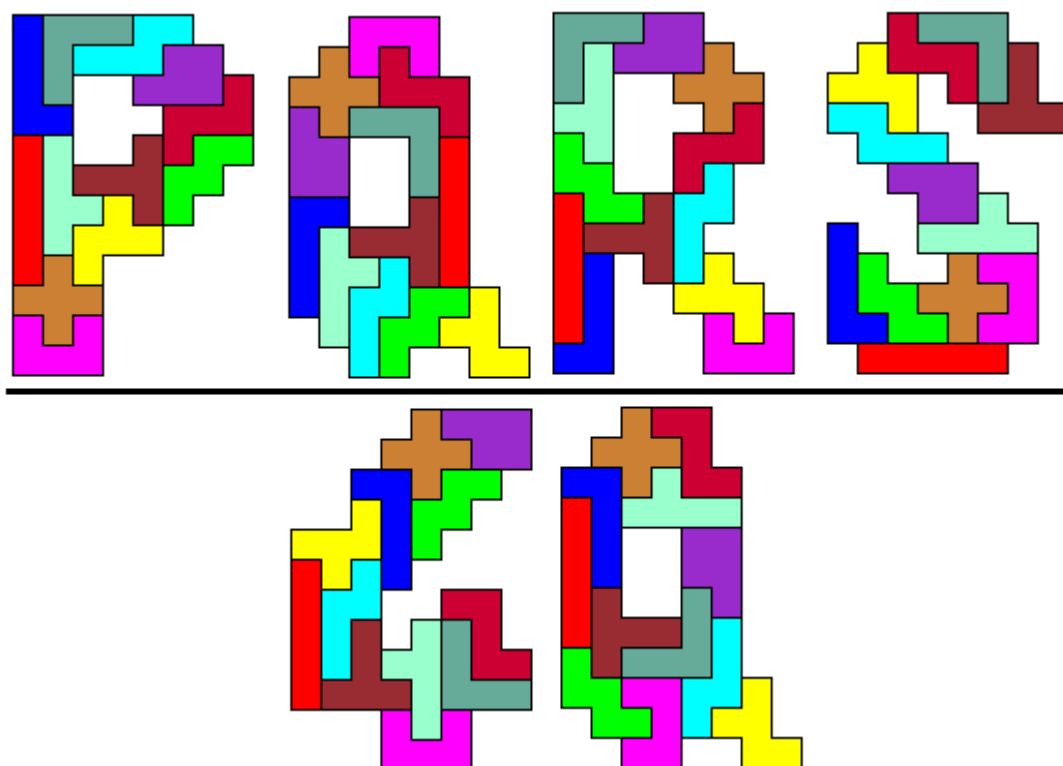
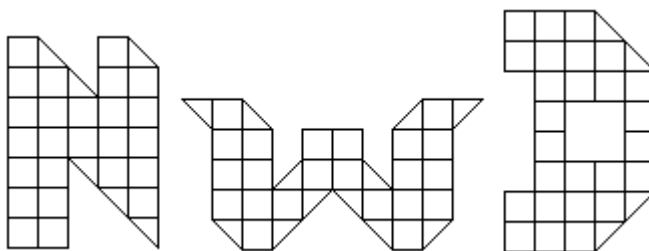




het vierde deel van Puzzels, Raadsels en Spelletjes

workshop op de 23e



3 en 4 februari $1+(2+3+4+5) \times 6 \times (7+8+9)$

**Jeanne Breeman
Odette De Meulemeester**

**vanlint-breeman@hetnet.nl
odettedm@outlook.com**

Dit vonden wij een prachtige gedachte (van A. Verleye) om onze workshop mee te beginnen.



Een paar raadsels buiten de workshop

Plaats telkens op de puntjes een bewerkingsteken zodat de vergelijkingen kloppen.

$2017 = (1+1+2+2)..... (3+3-4-4)....(5+5).....((6+6)x(7+7)+8+8+9+9)$

We hopen dat je dit jaar dubbel geniet van onze workshop

En eentje voor volgend jaar:

$2018 = 1+2+3+4.....(5.....6+7x8x9)$

Puzzel bij het voorblad

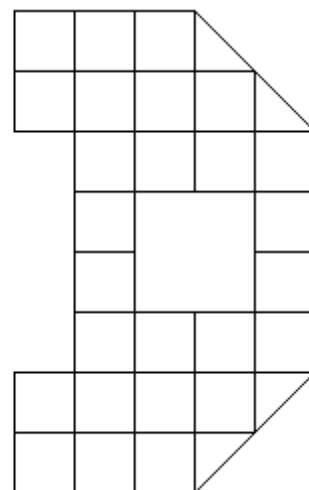
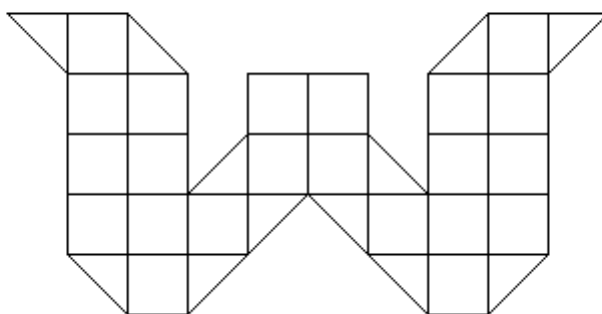
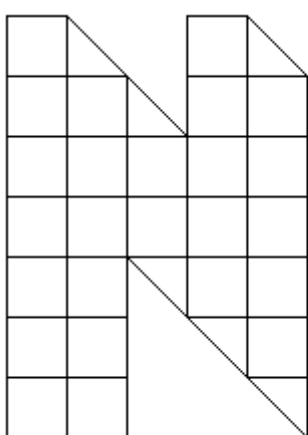
Dit jaar houdt het tijdschrift Pythagoras een ‘Pythagon-wedstrijd’. Daar haalden we de inspiratie uit voor de puzzel bij het voorblad.

Een pythagon is een vierkant van 1×1 , met twee keer daaraan vastgeplakt een gelijkbenige rechthoekige driehoek.



In totaal bestaan er zeven verschillende pythagons (spiegelsymmetrische pythagons tellen beide mee).

Je kunt nu de letters “NWD” van het voorblad, die elk bestaan uit 28 vierkantjes, vullen met telkens twee pythagonssets.



Heb je één letter kunnen vullen dan kun je de oplossing bij Odette inleveren tijdens de NWD.

