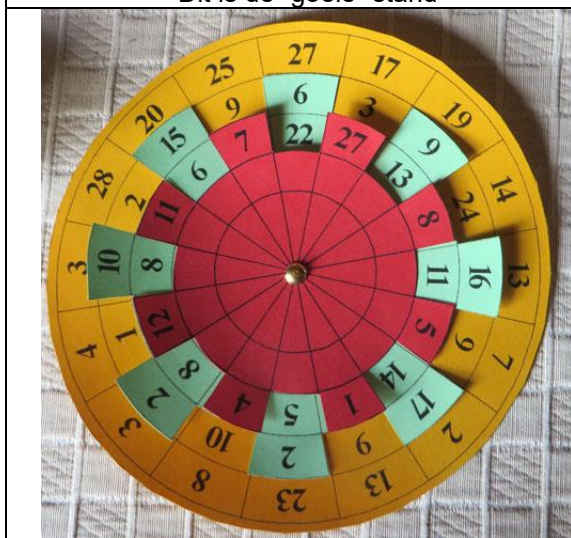
Deze som is niet deelbaar door 16 en deze stand voldoet dus niet.



Dit is de "goeie" stand



Som 561



Som 532



Som 533

Stand 3:

binnenste gele ring: $24+9+9+10+1+2+9+3=67$

binnenste groene ring: $22+13+11+14+5+8+8+6=87$

Totaal : $378+67+87 = 532$

Deze som is niet deelbaar door 16. Deze stand voldoet niet

Stand 4:

binnenste gele ring: $24+9+9+10+1+2+9+3=67$

binnenste groene ring: $6+1+27+5+7+24+3+15=88$

Totaal : $378+67+88 = 533$

Deze som is niet deelbaar door 16. Deze stand voldoet niet.

Omdat we weten dat de som per spaak 35 is, komt bij de gele 19 en 12 de rode 4.

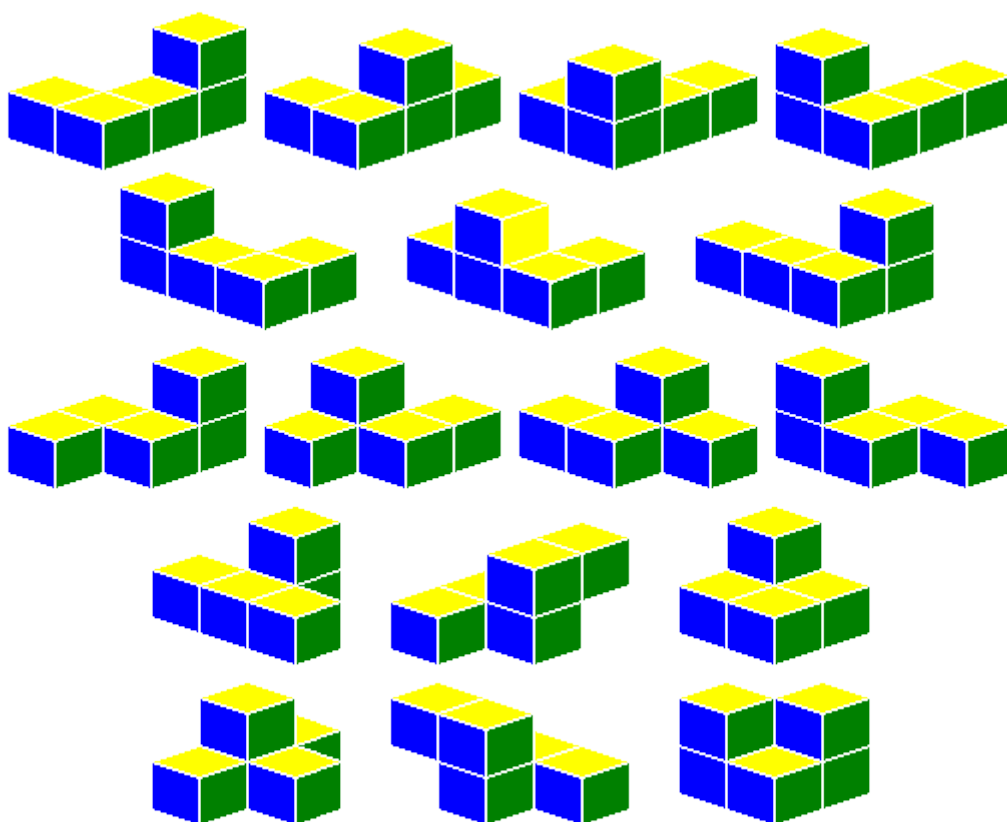
Bij de gele 28 moet nog 7 in totaal komen, dat zijn de groene 2 en 5.

