MET TRANSFORMATIES OP STAP

MICHEL ROELENS

KHLIM LERARENOPLEIDING BASO DIEPENBEEK

MARIA-BOODSCHAPLYCEUM BRUSSEL

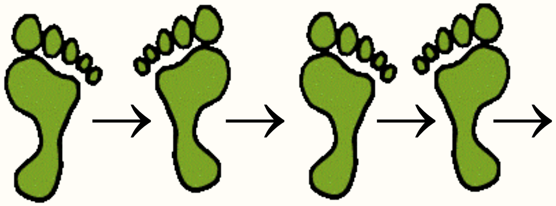
REDACTIE UITWISKELING

OVERZICHT

1. Transformaties? Stappen?
2. Spiegelingen als bouwstenen
3. Daar is de schuifspiegeling weer
4. Rol van de schuifspiegeling binnen de classificatie van isometrieën
5. Afsluitertje (naast de kwestie)

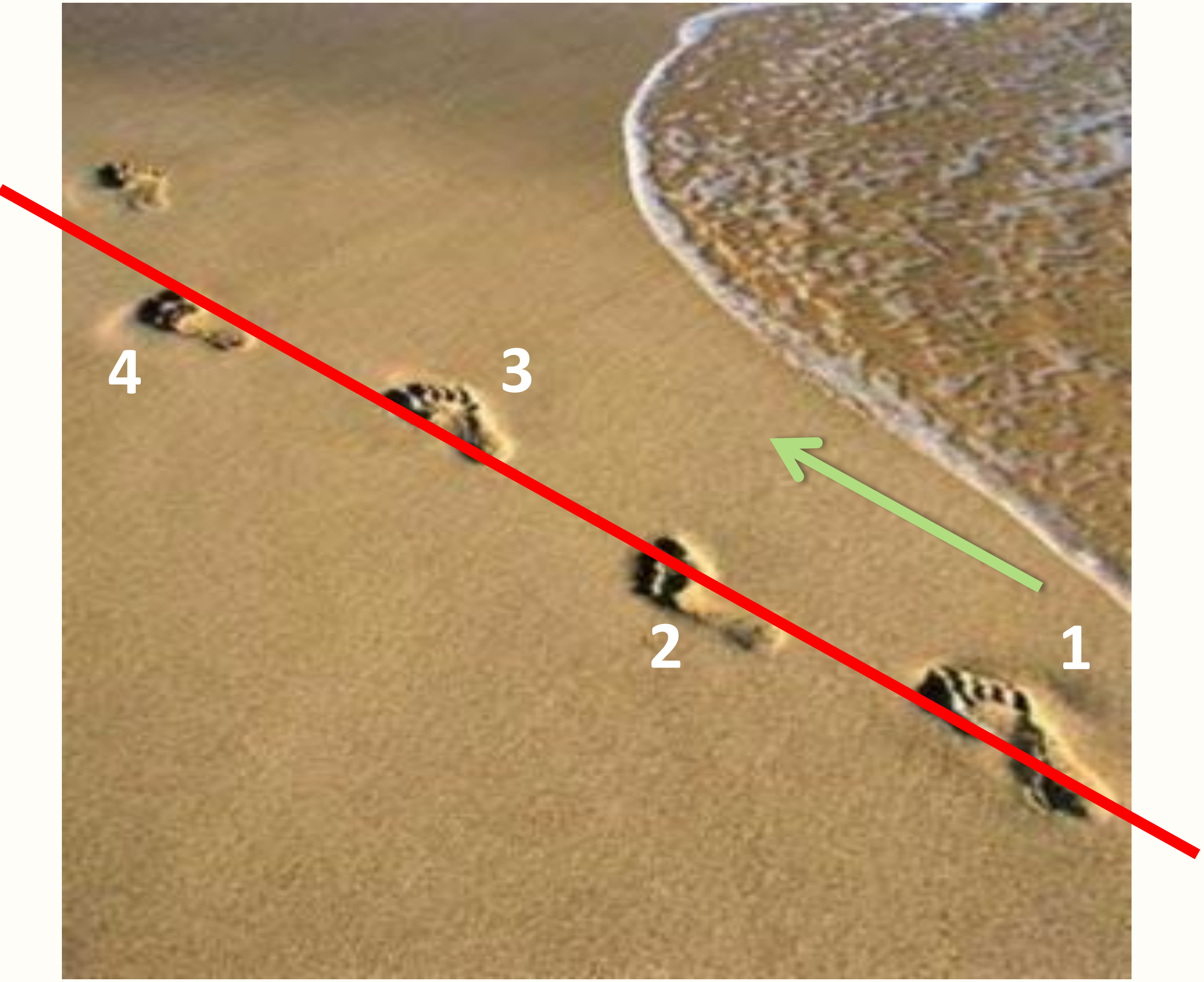
STAPPEN: SCHUIFSPIEGELING
MET OF ZONDER TUSSENSTAPPEN

1 → 2 → 3 → 4 →



Schuifspiegeling
(= glijspiegeling)

STAPPEN: SCHUIFSPIEGELING
MET OF ZONDER TUSSENSTAPPEN



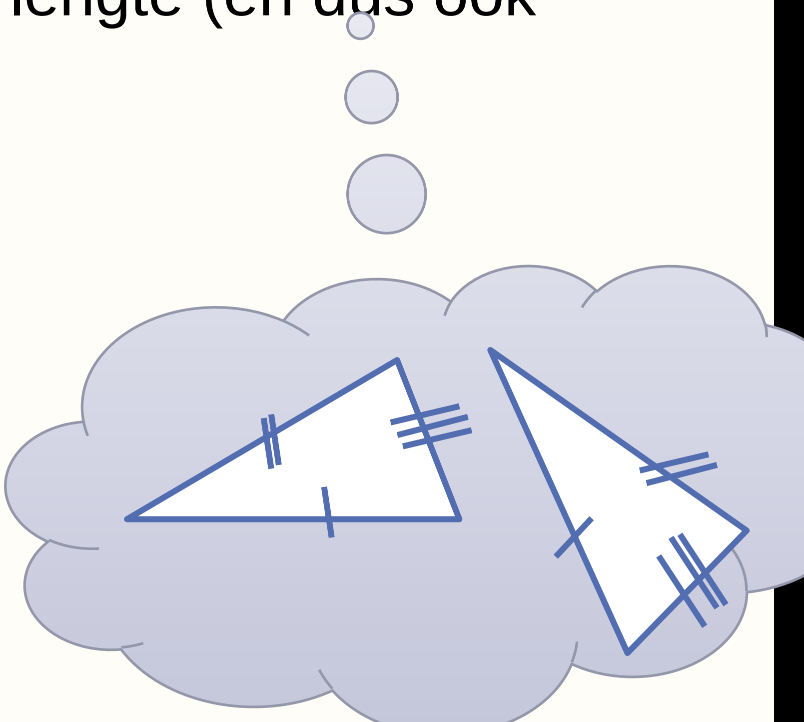
STAPPEN: SCHUIFSPIEGELING
MET OF ZONDER TUSSENSTAPPEN

Transformaties van het vlak: elk punt krijgt een uniek beeld.

Isometrieën: transformaties die de lengte (en dus ook de hoeken, de vorm) bewaren.