Er is een voetbalsetje voor de eerste vijf juiste oplossingen.



Naam: Kamernummer:.....

Puzzel voor na de workshop.

Hieronder staat een hele mooie sudoku die uitstekend geschikt is om de Pi-dag te vieren. (Met dank aan de maker die ervoor zorgde dat er geen enkele nul in de serie cijfers zit).

Regels bij het invullen van deze sudoku:

Plaats op elke rij en op elke kolom de cijfers 1 t/m 9.

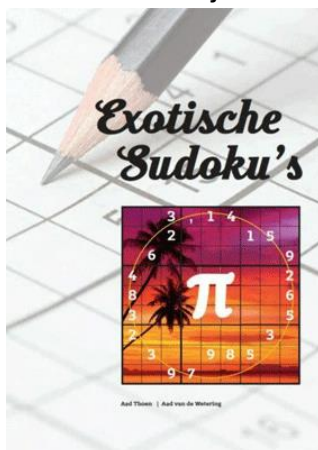
Ook de diagonalen bevatten de cijfers 1 t/m 9.

•		3		1	4			•
	•	2				1	5	
	6	•				•		9
4			•		•			2
8				•				6
3			•		•			5
2		•				•	3	
	3			9	8	5	•	
•		9	7					•

Deze opgave komt uit het boekje “Exotische Sudoku’s” van Aad Thoen en Aad van de Wetering.

Heb je de sudoku kunnen invullen dan kun je de oplossing bij Odette inleveren tijdens de NWD.

Er is een boekje voor de eerste drie juiste oplossingen.



Naam:

Kamernummer:.....

Nadien kun je nog steeds eeuwige roem verwerven op de site

<http://pentomino.classy.be/pipuzzel.html>

1a Notenveelvraat

Materiaal: aap en potjes met noten

Dit probleem komt uit de wiskundekalender “Probleem van de week” uitgegeven door Die Keure. <http://educatief.diekeure.be/vbtl/?ID=2181>
De problemen staan nu ook in ‘Mijn wiskunde Portfolio vaardigheden’.

Onze aap Chantek heeft vijftien bakjes met noten rond zich staan. In de bakjes zitten achtereenvolgens 1, 2, 3,... 15 noten. Chantek mag steeds een willekeurig aantal bakjes uitkiezen en vervolgens uit elk van deze bakjes evenveel noten opeten. In hoeveel rondes kan hij alle bakjes leeg hebben?



Oplossing gevonden? Je hebt beiden recht op een wiskunde Portfolio met gelijkaardige problemen.

1b Getal raden

Materiaal: kaartjes met meer en minder en één kaartje met goed



Eén van jullie neemt een positief geheel getal in gedachten, bijvoorbeeld een getal onder de tien. De ander mag het getal raden, en krijgt steeds een kaartje als antwoord met “goed” of “meer” of “minder”.

Speel het spel een aantal maal en bedenk een strategie.

Als je maximaal 3 vragen mag stellen (en bij de derde keer het antwoord “goed” wilt hebben), hoe groot kan het getal dan zijn?
Idem voor maximaal 5 vragen.
En voor maximaal n vragen?

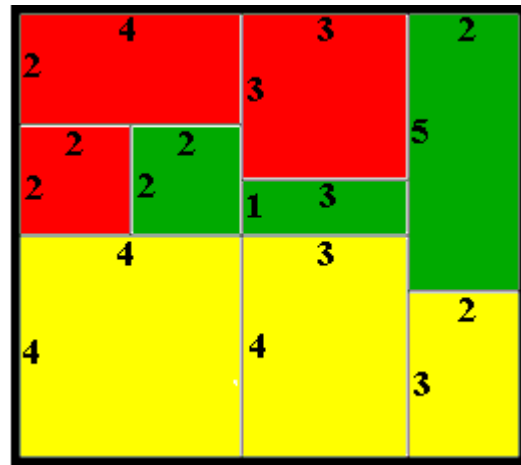
2 Kleurenpuzzel

Materiaal: 2 maal 9 stukjes met 3 verschillende kleuren, 2 maal rechthoek om stukjes op te leggen. Tip

Deze puzzel kochten we jaren terug op de Vlaamse Wiskunde dagen. Hij is niet meer te koop maar je kunt hem heel makkelijk zelf maken.

Met deze puzzel kun je ook eenvoudige oefeningen maken voor omtrek, oppervlakte en de stelling van Pythagoras. Leerlingen die dat opgelost hebben kunnen daarna puzzelen.

De opdracht is om de rechthoeken zó te leggen zodat rechthoeken van gelijke kleur elkaar niet raken, zelfs niet in een hoekpunt. Het geheel moet nog steeds een rechthoek vormen.



Moeilijker: de afmetingen van de rechthoek die de stukjes tezamen vormen wordt niet gegeven.

Je kunt proberen om een oplossing te vinden door een rechthoek te leggen met andere afmetingen (voorbeeld: 6x12).

Probeer om ter vlugst een rechthoek te vinden die aan de voorwaarde voldoet.

Lastig? Je mag de tip gebruiken

Als één van jullie beide de oplossing gevonden heeft, schrijf dan de naam van de winnaar op en stop het in doos 2.

Niet gevonden in 15 min? Neem dan een puzzeltje mee om nadien verder te zoeken.

Je mag ook een puzzeltje meenemen als je de puzzel leuk vindt.

3 SET

Materiaal: 2 doosjes SET

SET is een kaartspel dat je met twee of meer personen speelt. Het echte spel heeft meer kaarten en meer eigenschappen dan deze demoversie.

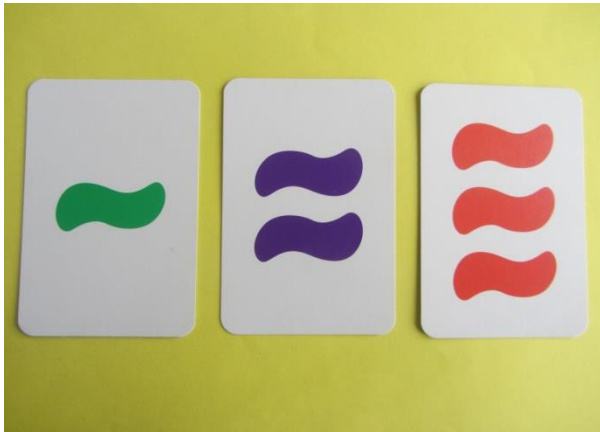
Leg een handjevol kaarten uit één doosje op tafel.

