Vrijdagavondquiz NWD 2016

Stichting Nederlandse Wiskunde Olympiade

vrijdag 5 februari 2016

Presentatie:

Marjolein Kool
Quintijn Puite

Jury:

Birgit van Dalen
Melanie Steentjes

Samenstelling:

Birgit van Dalen
Quintijn Puite

Voorronde

Spelregels

- Elke vraag is meerkeuze: A of B
- Elke vraag 20 seconden de tijd
- Bordje opsteken zodra de tijd om is
- Wie het fout heeft, legt stembordje onder stoel
- Wie het goed heeft, gaat door
- Ongeveer 8 finalisten

NEDERLANDSE WISKUNDE OLYMPIADE

Vraag 0

Even inkomen

Vraag 0 – Even inkomen

De hoeveelste NWD is dit?

A

de 21e

B

de 22e

Uitwerking vraag 0

- Het is de 22e NWD!

Conclusie: B

Vraag 1

Boer zoekt vrouw

Vraag 1 – Boer zoekt vrouw

Boer Tom doet mee aan Boer zoekt Vrouw. Hij heeft 1000 brieven gekregen. Een brief lezen kost hem 5 minuten. Hij trekt er 8 uur per dag voor uit om brieven te lezen. Na hoeveel (hele) dagen heeft hij alle brieven gelezen?

A

10

B

11

Uitwerking vraag 1

- Tom leest 12 brieven per uur en dus 96 brieven per dag.
- Na 10 dagen heeft hij 960 brieven gelezen.
- Op de 11e dag leest hij dus de 1000e brief.

Conclusie: B

Vraag 2

Getallenrij

Vraag 2 – Getallenrij

Sietske beweert: “Als van een rij van 100 getallen het 100e getal precies het gemiddelde is van de overige 99 getallen, dan is het 100e getal ook het gemiddelde van alle 100 getallen.” Is deze bewering waar of niet waar?

A

Waar

B

Niet waar

NEDERLANDSE WISKUNDE OLYMPIADE

Uitwerking vraag 2

- Als je 99 getallen hebt en er eentje toevoegt die gelijk is aan het gemiddelde, dan verandert het gemiddelde niet.
- Of met een berekening: als het gemiddelde van de 99 getallen d is en het 100e getal dus ook d is, dan is de som van de 99 getallen $99d$ en de som van de 100 getallen $99d + d = 100d$, dus het gemiddelde van die 100 getallen is weer d.
- Dus de bewering is waar.

Conclusie: A

Vraag 3

Appels

Vraag 3 – Appels

Bassie en Adriaan eten beiden een bolvormige appel. De straal van Bassies appel is anderhalf keer de straal van Adriaans appel. Bassie eet de appel voor de helft op en Adriaan eet van zijn appel drie kwart op. Wie eet het meeste?

A

Adriaan

B

Bassie

Uitwerking vraag 3

- Als Bassies appel anderhalf keer zo groot zou zijn in volume en hij eet er de helft van op, dan eet hij precies evenveel als Adriaan (die driekwart van zijn appel op eet).
- Maar de straal van Bassies appel is al anderhalf keer zo groot, dus het volume is $(\frac{3}{2})^3$ keer zo groot.
- Bassie eet dus veel meer appel dan Adriaan.

Conclusie: B

Vraag 4

Koekjes

Vraag 4 – Koekjes

Een gewoon pak koekjes bevat 50 koekjes voor 3,99 euro. Een voordeelpak bevat 60 koekjes voor 4,99 euro. Welk pak is per koekje het goedkoopst?

A

Het gewone pak

B

Het voordeelpak

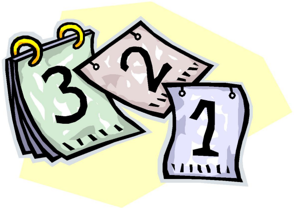
Uitwerking vraag 4

- Als je het voordeelpak koopt, betaal je ten opzichte van het gewone pak 1 euro extra voor 10 koekjes.
- De laatste 10 koekjes zijn dus 10 cent per stuk.
- De eerste 50 koekjes zijn echter minder dan 5 euro, dus minder dan 10 cent per stuk.
- Gemiddeld zijn de koekjes in het voordeelpak daarom duurder.

Conclusie: A

Vraag 5

Dagen van de week



Vraag 5 – Dagen van de week

Als het gisteren twee dagen na de dag was dat het overmorgen vrijdag was, welke dag is het dan vandaag?