Wiskundig verschuiven, spiegelen ...

≠ verschuiven, spiegelen ... in de realiteit!

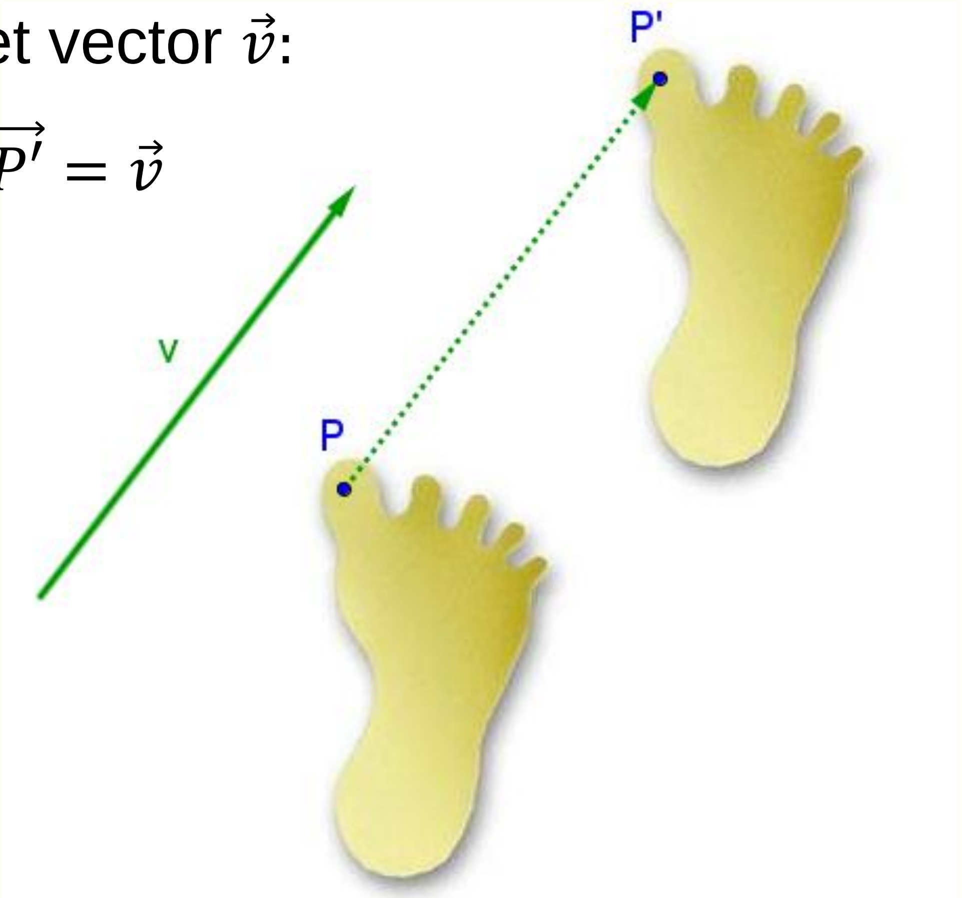


STAPPEN: SCHUIFSPIEGELING
MET OF ZONDER TUSSENSTAPPEN

Definities en notaties

Verschuiving (translatie) met vector $\vec{v}$:

$t_{\vec{v}}(P) = P'$ bepaald door $\overrightarrow{PP'} = \vec{v}$

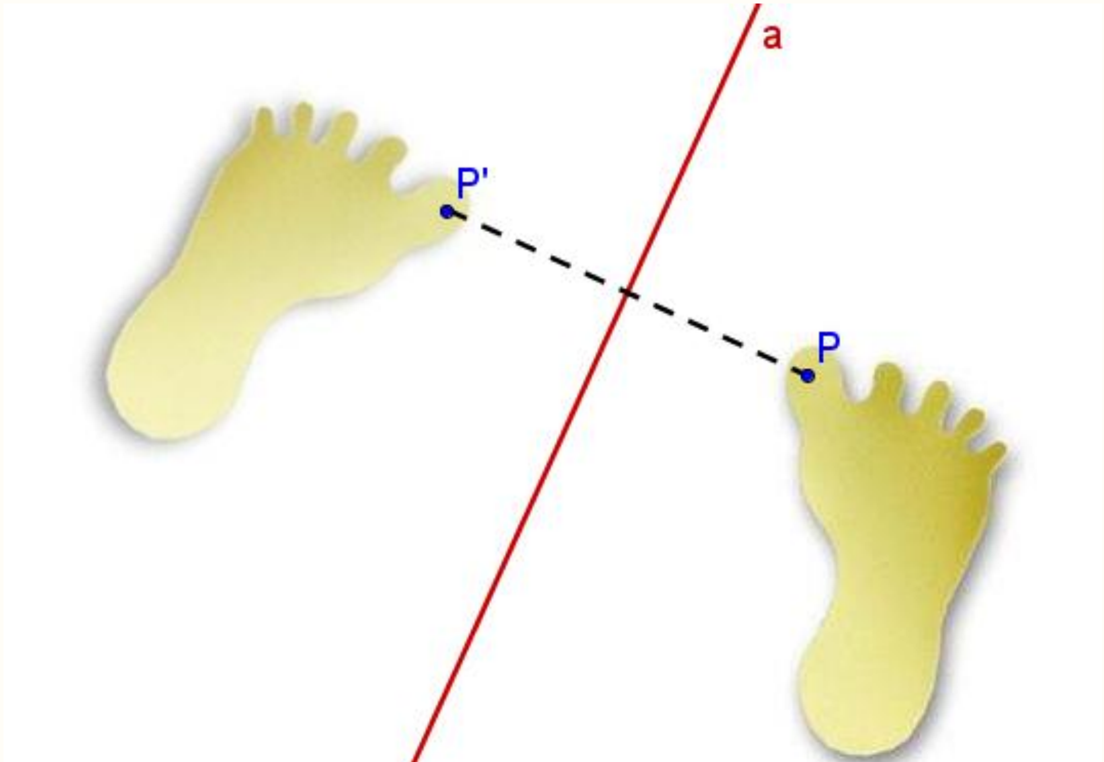


STAPPEN: SCHUIFSPIEGELING
MET OF ZONDER TUSSENSTAPPEN

Definities en notaties

(Lijn)**spiegeling** met spiegelas a:

$s_a(P) = P'$ zo dat a de middelloodlijn is van $[PP']$.