De kaarten in dit spel hebben 3 eigenschappen:

- vorm : ovaal, ruit of golf
- aantal : één of twee of drie
- kleur : rood, groen of paars

Een SET bestaat uit drie kaarten, waarbij voor ieder van de drie eigenschappen geldt:

- óf de drie kaarten hebben die eigenschap gemeen
- óf de drie kaarten hebben die eigenschap alle drie verschillend

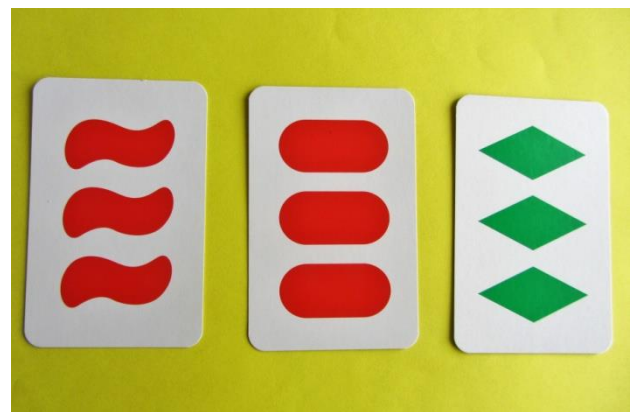


Dit is een SET want:

aantallen alledrie verschillend
kleuren alledrie verschillend
vorm alledrie gelijk

Dit is geen SET want:

aantallen zijn alledrie gelijk
vormen zijn alledrie verschillend
kleuren niet alledrie verschillend of
alledrie gelijk



Het spel wordt als volgt gespeeld:

Schud de kaarten en leg de stapel met de blinde kant boven.

Eén van jullie beide is deler en legt 6 kaarten open op tafel.

Wie in deze 6 kaarten een SET ziet roept “set” en wijst meteen de betreffende 3 kaarten aan.

Als het klopt krijg je 1 punt en pak je de 3 kaarten weg.

Als het niet klopt krijg je -1 punt en blijven de kaarten liggen.

De deler vult de openliggende kaarten op tafel weer aan tot 6 stuks.

Als je geen van beide een SET ziet, legt de deler er een 7^e kaart bij (en eventueel een 8^e, enz.).

Het spel is uit als de blinde stapel op is en als er op tafel geen SETS meer zijn.

Winnaar is degene met de meeste punten.

- Speel het spel één of meer keren.
- Bereken, zonder de kaarten te tellen, hoeveel kaarten er totaal in de stapel zitten.

- c Pak 2 willekeurige kaarten en beredeneer met welke derde kaart(en) dit tweetal een SET vormt. Pak twee andere willekeurige kaarten en doe hetzelfde. Wat is jullie conclusie?
- d Leg nu alle paarse kaarten open op tafel en probeer te beredeneren hoeveel verschillende SETS je met deze kaarten zou kunnen maken (Niet tegelijkertijd! Maak één SET, leg de kaarten terug en maak dan weer een SET).

Als jullie al bijna 15 minuten bezig zijn met deze opdracht, sla dan e) over.

- e Als er willekeurig 3 kaarten open op tafel liggen, hoe groot is dan de kans dat er een SET ligt? Je kunt dat op twee manieren berekenen.
- e1 Op hoeveel manieren kun je willekeurig 3 kaarten uit de stapel van 27 pakken?
We berekenen vervolgens het totaal aantal SETS dat mogelijk is: pak één kaart, dat kan op 27 manieren. Pak dan de tweede kaart; op hoeveel manieren kan dat? De derde kaart moet een SET vormen met de eerste twee kaarten; op hoeveel manieren kan dat? Dus hoeveel manieren heb je nu in totaal? Bedenk nu dat de SET bestaande uit de kaarten A, B en C gevonden kan worden op 6 manieren, namelijk ABC, ACB, BAC, BCA, CAB en CBA. Dus iedere SET is 6 keer meegerekend. Hoeveel verschillende SETS zijn er in totaal in het spel?
Hoe groot is dus de kans dat 3 willekeurige kaarten een SET vormen?
- e2 Veel gemakkelijker is de volgende berekening: Pak een willekeurige kaart. Pak een tweede willekeurige kaart. Hoeveel kaarten heb je nog over? Hoe groot is de kans dat de derde kaart die je pakt precies een SET met de eerste twee vormt?
- f Pak nu allebei een doosje en leg zoveel mogelijk kaarten open op tafel zonder dat er een SET ontstaat. Hoeveel kaarten liggen er? Laat ze liggen (zorg svp dat de kaarten uit de doosjes niet door elkaar raken!).
- g Als je alle kaarten open op tafel zou leggen en je ging daarna steeds een SET wegnemen, wat weet je dan van het aantal dat overblijft? Is dit reden om nog eens naar de oplossing van opdracht f) te kijken?

Op internet zijn sites waarop je iedere dag nieuwe set-puzzels kunt vinden. Deze puzzels gaan wel over het complete spel. Een voorbeeld is www.setgame.com/set.

4 Dodecaëder met twaalf quintomino's

Materiaal: zwarte regelmatige vijfhoeken gemaakt van rietjes, wasknijpers in 5 kleuren: rood, roze, wit, blauw en groen, 2 setjes van 12 vijfhoeken met elke zijde een kleurtje en 2 doosjes met 30 haarspeldjes

Deze puzzel komt uit het mooie boek "Het tweede grote breinbekerboek" van Ivan Moscovich uitgegeven bij Lannoo (puzzel 259).



- a Plaats op elke zijde van de regelmatige vijfhoek een wasknijper van een andere kleur. Hoeveel verschillende quintomino's zijn er? Een vijfhoek die door een spiegeling op een ander afgebeeld kan worden beschouwt men als dezelfde.
- b Een regelmatige dodecaëder is een driedimensionaal voorwerp met twaalf regelmatige vijfhoeken als vlakken (het is één van de platonische lichamen). Neem de vijfhoeken en maak twee zijden met dezelfde kleur aan elkaar vast met de haarspeldjes. Maak op deze manier een dodecaëder.



Oplossing gevonden? Kom je oplossing tonen en stop jouw naam in de doos “oplossingen 4”.

Lukt het niet om een oplossing te vinden maar je wil thuis verder zoeken?

Geen nood er is voor iedereen een setje om mee te nemen.

Maak het materiaal terug los alvorens terug te leggen.

