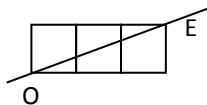
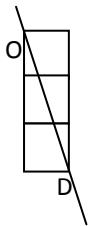


Bijlage berekeningen inpakpapier kubus

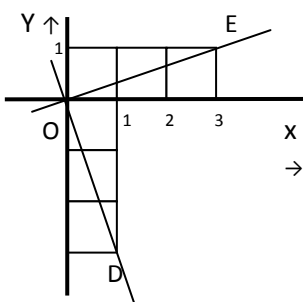
1. Geef de helling van lijn OD. ...



2. Geef de helling van lijn OE. ...

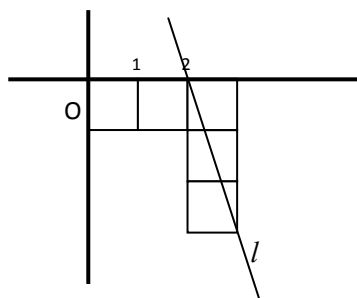
3. Staan de lijnen OD en OE loodrecht op elkaar? Hoe kun je dat zien?

4. Geef de formules van de lijnen OD en OE in het assenstelsel Oxy.



OD: $y = \dots \dots \dots$

OE: $y = \dots \dots \dots$



5. Geef de formule van lijn l door punt (2,0) die evenwijdig loopt aan OD. Bedenk helling en startwaarde.

$l: y = \dots \dots \dots$

C is het snijpunt van lijn l met OE.

6. Bereken de coördinaten van punt C.

Voor de zijden van de rechthoek geldt:

$OA = BC$ en $OC = AB$

7. Bereken de lengte van OC met de stelling van Pythagoras.

Punt B is ook een roosterpunt.

8. Welke coördinaten heeft punt B?

Bereken nu ook de lengte van BC.

9. Schrijf de exacte lengten van OC en BC als breuken met noemer $\sqrt{10}$: $OC = \frac{\dots}{\sqrt{10}}$ en $BC = \frac{\dots}{\sqrt{10}}$

10. Bereken de oppervlakte van de rechthoek OABC: $OC \cdot BC = \dots$

De oppervlakte van de grotere rechthoek was 8 (vierkanten).

11. Hoeveel % besparing levert de getoonde manier van inpakken? ..

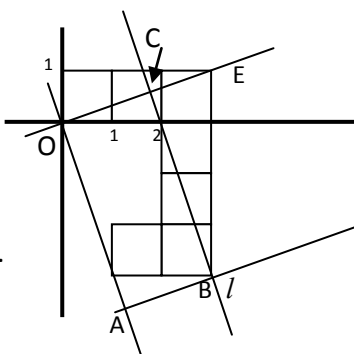
Merk op dat de beide rechthoeken gelijkvormig zijn.

Voor beide geldt dat de lengte 2 maal de breedte is.