A

donderdag

B

zaterdag

Uitwerking vraag 5

- Twee dagen na de dag dat het overmorgen vrijdag was, is het vrijdag.
- Gisteren was het dus vrijdag, dus vandaag is het zaterdag.

Conclusie: B

Vraag 6

Terras

Vraag 6 – Terras

In een tuin wordt een cirkelvormig terras aangelegd, bestaande uit drie ringen. De binnenste ring bevat rode bakstenen, de tweede ring bevat witte bakstenen en de buitenste ring bevat blauwe bakstenen. De grenzen tussen de ringen zijn cirkels met straal 1, 2 en 3. Zie de tekening hiernaast.

Waarvan zijn er meer: blauwe bakstenen of witte en rode bakstenen samen?

A

Blauwe

B

Witte en rode

Uitwerking vraag 6

- De witte en rode bakstenen vormen samen een cirkel met straal 2. Alle bakstenen samen vormen een cirkel met straal 3.
- Een cirkel met straal 3 heeft $\frac{9}{4}$ keer zoveel oppervlakte als een cirkel met straal 2, dus meer dan twee keer zo veel.
- Dus er zijn meer blauwe dan witte en rode samen.

Conclusie: A

NEDERLANDSE WISKUNDE OLYMPIADE

Vraag 7

Sjoelen

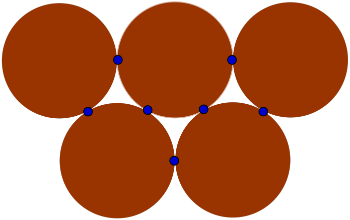
Vraag 7 – Sjoelen

Vijf sjoelstenen (cirkelschijven) worden op een tafel tegen elkaar aan geduwd, zodat zoveel mogelijk sjoelstenen elkaar raken. Hoeveel raakpunten zijn er maximaal?

A	B
6	7

Uitwerking vraag 7

- Er zijn maximaal zeven raakpunten:



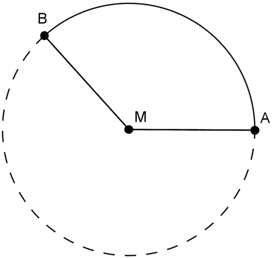
Conclusie: B

Vraag 8

Kortste route

Vraag 8 – Kortste route

Punten A en B liggen op een cirkel, zodat precies eenderde van de omtrek van de cirkel tussen A en B ligt. Je moet van A naar B rijden. Wat is korter: de route over de cirkelboog of de route over twee rechte lijnstukken via het middelpunt?



A

over de cirkelboog

B

via het middelpunt

Uitwerking vraag 8

- Noem de straal van de cirkel r.
- De route via het middelpunt is $2r$.
- De route via de cirkelboog is $\frac{1}{3} \cdot 2\pi r = \frac{2}{3}\pi r$.
- Omdat $\pi > 3$ geldt $\frac{2}{3}\pi r > 2r$.
- Dus de route via het middelpunt is korter.

Conclusie: B

Vraag 9

Spiekbriefje

DOCENTEN
NOEMEN HET SPIEKEN

WIJ NOEMEN HET
TEAMWORK

Loesje

loesje@loesje.nl
www.loesje.nl/school

NEDERLANDSE
WISKUNDE
OLYMPIADE

Vraag 9 – Spiekbriefje

In de gymzaal maken 30 leerlingen een examen. Ze zitten in één lange rij achter elkaar. Aan de 7e tafel van voren zit een slimme leerling die alle goede antwoorden op een briefje schrijft. Dat briefje wordt doorgegeven van tafel naar tafel zodat uiteindelijk elke leerling het in handen heeft gehad. Hoe vaak is het briefje minimaal doorgegeven?

A

35 keer

B

36 keer

Uitwerking vraag 9

- Het briefje moet eerst naar voren naar tafel 1; dat gaat met 6 keer doorgeven.
- Daarna moet het briefje van tafel 1 helemaal naar tafel 30 toe; dat gaat met 29 keer doorgeven.
- Totaal wordt het dus minstens 35 keer doorgegeven.
- (Eerst naar tafel 30 en daarna pas naar 1, of tussendoor vaker heen en weer, kost natuurlijk meer keer doorgeven.)