5 Aan de kant

Materiaal: schaapstal en herder, doosje met nieuwe lading schapen, 2 doosjes met 10 knopen

a Schaapjes

Dit probleem komt uit de wiskundekalender “Probleem van de week” uitgegeven door Die Keure. <http://educatief.diekeure.be/vbtl/?ID=2181>

De kalenders zitten ook in onze prijzenpot. De problemen staan nu ook in 'Mijn wiskunde Portfolio vaardigheden'.



In een mooie stal zit in het midden een schaapherder die nauwlettend zijn lieve schaapjes in het oog houdt. In elke ruimte zitten vijf schapen, zoals op de foto afgebeeld staan.

In de middelste ruimte zitten vier ramen, waar de herder door kan kijken. Via elk raampje ziet hij vijftien schapen (drie kooien van elk vijf schapen).

Nu komt een nieuwe lading schapen toe. In totaal zijn er zestien nieuwe schapen, die ook in de stallen moeten worden geplaatst. Maar dat moet zo gebeuren, dat de boer uit elk raampje nog steeds vijftien schapen blijft zien.

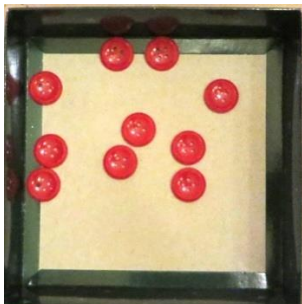
Het is toegestaan om de schapen van kooi te veranderen. Het is niet toegestaan om de brave diertjes te slachten.

Er moet minstens één schaap in elke stal zitten.

	Herder	

Maak een schets zoals hiernaast en plaats de aantallen in de kooien. Plaats jullie namen op het blaadje en stop in de doos met "oplossingen 5a".

b Krukjes



In 1993 was er op de televisie een programma "O! Zit dat zo!" met puzzels en spelletjes die uitgelegd werden door prof. Jan van de Craats. Uit het boekje met de opgaven daarvan komt de volgende opdracht:

In een kamer staan 10 ronde krukjes. Zet ze zo tegen de wanden, dat er langs elke wand evenveel krukjes staan.

Het doosje stelt de kamer voor en de knopen de krukjes. Zoek beiden een andere oplossing.

6 Dobbelen met Platonische veelvlakken (Thodi)

Materiaal: 5 bijzondere dobbelstenen



De vijf dobbelstenen hebben de vormen van Platonische lichamen, de enige vijf lichamen die in alle opzichten regelmatig zijn:

Tetraëder: vier gelijkzijdige driehoeken

Hexaëder: zes vierkanten (kubus)

Octaëder: acht gelijkzijdige driehoeken

Dodecaëder: twaalf regelmatige vijfhoeken

Icosaëder: twintig gelijkzijdige driehoeken

Je kunt kiezen welke van de twee opdrachten je maakt: ofwel 6a ofwel 6b.

6a Triojacht

naar een idee van Jorrunn Gerritsen, student van de Hogeschool IPABO.

De vijf dobbelstenen worden geworpen en het viervlak wordt apart geplaatst. De drie getallen die niet aan de onderrand van het viervlak staan zijn drie getallen waarop gejaagd wordt.

Dat jagen gaat met behulp van de vier getallen die gegooid zijn met de andere dobbelstenen. Bij deze dobbelstenen gelden de getallen die bovenop staan. Elk van die vier getallen moet één keer gebruikt worden tijdens de jacht.

Alle bewerkingen zijn toegestaan.

Voorbeeld: Op het viervlak staan de getallen 2, 3 en 4.

Met de andere stenen zijn de getallen 16, 9, 5 en 2 gegooid.

Met behulp van optellen en aftrekken is de 4 te vangen: $16+2-9-5 = 4$.

De 3 is bijvoorbeeld te vangen met $5 \times 2=10$, $10+9=19$ en $19-16=3$.

En de 2? Misschien ontsnapt die wel!

Als je één getal vangt, krijg je 1 punt, twee getallen leveren 3 punten op en vang je het hele trio dan krijg je in één klap 5 punten. Wie 10 punten totaal heeft, heeft gewonnen.

Schrijf de naam van de winnaar op een blaadje en lever dat in de doos "winnaars 6a".

6b Serie gooien

We nemen nu de tetraëder, de kubus en de octaëder en werpen daarmee. Bij het viervlak geldt het getal dat aan de onderrand staat, bij de andere twee het getal bovenop. We kijken naar de getallen van achtereenvolgens het viervlak, de kubus, de octaëder.

Alleen oplopende series tellen. Je score is:

bij een serie van twee de som van de ogen in die serie,

bij een serie van drie de som van de ogen.

Voorbeeld 1: Je gooit 4, 4, 2 met achtereenvolgens de tetraëder, hexaëder, octaëder. Je hebt geen oplopende serie gegooit, dus je score is 0 punten.

Voorbeeld 2: Je gooit 3, 2, 8. Je hebt een oplopende serie van twee gegooit: 2-8, dus je score is $2+8 = 10$.

Voorbeeld 3: Je gooit 1, 2, 8. Je hebt een oplopende serie van drie gegooit, dus je score is $1+2+8 = 11$.

Speel dit spel een aantal maal.

- a Wat is de hoogst mogelijke score? Wat is de kans daarop?
- b Wat is de kans op een serie van drie?
- c Wat is de kans dat je een score 0 gooit?

Als jullie de oplossing van 6b c) gevonden hebben, schrijf het antwoord dan op een blaadje en lever dat in, met jullie namen, in de doos "antwoord 6b-c"

7 Kleuren

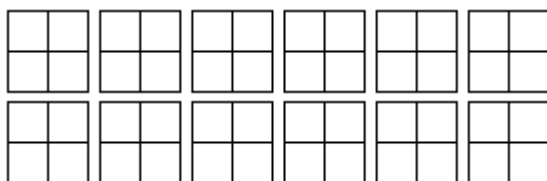
Materiaal: pot met 15 rode, 15 blauwe, 25 2x2-vierkantjes, rood en blauw kleurpotlood, raster 4x4, 6x6, 3x3, 5x5, 7x7 en 9x9, 6 rode en 6 grijze en 6 blauwe doppen

7a Bord inkleuren

We hebben een vraag van de finale van de vrijdagavondquiz van NWD 2016 een beetje uitgebreid.