STAPPEN: SCHUIFSPIEGELING
MET OF ZONDER TUSSENSTAPPEN

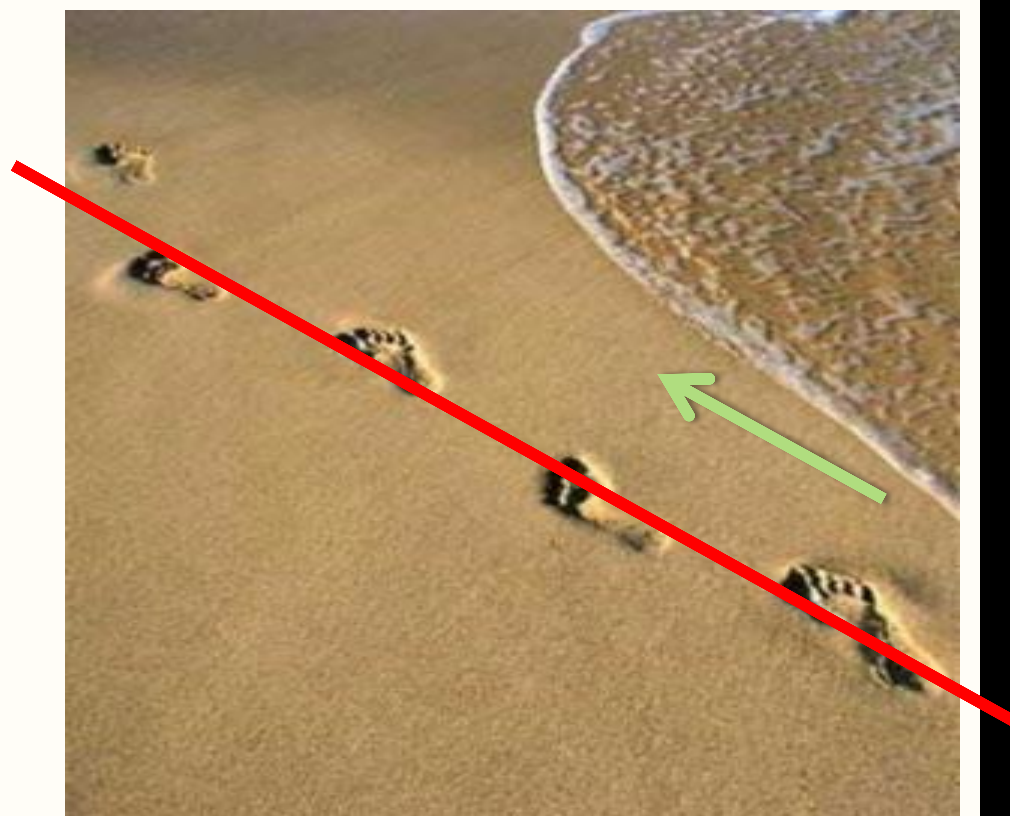
Definities en notaties

Schuifspiegeling met spiegelas a en vector $\vec{v} \parallel a$:

$$t_{\vec{v}} \circ s_a\,(P) = t_{\vec{v}}(s_a\,(P))$$

eerst

dan



STAPPEN: SCHUIFSPIEGELING
MET OF ZONDER TUSSENSTAPPEN

Definities en notaties

Schuifspiegeling met spiegelas a en vector $\vec{v} \parallel a$:

$$t_{\vec{v}} \circ s_a\,(P) = t_{\vec{v}}(s_a\,(P))$$

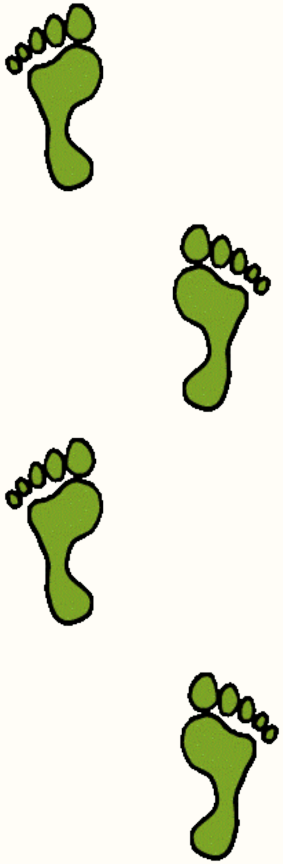
Afspraak: $\vec{0}$ is evenwijdig met elke rechte

(zodat elke spiegeling een schuifspiegeling is).

$$t_{\vec{v}} \circ s_a = s_a \circ t_{\vec{v}} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{v} \parallel a$$

STAPPEN: SCHUIFSPIEGELING
MET OF ZONDER TUSSENSTAPPEN

Dit levert alvast **drie manieren van stappen** op:



- 1, $t_{\vec{v}} \circ s_a$, $(t_{\vec{v}} \circ s_a)^{\mathbf{2}}$...

STAPPEN: SCHUIFSPIEGELING
MET OF ZONDER TUSSENSTAPPEN

Dit levert alvast **drie manieren van stappen** op:

- 1, $t_{\vec{v}} \circ s_a, \; (t_{\vec{v}} \circ s_a)^{\mathbf{2}}$...

- 1, $s_a, \; t_{\vec{v}} \circ s_a, \; s_a \circ t_{\vec{v}} \circ s_a, \; (t_{\vec{v}} \circ s_a)^{\mathbf{2}}$ ...

STAPPEN: SCHUIFSPIEGELING
MET OF ZONDER TUSSENSTAPPEN

Dit levert alvast **drie manieren van stappen** op:

- $1,\ t_{\vec{v}} \circ s_a,\ (t_{\vec{v}} \circ s_a)^2 \ldots$
- $1,\ s_a,\ t_{\vec{v}} \circ s_a,\ s_a \circ t_{\vec{v}} \circ s_a,\ (t_{\vec{v}} \circ s_a)^2 \ldots$
- $1,\ t_{\vec{v}},\ s_a \circ t_{\vec{v}},\ t_{\vec{v}} \circ s_a \circ t_{\vec{v}},\ (s_a \circ t_{\vec{v}})^2 \ldots$

Nog andere?

SPIEGELINGEN ALS BOUWSTENEN

Priemgetallen zijn bouwstenen van de natuurlijke getallen.

$$n = p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_k$$

Uniek op de volgorde na (hoofdstelling van de rekenkunde).

(Lijn)spiegelingen zijn bouwstenen van de isometrieën.

$$i = s_k \circ \ldots \circ s_2 \circ s_1$$

Niet uniek.

SPIEGELINGEN ALS BOUWSTENEN

Samengestelde van twee spiegelingen: $\boldsymbol{s_b \circ s_a = ?}$

Als de assen **evenwijdig** zijn: verschuiving

$s_b \circ s_a = t_{2\,\overrightarrow{AB}}$ met A op a, B op b en $AB \perp a, b$.

Speciaal geval: $s_a \circ s_a = t_{\vec{0}} = 1$

Als de assen **snijdend** zijn: draaiing (rotatie)

$s_b \circ s_a = r_{D,\,2\,\angle ADB}$ met D het snijpunt, A op a en B op b.

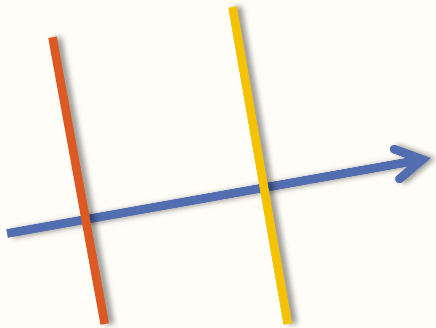
SPIEGELINGEN ALS BOUWSTENEN

En omgekeerd!