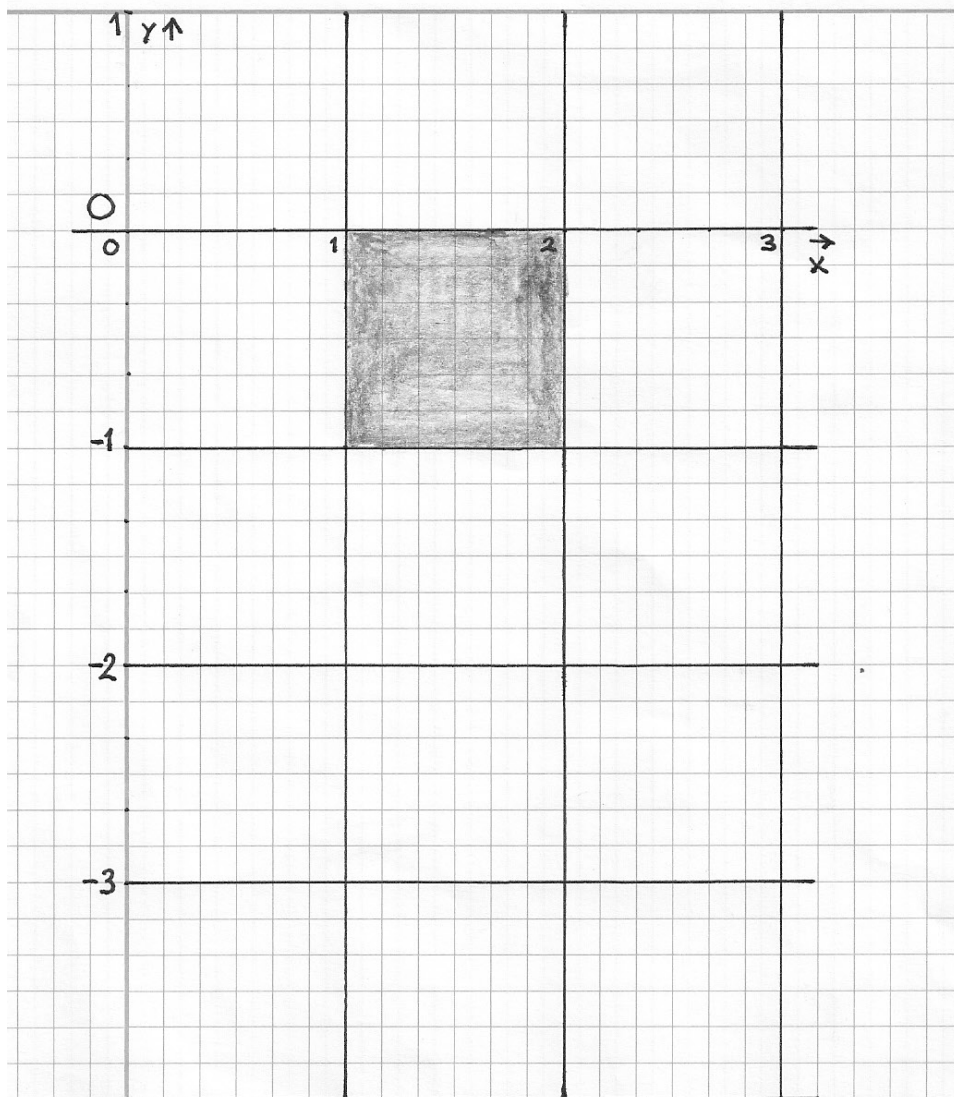
Vervolg het andere blad bij punt 10.

Antwoorden:

$y = -3x$; $y = 1/3 x$; $y = 1/3 (x - 2)$; snijpunt $x = 1,8$, $y = 0,6$; $OC = 6/\sqrt{10}$, $OD = 12/\sqrt{10}$; dus oppervlakte = $72/10 = 7,2$