Conclusie: A

NEDERLANDSE WISKUNDE OLYMPIADE

Vraag 10

Positief en negatief

NEDERLANDSE WISKUNDE OLYMPIADE

Vraag 10 – Positief en negatief

We bekijken reële getallen a en b met $|a + b| > |b|$. Precies één van de twee volgende beweringen is waar voor al zulke paren:

- Bewering 1: als $b > 0$ dan geldt ook $a > 0$.
- Bewering 2: als a en b verschillende tekens hebben, dan geldt $|a| > 2|b|$.

Welke bewering is waar?

A

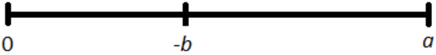
Bewering 1

B

Bewering 2

Uitwerking vraag 10

- Bewering 1 is niet waar: neem bijvoorbeeld $a = -3$ en $b = 1$. Dan is $b > 0$ en $|a + b| > |b|$, maar toch geldt niet $a > 0$.
- Bewering 2 is wel waar. Als a en b verschillende tekens hebben, dan hebben a en $-b$ hetzelfde teken en geeft $|a + b|$ de afstand tussen die twee getallen weer. Gegeven is $|a + b| > |b|$, dus de afstand tussen a en $-b$ is groter dan de afstand tussen 0 en $-b$. Dat betekent dat a meer dan twee keer zo ver weg ligt van 0 als $-b$. Dus $|a| > 2|b|$.



Conclusie: B

Finale

Spelregels

- Zeskeuzevragen
- Antwoord weergeven met dobbelsteen
- Beschikbare tijd iets langer dan bij voorronde; het muziekje gaat pas later aan
- Aantal punten variabel per vraag
- Totaal 95 punten

NEDERLANDSE WISKUNDE OLYMPIADE

Vraag 1

Stoplichten

- 18 punten

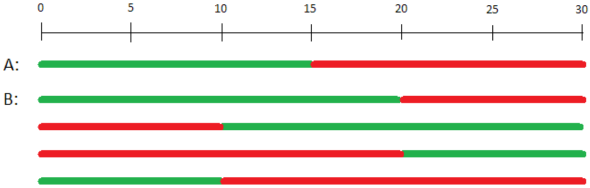
Vraag 1 – Stoplichten

Voetgangersstoplicht A is steeds 15 seconden groen en 15 seconden rood. Voetgangersstoplicht B is steeds 20 seconden groen en 20 seconden rood. Ze springen op een gegeven moment precies tegelijk op groen. Als je vanaf dat moment 2 minuten lang naar de stoplichten kijkt, hoeveel seconden daarvan staan de stoplichten dan allebei tegelijk op groen?

15	30
20	40
25	45

Uitwerking vraag 1

- We bekijken één cyclus van A; die duurt 30 seconden.
- We tekenen in vier stukken wat B dan doet:



- Op elk moment in de cyclus van A is B twee keer groen en twee keer rood.
- Dus samen groen gedurende $2 \cdot 15 = 30$ seconden.
- (Dat is een kwart van de tijd, ook als ze niet tegelijk op groen springen aan het begin!)

Conclusie:  30

NEDERLANDSE WISKUNDE OLYMPIADE

Vraag 2

Vakjes verven

- 15 punten

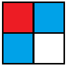
Vraag 2 – Vakjes verven

Van een 10×10-bord worden sommige vakjes rood gekleurd en sommige vakjes blauw. De overige vakjes blijven wit. Twee blauwe vakjes grenzen nooit aan elkaar met een zijde (eventueel wel met een hoekpunt) en twee rode vakjes grenzen nooit aan elkaar met een zijde en ook nooit met een hoekpunt. Hoeveel vakjes blijven er minimaal wit?

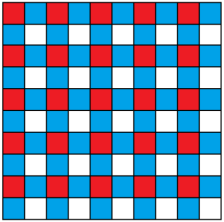
- 10
- 25
- 30
- 36
- 40
- 50

Uitwerking vraag 2

- In een 2×2-vierkant kan hooguit 1 vakje rood zijn en hooguit 2 blauw.



- Per 2 × 2-vierkant is er dus minstens 1 vakje wit.
- We kunnen dit patroon voortzetten over het hele bord:



- Dus het kleinste aantal vakjes wit is 25.

Conclusie:  25

Vraag 3

Paprika's

- 21 punten

Vraag 3 – Paprika's

Jamie heeft een rode, een gele en een oranje paprika in blokjes gesneden. Hij legt een rijtje blokjes neer en bekijkt steeds twee blokjes naast elkaar. Hij wil nooit twee keer hetzelfde paar blokjes hebben. Dus zijn rijtje kan bijvoorbeeld GRRGO zijn, want deze bevat achtereenvolgens de paren GR, RR, RG, GO, dus niet twee keer dezelfde. Hij maakt zijn rijtje zo lang mogelijk. Hoeveel blokjes legt hij naast elkaar?