Elke **verschuiving** is de samengestelde van twee spiegelingen.

$$t_{\vec{v}} = s_b \circ s_a$$

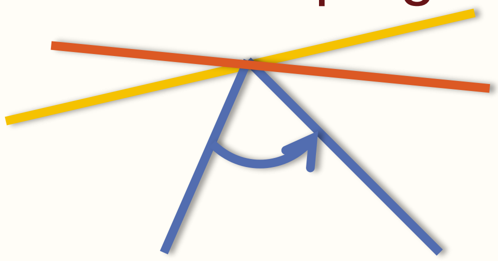
(van de eerste naar de tweede as: $\frac{\vec{v}}{2}$)



Elke **draaiing** is de samengestelde van twee spiegelingen.

$$r_{D,\gamma} = s_b \circ s_a$$

(van de eerste naar de tweede as: $\frac{\gamma}{2}$)



SPIEGELINGEN ALS BOUWSTENEN

Deze vrijheid bij het kiezen van de assen benutten!

Voorbeeld

samengestelde van een verschuiving en een puntspiegeling

$$r_{D,180°} \circ t_{\vec{v}}$$

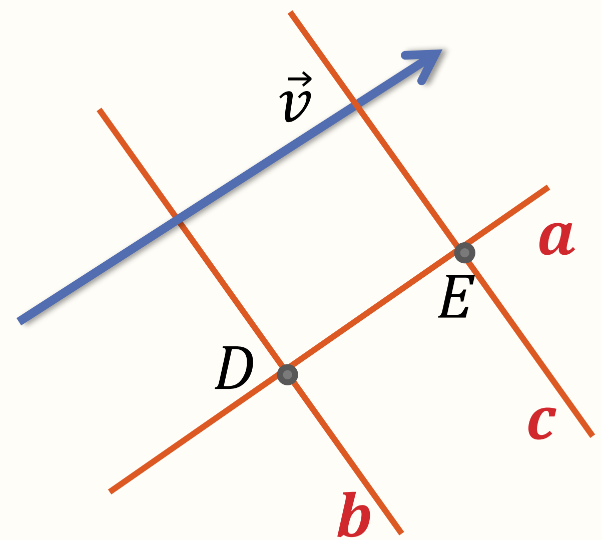
$$= s_{c} \circ s_{b} \circ s_{b} \circ s_{a}$$

⊥, door D

⊥ $\vec{v}$

$$= s_{c} \circ s_{a}$$

$$= r_{E,180°}$$



SPIEGELINGEN ALS BOUWSTENEN

Voorbeeld

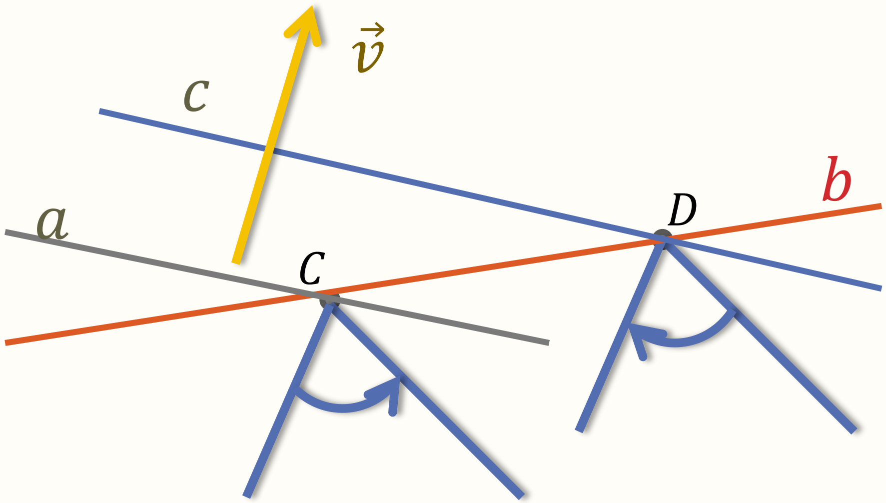
samengestelde van twee draaiingen over tegengestelde hoeken

$$r_{D,-60°} \circ r_{C,+60°}$$

$$= s_{..c} \circ s_{..b} \circ s_{..b} \circ s_{..a}$$

$$= s_{.c} \circ s_{.a}$$

$$= t_{\vec{v}}$$



SPIEGELINGEN ALS BOUWSTENEN

Voorbeeld

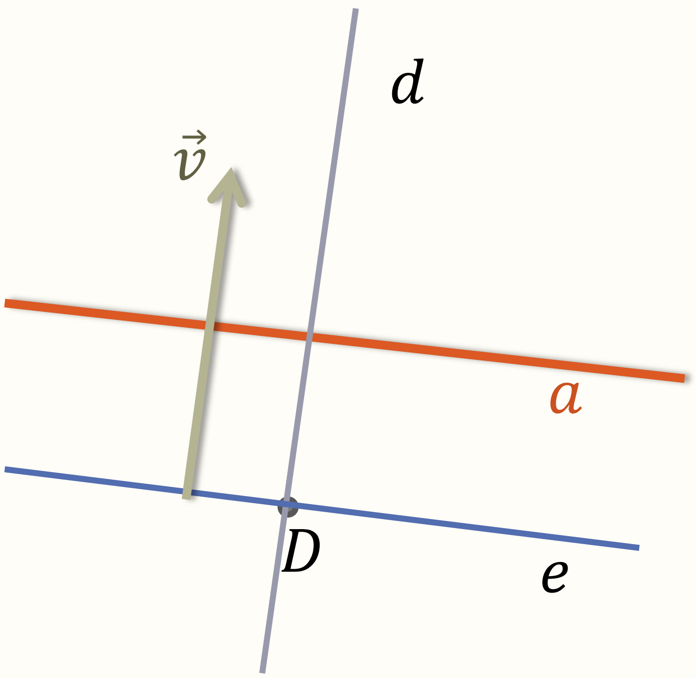
samengestelde van een puntspiegeling en een spiegeling

$$s_a \circ r_{D,180°}$$

$$= s_a \circ s_{e} \circ s_{d}$$

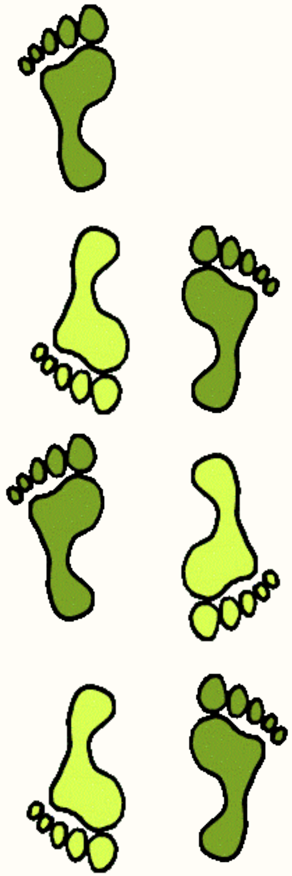
$$= s_a \circ t_{\vec{v}}$$

= een schuifspiegeling!



DAAR IS DE SCHUIFSPIEGELING WEER!

De samengestelde van een puntspiegeling en een spiegeling is een schuifspiegeling.



→ Nieuwe **manier van stappen**

DAAR IS DE SCHUIFSPIEGELING WEER!