Oplossing:



10 Pentakubussen

Er zijn 17 verschillende pentakubussen in 2 lagen



11 Fibonacci

11a Gedachten lezen met FIBONACCI kaartjes

1	34	67=1+3+8+55
2	35=1+34	68=13+55
3	36=2+34	69=1+13+55
4=1+3	37=3+34	70=2+13+55
5	38=1+3+34	71=3+13+55
6=1+5	39=5+34	72=1+3+13+55
7=2+5	40=1+5+34	73=5+13+55
8	41=2+5+34	74=1+5+13+55
9=1+8	42=8+34	75=2+5+13+55
10=2+8	43=1+8+34	76=21+55
11=3+8	44=2+8+34	77=1+21+55
12=1+3+8	45=3+8+34	78=2+21+55
13	46=1+3+8+34	79=3+21+55
14=1+13	47=13+34	80=1+3+21+55
15=2+13	48=1+13+34	81=5+21+55
16=3+13	49=2+13+34	82=1+5+21+55
17=1+3+13	50=3+13+34	83=2+5+21+55
18=5+13	51=1+3+13+34	84=8+21+55
19=1+5+13	52=5+13+34	85=1+8+21+55
20=2+5+13	53=1+5+13+34	86=2+8+21+55
21	54=2+5+13+34	87=3+8+21+55
22=1+21	55	88=1+3+8+21+55
23=2+21	56=1+55	89
24=3+21	57=2+55	90=1+89
25=1+3+21	58=3+55	91=2+89
26=5+21	59=1+3+55	92=3+89
27=1+5+21	60=5+55	93=1+3+89
28=2+5+21	61=1+5+55	94=5+89
29=8+21	62=2+5+55	95=1+5+89
30=1+8+21	63=8+55	96=2+5+89
31=2+8+21	64=1+8+55	97=8+89
32=3+8+21	65=2+8+55	98=1+8+89
33=1+3+8+21	66=3+8+55	99=2+8+89

11b Rekentrein

b1 Vul de rij aan: 2017, 1217, 800, 417, 383, 34, 349

b3 De rij wordt: 2017 a 2017-a 2a-2017 2.2017-3a 5a-3.2017
 5.2017-8a 13a - 8.2017 13.2017 - 21a 34a - 21.2017
 34.2017-55a