Van een $n \times n$ -bord worden sommige vakjes rood gekleurd en sommige vakjes blauw. De overige vakjes blijven wit. Twee blauwe vakjes grenzen nooit aan elkaar met een zijde (eventueel wel met een hoekpunt) en twee rode vakjes grenzen nooit aan elkaar met een zijde en ook nooit met een hoekpunt.

- a1 Kleur de 2x2-vierkantjes hieronder volgens de opgegeven voorwaarden. Op hoeveel manieren kan dit?



- a2 Je hebt een 4x4-bord en een 6x6-bord. Je kunt deze borden bedekken volgens de juiste voorwaarden met de gekregen 2x2 stukjes. Doe dat zó dat het aantal witte vakjes minimaal is.
Hoeveel vakjes blijven er minimaal wit?
Veralgemeen dit voor een $n \times n$ -bord als n even is.
- a3 Leg de 2x2-stukjes, aangevuld met de enkele gekleurde vierkantjes, op het 3x3-bord volgens de voorwaarden en zó dat er zo weinig mogelijk witte vakjes zijn. Doe dit ook voor het 5x5-bord, het 7x7-bord en het 9x9-bord.

Veralgemeen nu het minimale aantal witte vakjes voor een $n \times n$ -bord als n oneven is. Merk op dat het aantal een kwadraat is. Kun je dat aantonen?

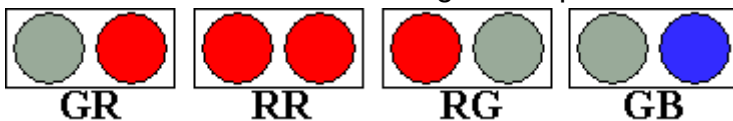
7b Rij doppen

We hebben de 3^{de} vraag van de finale van de vrijdagavondquiz van NWD 2016 een beetje veranderd.

Je hebt rode, blauwe en grijze doppen. Je legt daarmee een rijtje neer en bekijkt steeds twee doppen naast elkaar. Je wil nooit twee keer hetzelfde paar doppen hebben. Dus zo'n rijtje kan bijvoorbeeld het volgende zijn:



want deze bevat achtereenvolgens de paren:



dus niet twee keer hetzelfde paar. Je maakt je rijtje zo lang mogelijk. Hoeveel doppen kun je naast elkaar leggen?

Kan in deze rij met maximale lengte de kleur van de dop waarmee je begint en de kleur van de dop waarmee je eindigt dezelfde zijn? Kun je bewijzen dat dit niet anders kan?

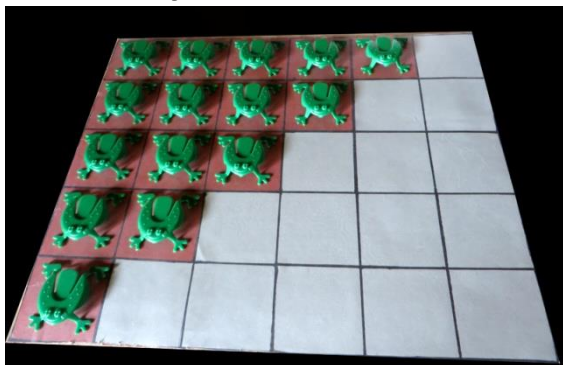
Schrijf het aantal doppen van de maximale rij en jullie namen op een blaadje en stop het in de doos bij "oplossingen 7b"

8 Een beestenboel

Materiaal:8a. bord 6x5 met 15 bruine en 15 grijze vakjes, pot met 15 groene kikkers, 9 blauwe kikkers, bord 6x5 met blauwe bollen,

Materiaal bij8b: 2x spelbord, 2x 3 rode kikkers, 2x 3 gele kikkers

8a Haasje over met kikkers



Dit raadsel komt van de mooie site van Herman Hofstede
<http://www.hhofstede.nl/raadsels/oplkaaskubus.htm>

Plaats de 15 groene kikkers op de bruine vakjes.

Kun je door haasje over (horizontaal, verticaal of diagonaal) de kikkers in de grijze vakjes brengen? Haasje over betekent dat een kikker verder komt door over een andere kikker heen te springen.

Tip: verzin voor je begint.

Lastig? Neem het bord met de blauwe bollen, zet de 9 blauwe kikkers op de bruine vakjes met de blauwe bollen en de groene kikkers op de overige bruine vakjes en speel haasje over en kijk goed wat er gebeurt.

8b Kikkers

Je kunt dit raadsel vinden op <http://www.koendenaeghel.be/zeskikkers.htm> waar je het online kunt spelen.



Plaats drie rode en drie gele kikkers op een spelbord met zeven vakjes



Het is de bedoeling dat de rode kikkers springen naar de drie meest rechtse vakjes (vakjes 5, 6 en 7) en de gele kikkers naar de drie meest linkse vakjes (vakjes 1, 2 en 3). Een kikker kan de volgende sprongen uitvoeren:

- één vakje vooruit als dit vakje leeg is,
- over één kikker heen als het vakje net achter deze kikker leeg is.

Een sprong eindigt dus steeds op een leeg vakje.

Dit moet dus het einde worden:



Als je het gevonden hebt, noteer dan de stappen die je gemaakt hebt.

Doe nu hetzelfde met 2 gele en 2 rode kikkers en 5 vakjes.

En dan ook nog met 1 gele en 1 rode kikker en 3 vakjes.

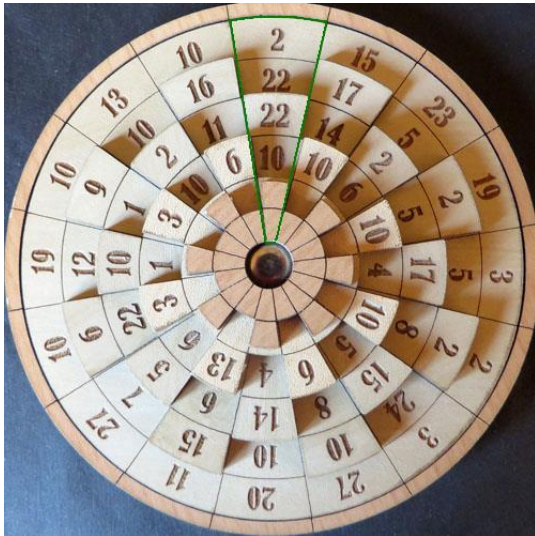
Zie je een regelmaat in het aantal stappen?

Vind je dit leuk? Je mag een kikkerspel meenemen uit de doos.