Voorbeeld

samengestelde van een spiegeling en een verschuiving

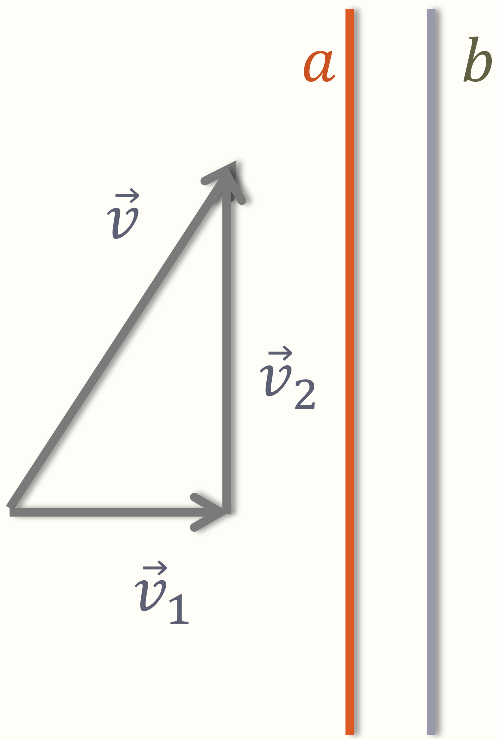
$$t_{\vec{v}} \circ s_a$$

$$= t_{\vec{v}_2} \circ t_{\vec{v}_1} \circ s_a$$

$$= t_{\vec{v}_2} \circ s_b \circ s_a \circ s_a$$

$$= t_{\vec{v}_2} \circ s_b$$

een schuifspiegeling!



DAAR IS DE SCHUIFSPIEGELING WEER!

De samengestelde van een spiegeling en een verschuiving is een schuifspiegeling.

→ Nieuwe **manier van stappen**

DAAR IS DE SCHUIFSPIEGELING WEER!

Voorbeeld

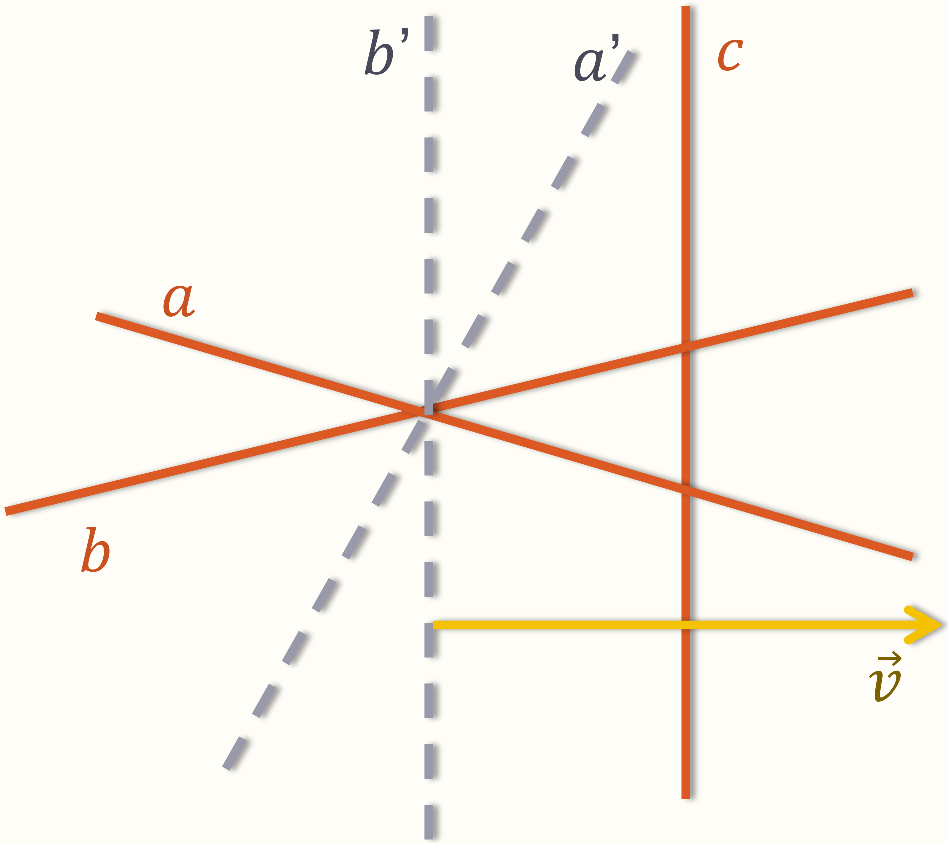
samengestelde van drie spiegelingen

$$s_c \circ s_b \circ s_a$$

$$= s_c \circ s_{b'} \circ s_{a'}$$

$$= t_{\vec{v}} \circ s_{a'}$$

Een schuifspiegeling!



DAAR IS DE SCHUIFSPIEGELING WEER!

De samengestelde van drie spiegelingen is een schuifspiegeling.

→ Nieuwe **manier van stappen**?

ROL VAN DE SCHUIFSPIEGELING
IN DE CLASSIFICATIE VAN DE ISOMETRIEËN

Stelling

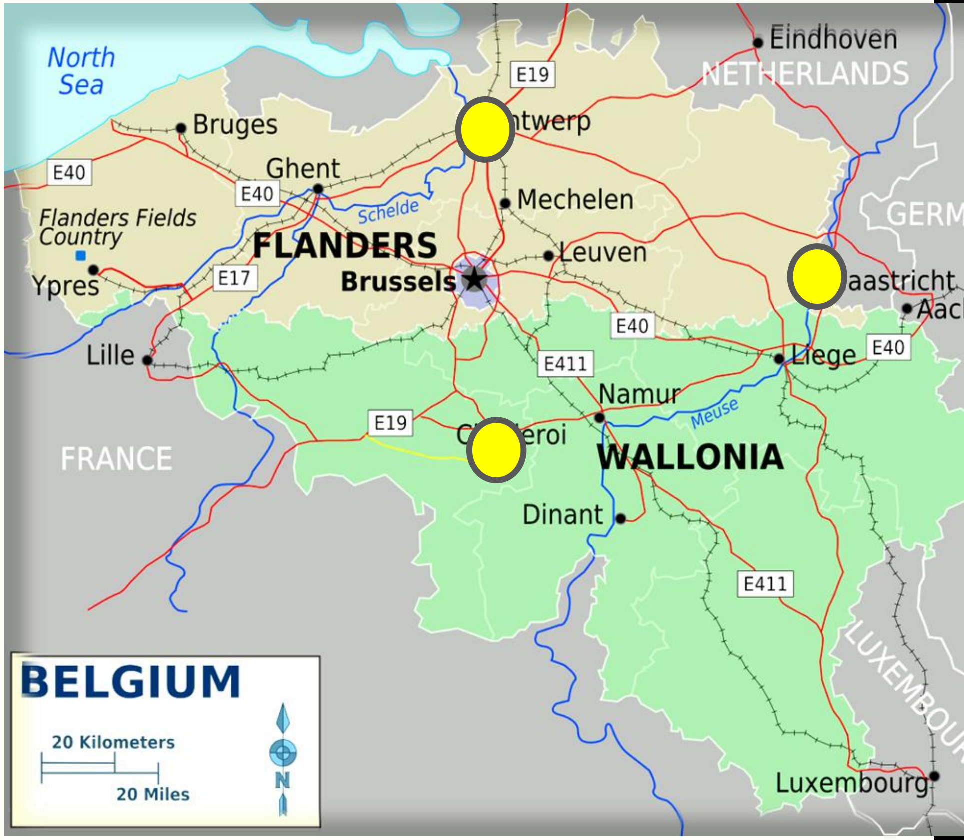
Elke isometrie is de samengestelde van **twee** of van **drie** spiegelingen.