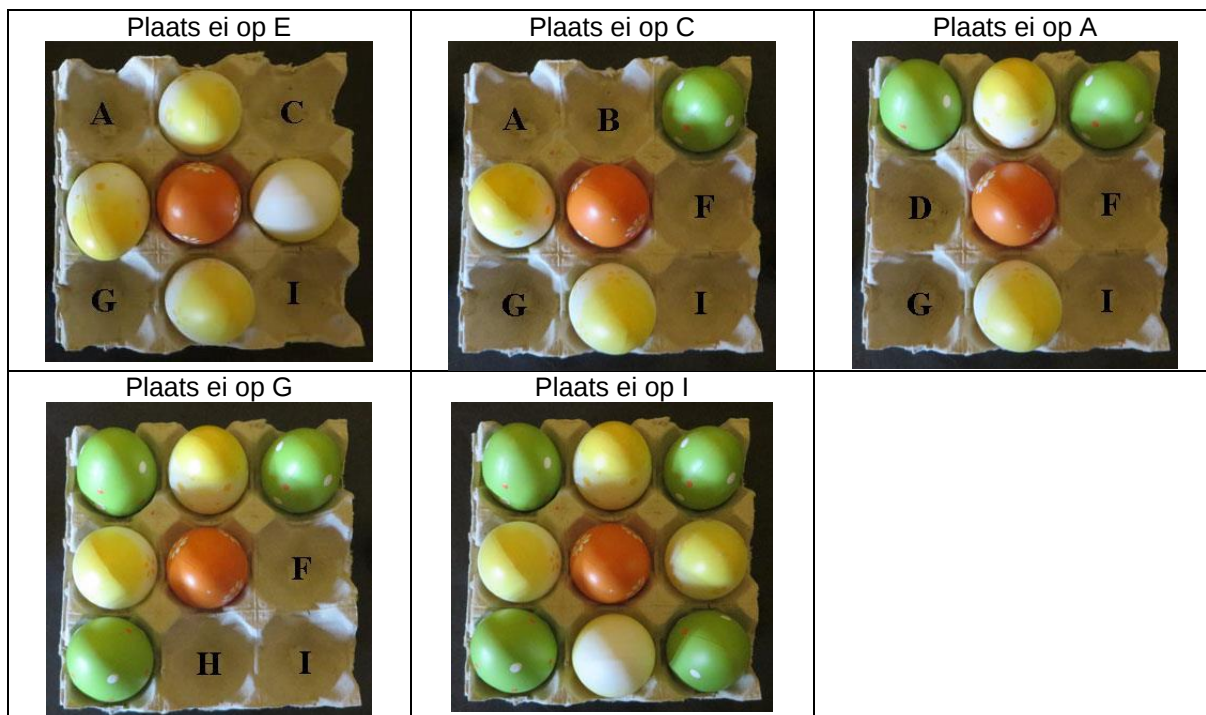
34a - 21.2017 > 0 → 34a > 21.2017 → a > 1245,8

34. 2017 - 55a > 0 → 55a < 34.2017 → a < 1246,9

Als a = 1246 vind je: 2017 1246 771 475 296 179 117 62 55 7 48

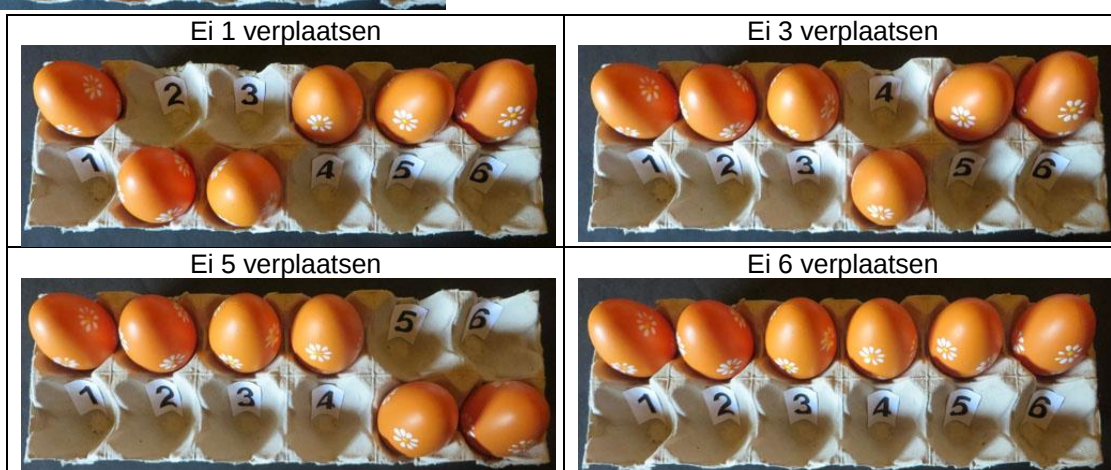
12 Paaseispeel

12a Karton eitjes vullen



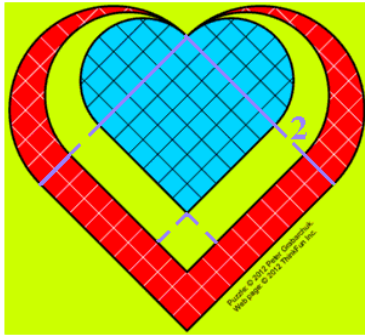
Ieder volgorde van het plaatsen op A,C,E,G en I is goed.

12b Zes eitjes op één rij



Ieder volgorde van het verplaatsen van ei 1, 3, 5 en 6 is goed.