9 Puzzel van Thales

Materiaal: 2 draaischijven, 2 rekenmachines

Deze puzzel is uitgegeven door Siebenstein – Spiele



Op de oorspronkelijke uitgave zitten behalve de onderste cirkel nog 3 schijven die kunnen draaien.

Wij hebben een papieren versie gemaakt die één schijf minder heeft.

We noemen de getallen die vanuit het middelpunt naar de rand op een rij staan een “spaaak”.



De opdracht is om de schijven zó te draaien dat de som van de getallen in iedere spaaak hetzelfde is.

De originele versie kun je thuis of in de klas oplossen.

Iemand gevonden? Schrijf jullie namen en de som per spaaak op een papiertje en stop in de doos “winnaars 9”.

Wil je een moeilijker proberen? Neem er eentje mee uit “doos 9”.

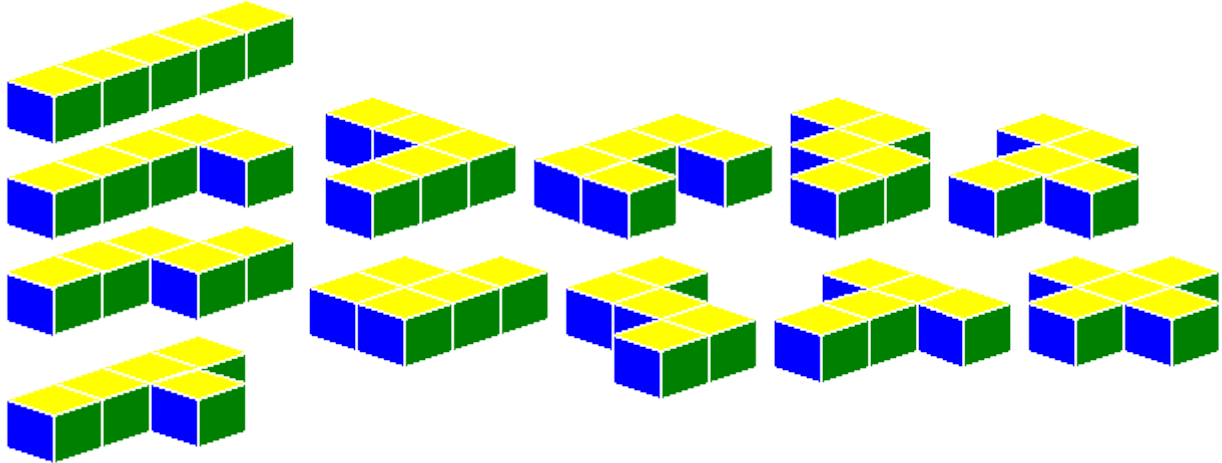
10 Pentakubussen

Materiaal: kubussen, TetraPuzzel van Kangoeroewedstrijd 2006

Meer uitleg kun je vinden op onze site <http://pentomino.classy.be>

Pentakubussen zijn vormen die ontstaan door 5 eenheidskubussen samen te voegen.

We kunnen de kubussen in één laag plaatsen.



We kunnen ook de kubussen in twee lagen plaatsen en dan vinden we er nog een aantal vormen bij.

Neem nu de blokken en maak alle pentakubussen met twee lagen.

Schrijf eerst het aantal op dat je gevonden hebt en stop het met jullie namen in de doos "antwoorden 10"

Deze opgave mag je nadien zelf nakijken: er ligt een set gemaakt in de kartonnen doos.

11 Fibonacci

Materiaal: bladen om getallen op te schrijven, 8 bierviltjes voor Fibonacci-kaartjes te maken, trein, post-its

11a Gedachten lezen met Fibonacci-kaartjes



Dit is de bekende rij van Fibonacci: 1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89...

Er bestaat een stelling van Edouard Zeckendorf die de rij van Fibonacci gebruikt.

Stelling: elk natuurlijk getal kan op precies één manier geschreven worden als de som van niet-opeenvolgende getallen uit de rij van Fibonacci.

Het bewijs wordt gegeven met volledige inductie en is niet moeilijk. Je kunt het vinden op https://nl.wikipedia.org/wiki/Stelling_van_Zeckendorf

- a1 Schrijf de getallen 1 t.e.m. 40 als som van Fibonacci getallen op de bladen. Als het getal zelf een Fibonacci-getal is, dan bestaat de "som" maar uit één term: het getal zelf.
Maak hiermee je eigen Fibonaccikaartjes. Op elk kaartje (bierviltje) staat reeds één van de Fibonacci getallen. Zet ieder van de getallen 1 t.e.m. 40 op de kaartjes waar het de som van is.
Bijv. $12 = 8 + 3 + 1$, dus je zet 12 op de kaartjes van 1, 3 en 8
Bijv. 13 is zelf al Fibonacci getal, dus dat staat al op dat kaartje.
(De kaarten van Fibonacci zijn bedacht door de Canadese wiskundige Roger V. Jean om een natuurlijk getal te raden van 1 tot 75, maar je kunt een set maken tot een getal naar eigen keuze).
- a2 Een van jullie neemt een getal kleiner dan 40 in gedachten en somt de nummers op van de kaarten waarop dit getal zich bevindt. De persoon die moet raden over welk getal het gaat, moet alleen maar de som bepalen van de kleinste getallen op de aangeduide kaarten.

Vind je dit leuk? Je kunt uit de doos een setje meenemen waarmee je een getal tot 100 kunt raden.

11b Rekentrein

Het idee komt van een klassenklus uit het tijdschrift 'Volgens Bartjens'

Op hun site kan je heel veel rekenpuzzels (met antwoorden) vinden.

<http://www.volgens-bartjens.nl/nl/doen/ei-van-columbus/>



De onderstaande rij bevat alleen positieve getallen.

- b1 Vul de rij aan: 2017, 1217, 800, 417, 383,...
- b2 Maak nu zelf een rij met dezelfde eigenschap, de rij begint met 2017 en moet zoveel mogelijke termen hebben.
- b3 Begin je rij met 2017, a, ... Maak nog minstens 8 termen en gebruik dan de eigenschap dat alle getallen positief moeten zijn. Wat vind je en hoe lang wordt je rij nu?

Zet de getallen van de langste rij op de post-its, plak op de trein en noteer jullie naam op de trein en doe de trein in de doos “oplossingen 11b”.