Gegeven i: isometrie

Stap 1 Stel

$i(A) = A, i(C) = C, i(M) = M$

Dan is $i = 1 = s_{\dots} \circ s_{\dots}$



ROL VAN DE SCHUIFSPIEGELING
IN DE CLASSIFICATIE VAN DE ISOMETRIEËN

Stelling

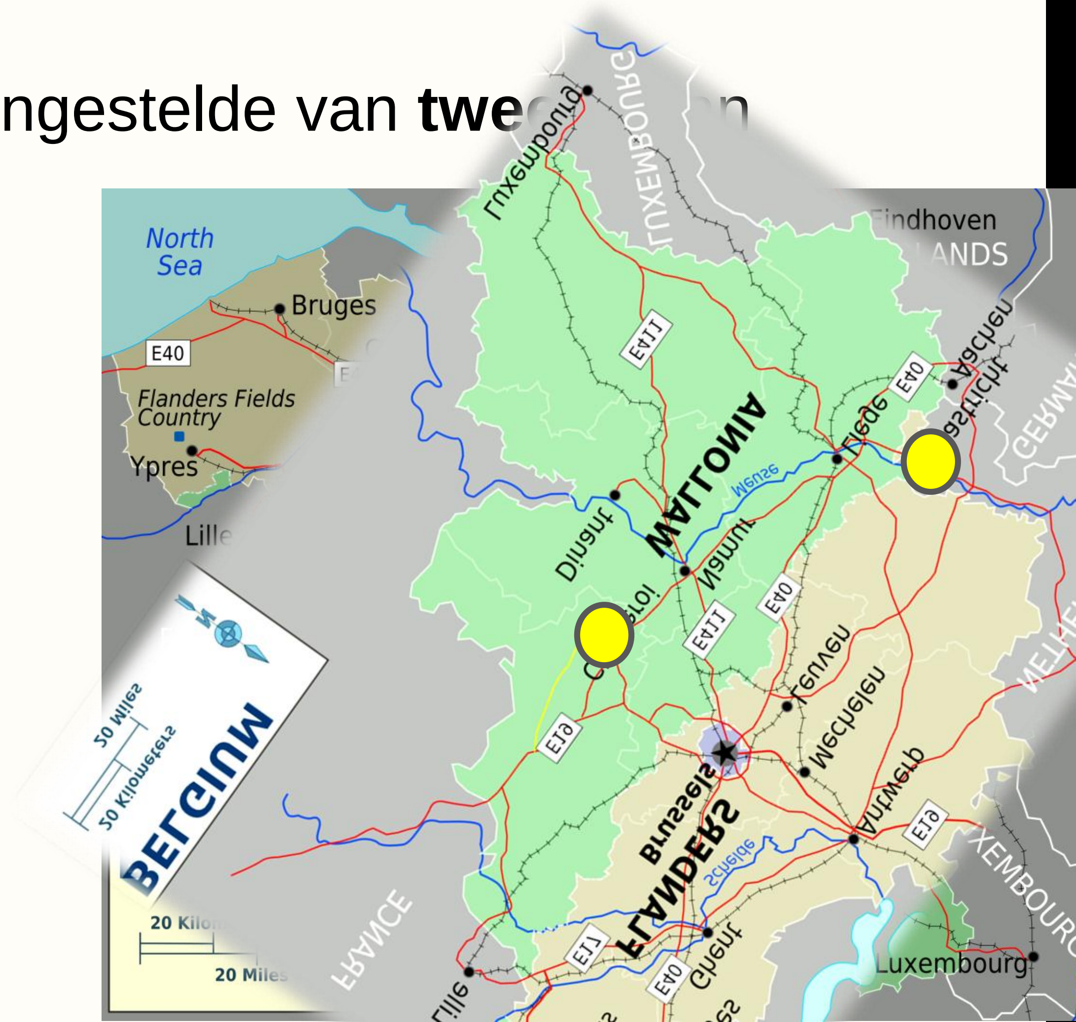
Elke isometrie is de samengestelde van **twe**[illegible] **drie** spiegelingen.

Stap 2 Stel

$i(A) = A, i(C) = C$

Dan is $i = s_{...}$

$= s_{...} \circ s_{...} \circ s_{...}$



ROL VAN DE SCHUIFSPIEGELING
IN DE CLASSIFICATIE VAN DE ISOMETRIEËN

Stelling

Elke isometrie is de samengestelde van **twee** of van **drie** spiegelingen.

Stap 3 Stel

$i(C) = C$; $i(A) = A'$

Pas de vorige stap toe op $i \circ s$

met $s(A') = A$ en $s(C) = C$

Dan is $i \circ s = s\ldots$

Dus $i = s\ldots \circ s$

ROL VAN DE SCHUIFSPIEGELING
IN DE CLASSIFICATIE VAN DE ISOMETRIEËN

Stelling

Elke isometrie is de samengestelde van **twee** of van **drie** spiegelingen.