13 Valentijn vieren
13a Hartjes van Grabarchuk



Opp. blauw = $6 \times 6 + \pi \cdot 3^2 = 36 + 9\pi$

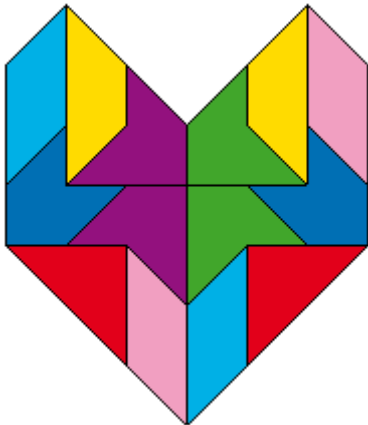
Opp. rood = $8 \times 2 + 10 \times 2 + 2 \text{ "maantjes"}$

Opp. maantje = $\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 5^2 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 4^2 = 4,5\pi$

Dus opp. rood = $36 + 9\pi$

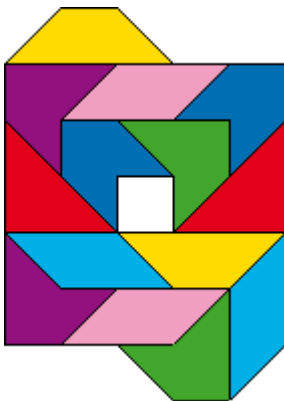
13b Pythagons

13b1



Er zijn 7 verschillende oplossingen

13b2



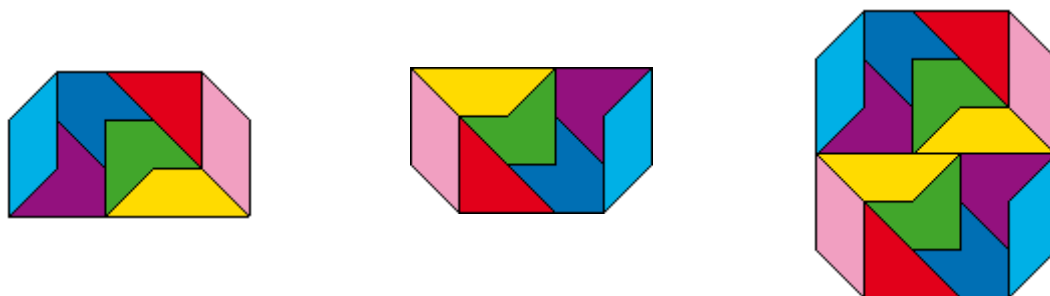
Dit is een voorbeeld van een figuur met een symmetriemiddelpunt.

Er zijn heel wat oplossingen om de vorm te vullen.

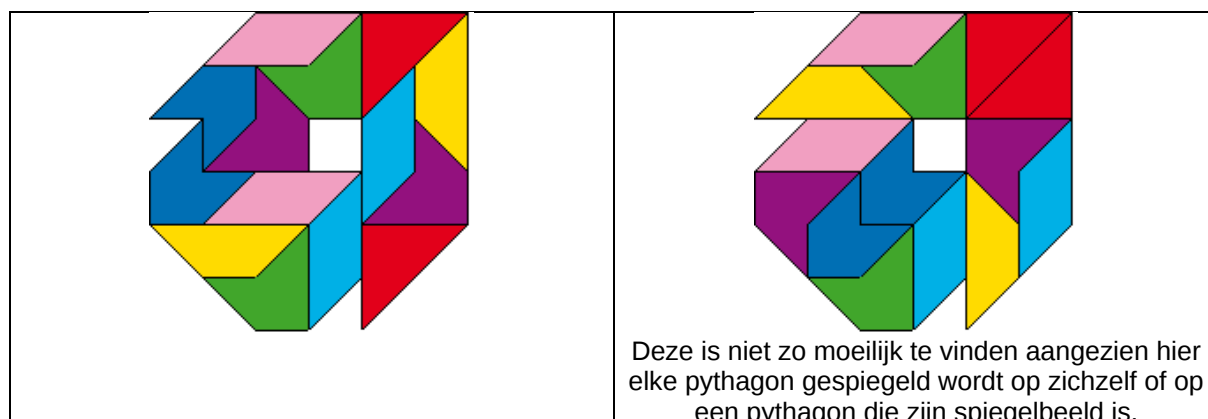
Merk op dat bij deze figuur het symmetriemiddelpunt buiten de figuur ligt.

