Oneindig klein: wat kan er (niet) zonder ε-δ?

Werkblad: de functie van Thomae

$$t(x) = \begin{cases} \frac{1}{q} & \text{als } x \text{ rationaal is en } x = \frac{p}{q} \text{ met ggd}(p,q) = 1 \text{ en } q > 0 \\ 0 & \text{als } x \text{ irrationaal is} \end{cases}$$

Even verkennen

$t\left(\frac{2}{3}\right) = \cdots$

$t\left(\frac{7}{3}\right) = \cdots$

$t\left(\frac{\pi}{3}\right) = \cdots$

$t(1) = \cdots$

$t(-0{,}03) = \cdots$

$t(3{,}14) = \cdots$

Periodiek?

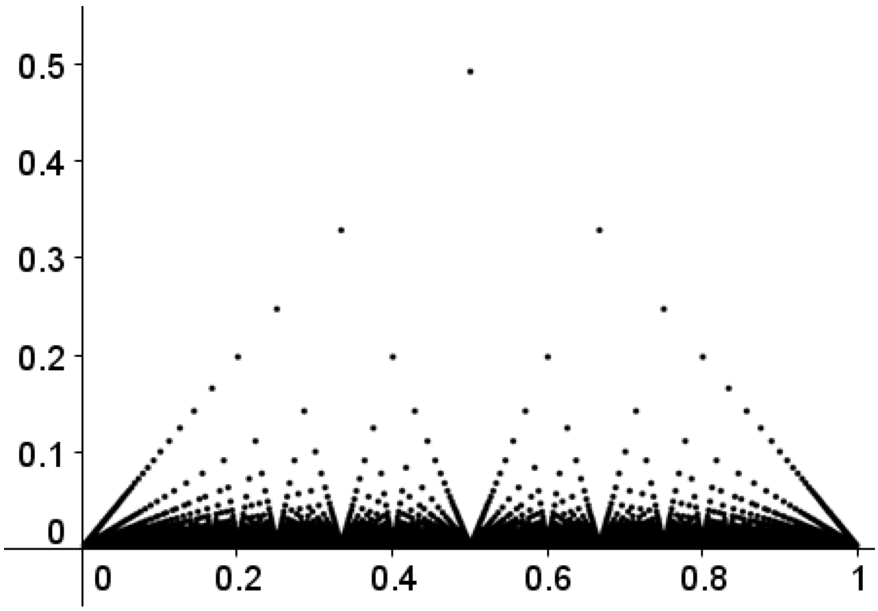
Limieten

Hier zie je de grafiek, beperkt tot het open interval $]0,1[$.

$$\lim_{x\to a} t(x) = \cdots$$

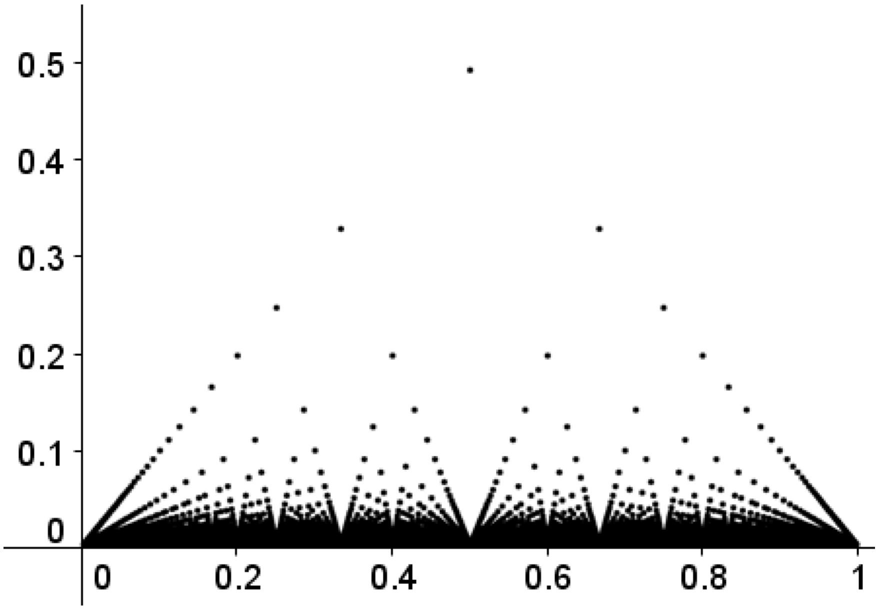
Maakt het uit of a rationaal is of irrationaal?

Kun je het bewijzen?



Wat besluit je hieruit over de **continuïteit** van de functie van Thomae?

Integraal



We gaan op zoek naar

$$\int_0^1 t(x)\mathrm{d}x = ?$$

- **ondersommen**

  $s_n = \cdots$

  $\lim_{n\to\infty} s_n = \cdots$

- **bovensommen**

  We willen bewijzen: $\lim_{n\to\infty} S_n = \cdots$

  Dus is te bewijzen:

  $\forall \varepsilon > 0 \colon \exists\, k\colon\ n > k \Rightarrow \cdots$

  Bewijs dit.