Stap 4 Stel geen vast punt

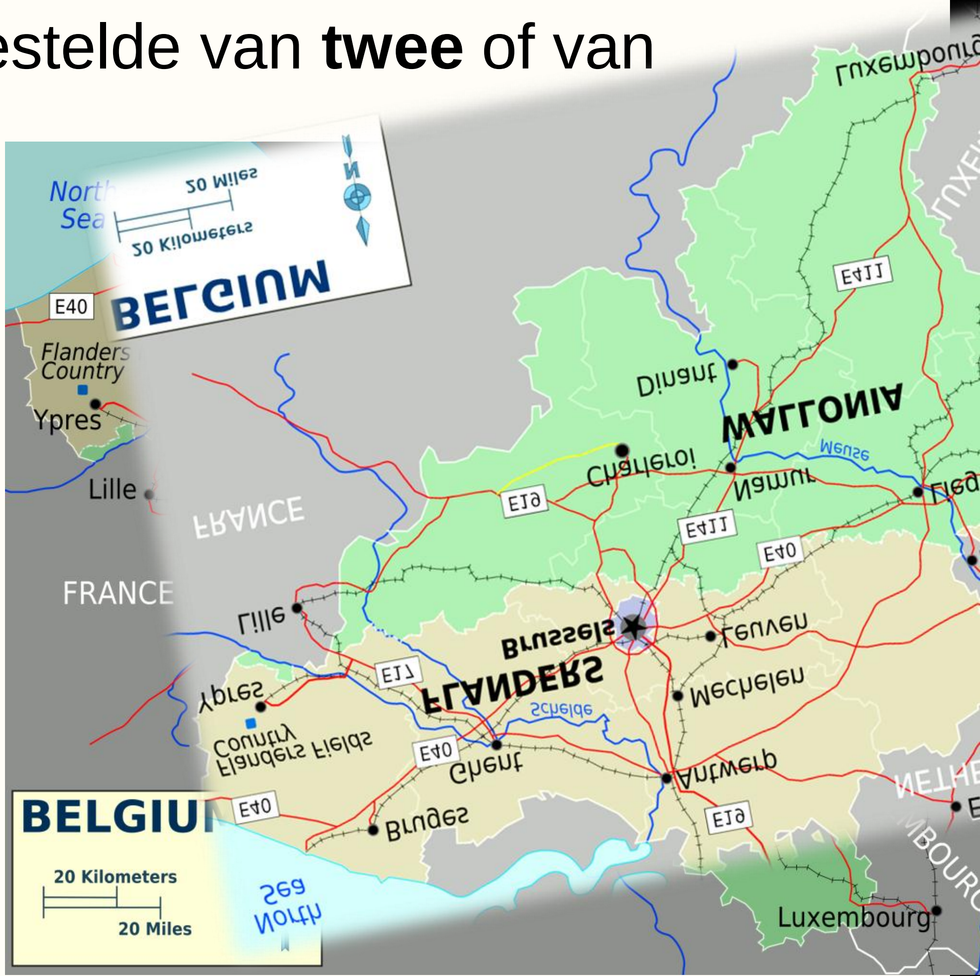
en $i(C) = C'$

Pas de vorige stap toe op $i \circ s'$

met $s'(C') = C$

Dan is $i \circ s' = s... \circ s...$

Dus $i = s... \circ s... \circ s'$

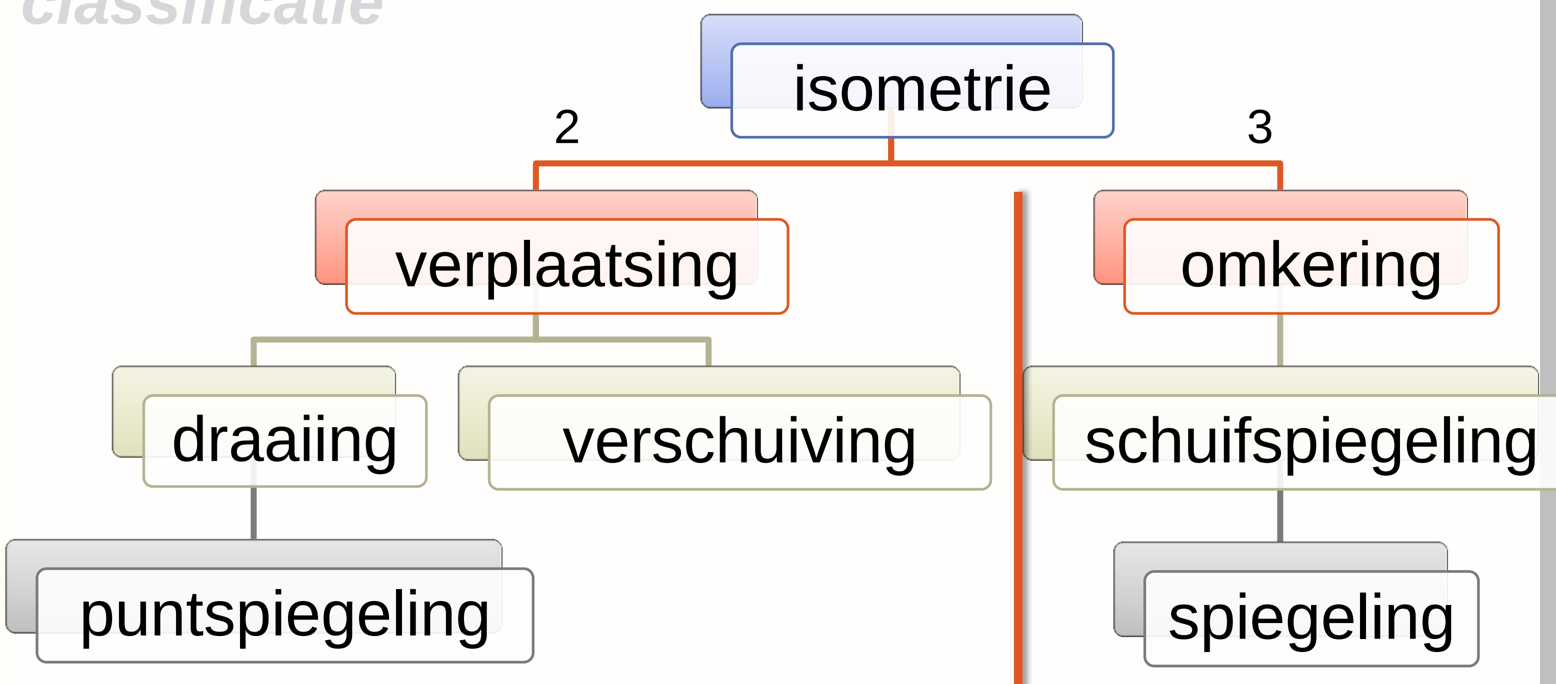


ROL VAN DE SCHUIFSPIEGELING
IN DE CLASSIFICATIE VAN DE ISOMETRIEËN

Stelling

Elke isometrie is de samengestelde van **twee** of van **drie** spiegelingen.

Gevolg: *classificatie*

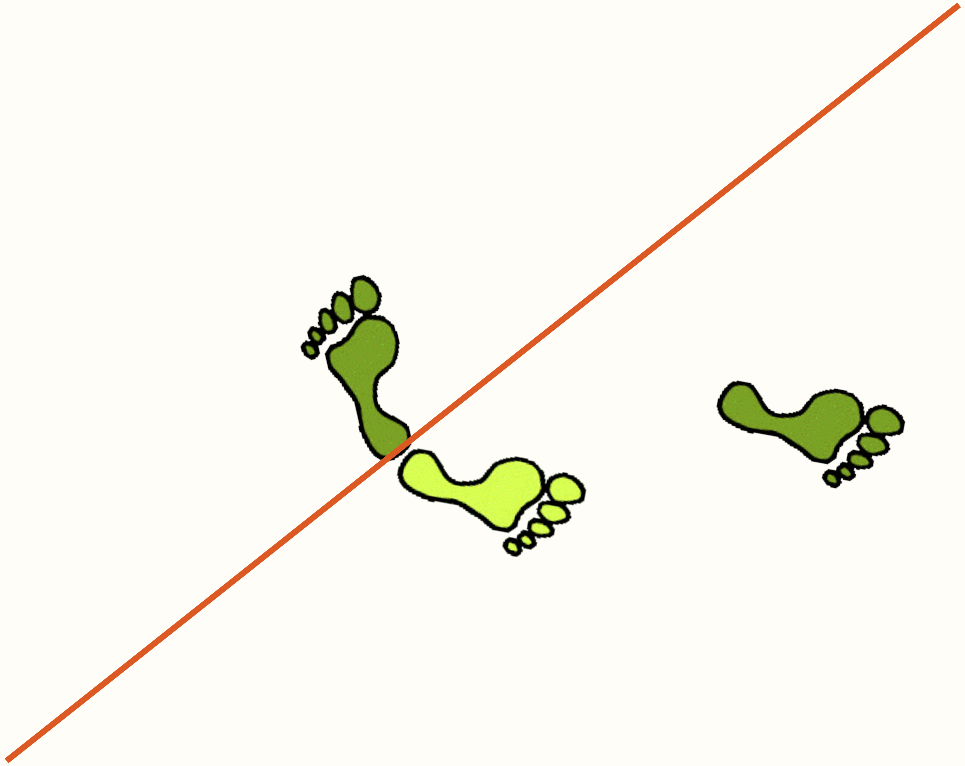


ROL VAN DE SCHUIFSPIEGELING
IN DE CLASSIFICATIE VAN DE ISOMETRIEËN

“Zet de voeten recht.”