Het gekregen pythagonpuzzeltje nl. de rechthoek van 7x4 heeft ook een symmetriemiddelpunt

Een andere veel gemakkelijker manier om een oplossing te vinden is een vorm te leggen met één set Pythagons en deze te draaien over 180° en tegen de eerste vorm aan te leggen.



13b3. Hieronder hebben 2 van de vele oplossingen getekend.



14 Priemsudoku

Dit is zeker niet de enige oplossingsmethode:

- a Mogelijke priemgetallen: 13,23,31,41,43,53 en 61. Eindigen op 1 en 3.
- b Op d3 kan 1 niet dus moet het 3 zijn.
- c Op D1 is b5 of c4 1, dus b4=3
- d a1 en f6 moeten 1 of 3 zijn => b2,c3,d4 en e5 geen 1 en geen 3 => e1=3
- e a1=3, f6=3, c6=1
- f e4=1, b5=1, f3=1
- g 63 is geen priemgetal => c4=6
- h 6 op b1, e5, d6, a3 en f2
51 en 21 is geen priem, 4 op b6, 1 op b5, 1 op f3,
2 op a6, e3 en b2, 4 op e2, 5 op c2, b3, d4, f1, a5 en e6

2	4	1	6	5	3	6
5	1	3	2	6	4	5
4	3	6	5	1	2	4
6	5	4	3	2	1	3
3	2	5	1	4	6	2
1	6	2	4	3	5	1
a	b	c	d	e	f	

15 Drie is teveel

a In de eerste beurt moet B een hartje leggen in dezelfde rechte (rij of kolom) als A deed; het doet er niet toe waar precies.

In de tweede beurt legt B zijn hartje zó dat er precies één rechte over blijft.

In de derde beurt heeft B maar één mogelijkheid

b De eerste speler wint hier altijd door eerst het centrumhokje te bezetten en in zijn tweede beurt precies één rechte (rij of kolom) leeg te laten.

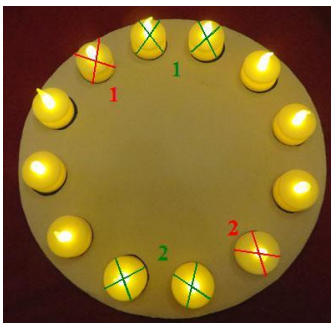
16 Chocotoffs

a. Neem 1 chocotoff uit het 1^e bakje, 2 uit het 2^e bakje enz. Aan het aantal gram dat je meer dan 150 gram weegt kun je zien welk bakje de afwijkende chocotoffs had.

Een verschillend aantal uit elk bakje nemen geeft een oplossing voor het probleem.

b. Neem uit de bakjes achtereenvolgens 1 chocotoff, 2 chocotoffs, 4 chocotoffs, 8 chocotoffs en 16 chocotoffs.

17 Lichtspel



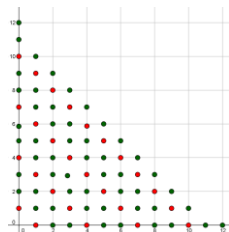
De foto moet de strategie verduidelijken.

1 is wat de eerste speler bijvoorbeeld kan doen

De tweede speler (2) kan altijd winnen door precies na te doen wat de voorganger heeft gedaan. Hij knipt het theelichtje (of de twee theelichtjes) uit dat (die) er diagonaal tegenover staat (staan).

Op zo'n manier heeft de tweede speler altijd nog een zet over en kan hij winnen.

17b



Patroon: als bijv de som van het aantal brandende lampjes 7 is, dan is dat verliezend, want alle punten met som 7 liggen op een rode lijn (met $rc = -1$).

Een zet betekent dat je één of twee van dergelijke lijnen naar O opschuift.

Als je tegenstander van een rood punt kwam, kun je hem/haar altijd weer op een rood punt zetten.