- 6
- 7
- 9
- 10
- 12
- 18

Uitwerking vraag 3

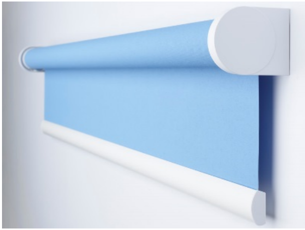
- Er zijn $3 \cdot 3$ mogelijke paren blokjes (3 opties voor het linkerblokje, 3 voor het rechterblokje).
- In een rijtje van 10 blokjes hebben we precies 9 paren, dus het rijtje bevat hooguit 10 blokjes.
- Een rijtje van 10 blokjes kan ook echt: RRGGOOROGR.

Conclusie:  10

Vraag 4

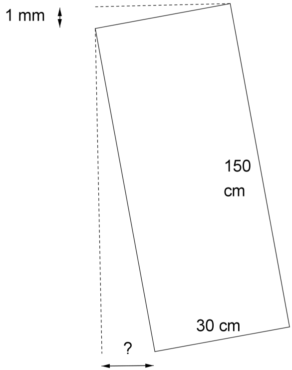
Rolgordijn

- 16 punten



Vraag 4 – Rolgordijn

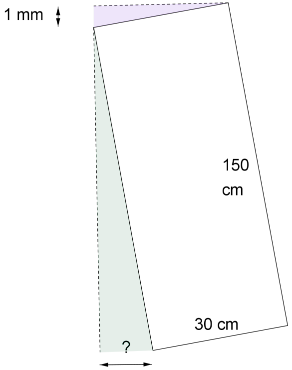
Een rolgordijn van 30 bij 150 cm wordt opgehangen, waarbij het ophangpunt links per ongeluk 1 mm lager komt dan het ophangpunt rechts. Hoeveel hangt de linker onderhoek van het gordijn uit het lood?



- 1 mm
- 1,5 mm
- $\sqrt{3}$ mm
- 3mm
- 5 mm
- 10 mm

Uitwerking vraag 4

- In de figuur ontstaan twee gelijkvormige driehoeken: de driehoek bovenin heeft korte zijde 1 mm en schuine zijde 30 cm; de driehoek links heeft schuine zijde 150 cm.
- De gelijkvormigheidsfactor is dus 5.
- Dus de korte zijde van de driehoek links is 5 mm.

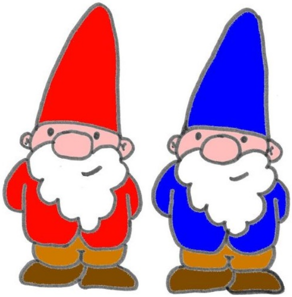


Conclusie:  5 mm

Vraag 5

Kabouters

- 25 punten



Vraag 5 – Kabouters

Vier kabouters hebben allemaal een rode, een blauwe of een witte puntmuts op. Ze kunnen de kleur van hun eigen muts niet zien, maar die van de anderen wel. Ze weten dat er minstens één blauwe en hoogstens één rode muts is.

- Kabouter A zegt: ik weet niet welke kleur mijn muts is en ik weet dat B het ook niet weet.
- Kabouter C zegt: nu weet ik welke kleur mijn muts heet.
- Kabouter D zegt: dan weet ik nu ook welke kleur mijn muts heeft.

Welke kleuren hebben de mutsen van C en D?

 allebei blauw

 C blauw, D rood

 C blauw, D wit

 C rood, D blauw

 C wit, D blauw

 C wit, D rood

Uitwerking vraag 5

- Kabouters A en B hadden hun kleur kunnen weten als ze geen blauwe muts zagen. Maar A weet het niet en zegt dat B het ook niet weet, dus A ziet een blauwe muts bij C of D.
- Kabouter C weet het daardoor wel, dus ziet geen blauwe muts bij D. Hij heeft dan zelf een blauwe muts op.
- Kabouter D weet door de uitspraak van C dat hij geen blauwe muts op heeft. Hij weet het zelf wel; dat kan alleen als hij al een rode muts ziet en daardoor weet dat hij geen rode muts op heeft. Dus hij heeft een witte muts.

Conclusie:  C blauw, D wit

Einde