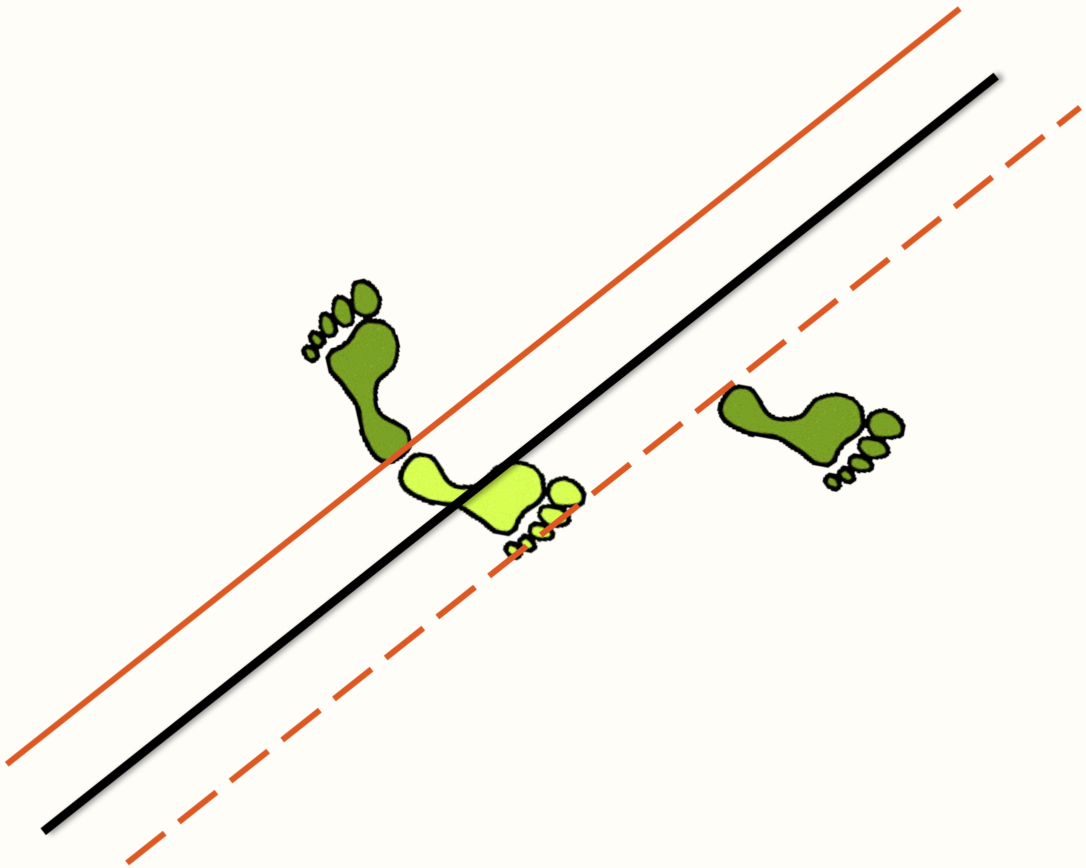
ROL VAN DE SCHUIFSPIEGELING
IN DE CLASSIFICATIE VAN DE ISOMETRIEËN

“Zet de voeten recht.”



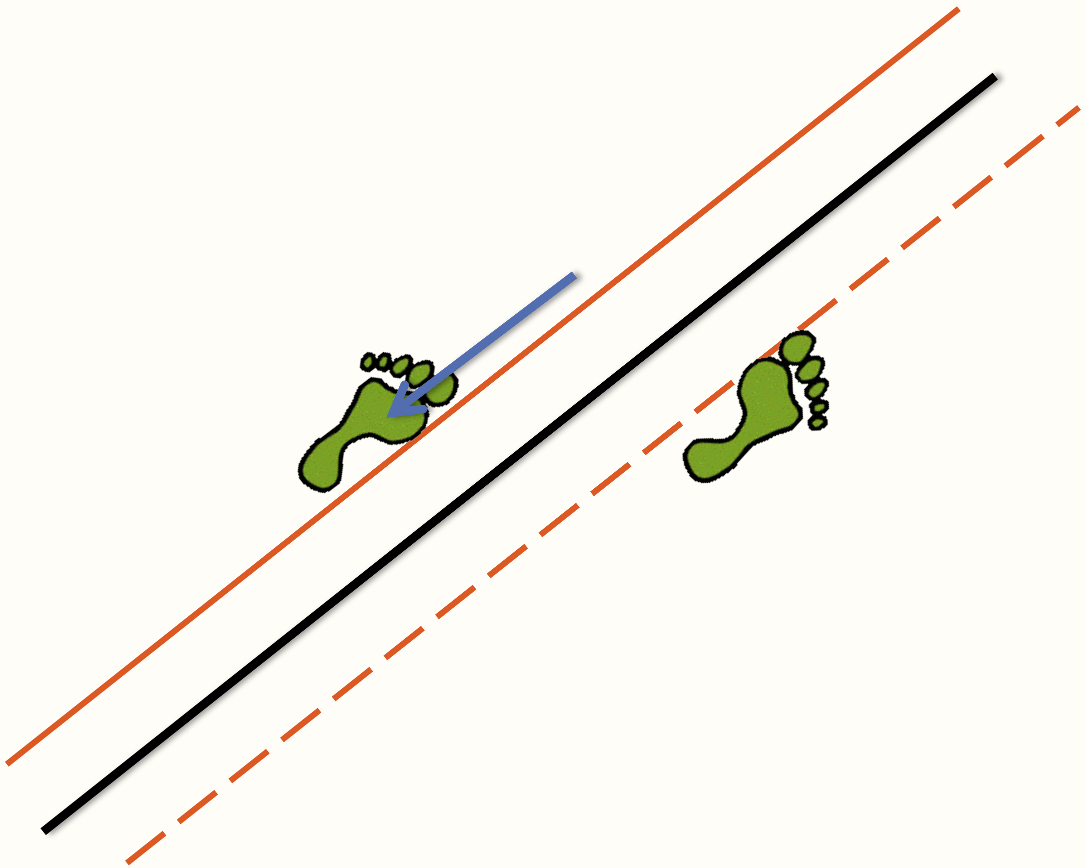
ROL VAN DE SCHUIFSPIEGELING
IN DE CLASSIFICATIE VAN DE ISOMETRIEËN

"Zet de voeten recht."



ROL VAN DE SCHUIFSPIEGELING
IN DE CLASSIFICATIE VAN DE ISOMETRIEËN

“Zet de voeten recht.”



AFSLUITERTJE (NAAST DE KWESTIE)

RECLAME

Wist je dat...?

... ook Nederlanders een abonnement mogen nemen op Uitwiskeling?

www.uitwiskeling.be