12 Paaseispeel

Materiaal: tweemaal 3x3 karton, tweemaal 9 eitjes, tweemaal 2x6 karton, blaadje voor antwoorden

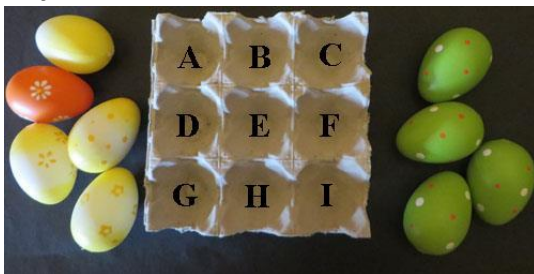
a Karton eitjes vullen

In deze opgave bedoelen we met aangrenzende vakken: vakken die een zijde gemeen hebben.

We starten met een leeg 3x3 karton dat met eitjes moet gevuld worden.

Dit gebeurt echter op een speciale manier:

Als we een ei in een vakje plaatsen dan moeten we meteen ook een ei plaatsen in elk aangrenzend leeg vak. Bevat een aangrenzend vak al een ei dan nemen we dat er juist uit.



Bijvoorbeeld: als je een ei plaatst in vakje B dan moet je ook een ei in A,C en E zetten.



Plaats je daarna een ei in vak F dan moet je uit C en E het ei wegnemen en in I een ei zetten.



Hoeveel stappen is het minimum om het karton volledig met eitjes te vullen?

b. Zes eitjes op één rij

De beginsituatie is als volgt: In het bakje met twee rijtjes van zes zijn twee eitjes op de eerste rij namelijk 1 en 3 en vier eieren op de andere rij op de andere plaatsen.



Men kan een ei van rij verplaatsen, maar dan veranderen ook de twee burens van rij (of de enige buur als het over ei 1 of ei 6 gaat).

Voorbeeld: plaatst men vanuit de beginsituatie ei 3 op de tweede rij dan komen ei 2 en ei 4 op eerste rij.



Hoeveel eitjes moet men minimaal verplaatsen opdat alle zes de eitjes zich op de tweede rij bevinden?

Vul het blaadje voor antwoorden in en stop het in de doos "oplossingen 12"

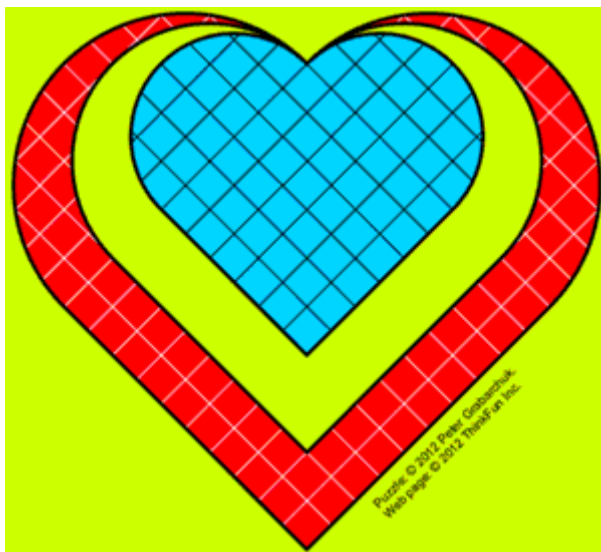
13 Valentijn vieren

Materiaal: 2 Pythagonssets en 2 harten om op te vullen, ruitjespapier. Tip bij 13b

a Hartjes van Grabarchuk

Op zijn site <http://www.grabarchukpuzzles.com> vind je nog veel meer puzzels.

Welk deel heeft de grootste oppervlakte, het rode of het blauwe?



Pythagons

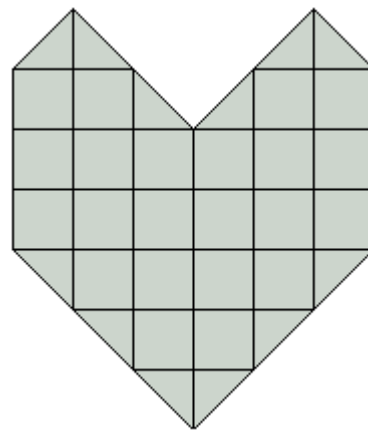
Dit jaar houdt het tijdschrift Pythagoras een 'Pythagon-wedstrijd'.

Een pythagon is een vierkant van 1×1 met twee keer daaraan vastgeplakt een gelijkbenige rechthoekige driehoek.



In totaal bestaan er zeven verschillende pythagons (spiegelsymmetrische pythagons tellen beide mee).

b1 Je krijgt een hart met een verticale symmetrieas. Vul dit hart met juist twee pythagonsets



Heeft één van jullie beide het gevuld? Kom het even tonen. Je hebt recht op een pythagonpuzzeltje.

Het is mogelijk van één helft te vullen met een pythagonset. De andere helft is het spiegelbeeld. Bij spiegelen/symmetrie hoef je alleen op de vorm te letten, niet op de kleur.

Teveel tijd nodig? Kijk op de tip van 13b waarbij reeds de ene helft van het hart gevuld is.

b2 Maak een vorm met twee sets pythagons die een symmetriemiddelpunt heeft.

b3 Maak een vorm met twee sets pythagons die een symmetrieas heeft die niet dezelfde richting heeft als één van de richtingen van de zijden van de vierkantjes van de pythagons

Teken de gevonden figuren op een blaadje en noteer je namen en stop in de doos "oplossingen 13b2 en 13b3"

14 Priemsudoku

Materiaal: sudokuborden, cijfers 1 t/m 6, blaadje om de oplossing in te vullen.

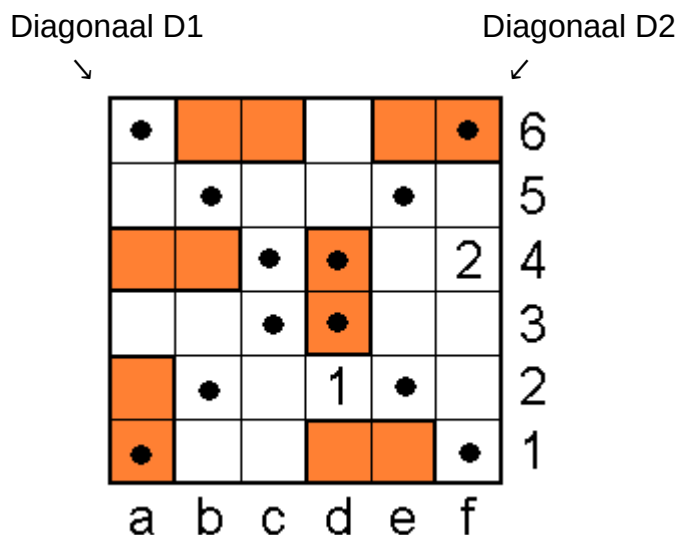
Onze inspiratie komt uit het schitterend boekje "Exotische sudoku's" van Aad Thoen en Aad van de Wetering. Er staan twee leuke sudoku's in om de Pi-dag (3,14 d. w. z. 14 maart) te vieren. Ook voor Valentijn kun je een leuke sudoku vinden. Omdat we willen dat je niet meer dan 15 min per opdracht nodig hebt, vroegen we Aad om een sudoku te maken met grootte 6x6.

Regels bij het invullen van deze sudoku:

Plaats op elke rij en op elke kolom de cijfers 1 t/m 6.

Ook de diagonalen bevatten de cijfers 1 t/m 6.

In de zes oranje domino's staan priemgetallen (dus hier getallen die bestaan uit 2 cijfers, van links naar rechts of van boven naar onder gelezen).



Probeer eerst samen zoveel mogelijk van de oplossing te vinden.

Als je niet verder kunt, kun je gebruik maken van de volgende hulpstappen:

- Wat zijn de mogelijke priemgetallen?
- Beredeneer wat er op d3 komt.
- Op a1 en e1 komen 1 en 3. Dus f1 is niet 1.
Bekijk nu c6 en f6 en kijk vervolgens waar op D1 de 1 kan komen. Weet je nu B4?
- Kijk nu naar a1 en f6. Wat weet je van de drieën op D2 en wat betekent dat voor kolom e?
- Vul nu van ieder priemgetal het 2^e cijfer in.
- Waar komt de 1 op rij 4? Vul alle cijfers 1 in.
- Ga nu naar de 6 kijken op rij 4.
- Vul nu alle zessen in en maak de sudoku verder af

Als jullie de hele sudoku gevonden hebben doe dan het blaadje met de oplossing in de doos "oplossingen 14".

15 Drie is teveel

Materiaal: bord 3x3, 9 hartjes

Boter, kaas en eieren is een bekend spel dat iedereen weleens gespeeld heeft.

We spelen nu de volgende variant:



- a Op een 3 x 3 veld leg je om beurten een hartje. Verloren heeft degene die als eerste een rij of kolom volmaakt (geen diagonaal dus).
Speel het spel een aantal maal en kijk of de eerste of de tweede meestal wint. Hebben jullie een strategie gevonden?
- b Nu verliest degene die of een rij of een kolom of een diagonaal volmaakt.
Probeer ook hier een strategie te vinden.
Wie heeft het meest gewonnen? Die krijgt het bordje en de negen hartjes.
- c Waarom is wiskunde toch zo'n mooi vak? Als het goed is hebben jullie gemerkt dat in opdracht a) meestal de tweede wint. Als je alle mogelijkheden uitschrijft blijkt de winst-verhouding 17 : 53 te zijn. Maar... als je een goede strategie hebt kan de tweede altijd winnen!

De oplossing is te vinden in het tijdschrift Pythagoras, jaargang 21, nummer 1, blz 16.
Dit is te vinden op de site pyth.eu.

16 Chocotoffs

Materiaal: 5 bakjes met chocotoffs



a Bakjes chocotoffs

Je hebt vijf bakjes met chocotoffs. In 4 bakjes zitten chocotoffs van 10 gram en in 1 bakje zitten chocotoffs van 11 gram. Ze zien er helaas precies hetzelfde uit.

Hoe vind je met één weging op een weegschaal in welk bakje de chocotoffs van 11 gram zitten?

b Nog meer bakjes

Je hebt weer 5 bakjes met chocotoffs, in sommige bakjes zitten chocotoffs van 10 gram en in de andere zitten chocotoffs van 11 gram. Je weet niet hoeveel er van ieder soort zijn. Kun je het nu ook bepalen met precies één weging?

Oplossing gevonden? Jullie hebben recht aan het einde van de workshop op 5 chocotoffs.

17 Lichtspel

Materiaal: karton en 12 theelichtjes, vel ruitjespapier, rode en groene stift

a Doe de 12 theelichtjes aan (onderaan zit een drukknopje) en plaats ze in een cirkel, op de aangeduide plaatsen op de karton.



Om beurt doe je één of twee theelichtjes, die naast elkaar staan, uit.

Wie het laatste theelichtje kan uitdoen wint het.

Speel dit spel een aantal keer en probeer een winnende strategie te vinden. Kan dan de eerste of de tweede altijd winnen?

Als jullie een strategie gevonden hebben, schrijf die dan kort op en doe deze met jullie namen in de doos “oplossingen 17a”.

b Je begint weer met alle lichtjes brandend. Maar nu geldt: Wie het laatste lichtje uitdoet verliest!

Speel het spel een aantal maal.

Wie wint er het meest? Hebben jullie een strategie gevonden?

Om de strategie te bepalen doen we het volgende:

Neem een vel ruitjespapier en zet daarop een assenstelsel met op beide assen de getallen 0 t/m 12.

Een punt op dit papier betekent het aantal lampjes dat nog brandt. Bijv (3,0) betekent dat er 3 lampjes naast elkaar branden. (5,2) betekent dat er 5 lampjes naast elkaar branden en los daarvan nog 2.

Degene die begint probeert er voor te zorgen dat, wat zijn tegenstander ook heeft gedaan, de brandende lampjes in maximaal twee groepjes staan. Zo blijft de situatie die je voor je hebt altijd in het assenstelsel passen.

Als je aan de beurt bent en er zijn nog 2 lampjes naast elkaar aan, dan kun je winnen. Geef (2,0) en (0,2) een groene stip.

Als je aan de beurt bent en er zijn 4 lampjes naast elkaar aan, dan verlies je. Ga dit na. Geef nu (4,0) en (0,4) een rode stip.

Vul nu nog een aantal punten in totdat je een patroon ziet.

Een zet betekent dat je één of twee lampjes uitdoet en dat dus het aantal brandende lampjes met één of twee vermindert. Wat betekent dat in je assenstelsel?

Kunnen jullie de winnende strategie nu onder woorden brengen?

Speel het spel nu nog eens.

SPONSORS

 NVORWO Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken-Wiskundeonderwijs		
 NEDERLANDSE VERENIGING VAN WISKUNDELERAREN		
		
		
		
		