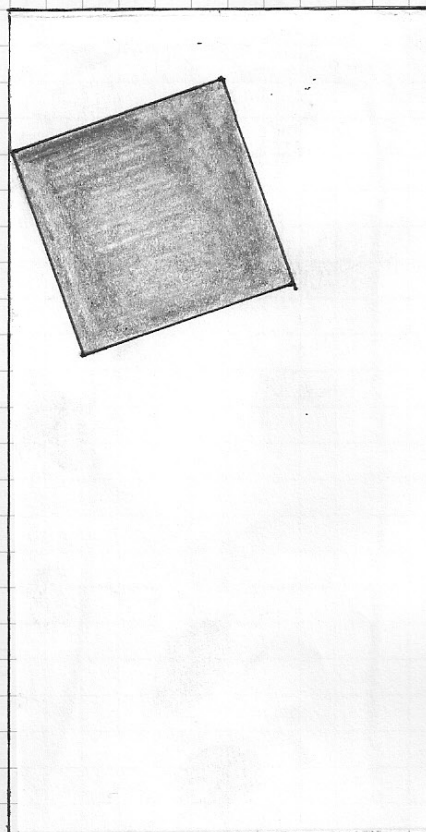
Kubus inpakken met $r=3\text{ cm}$



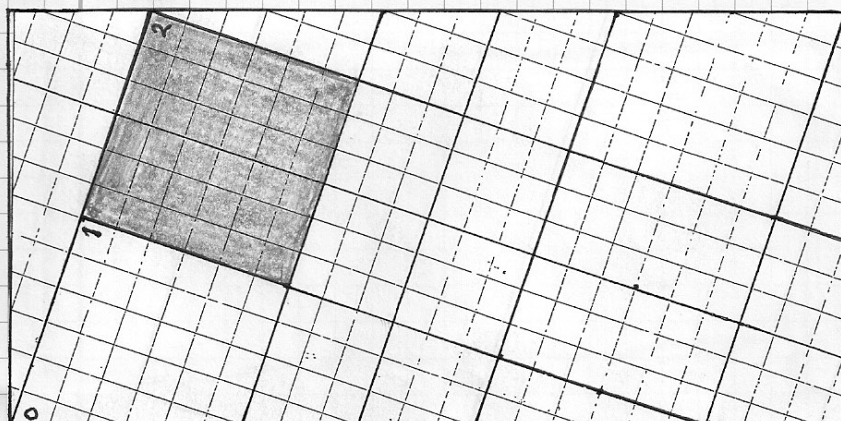
① uitproberen

② het kan met minder

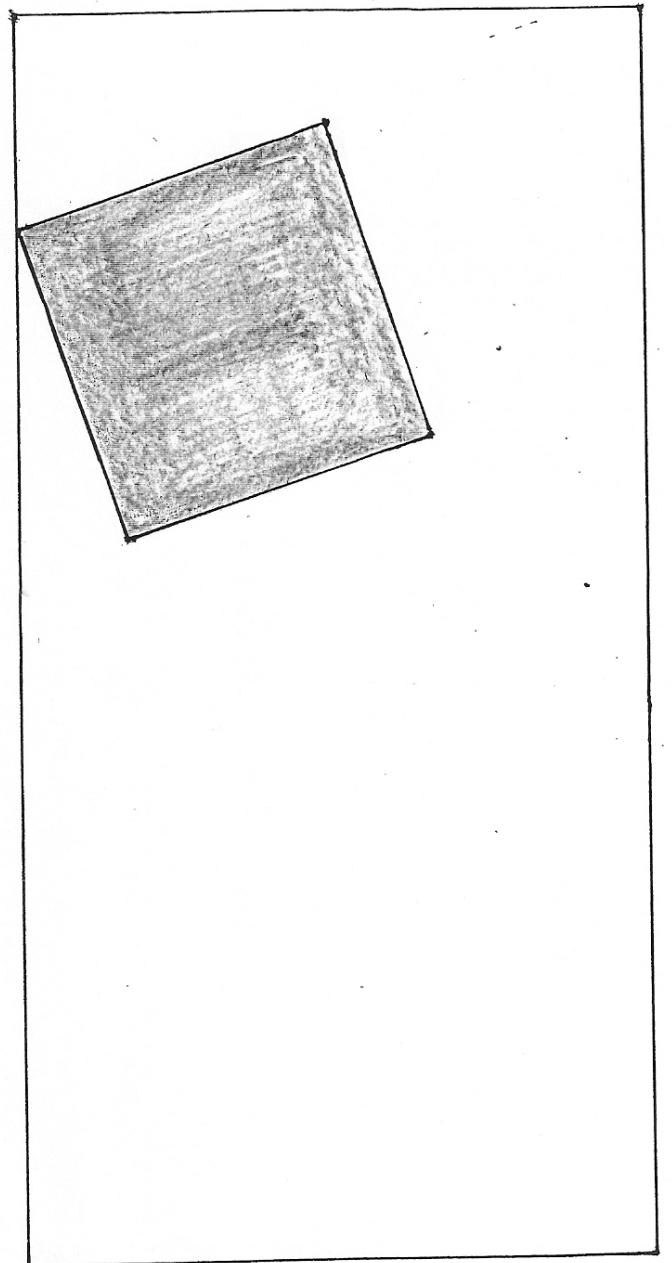
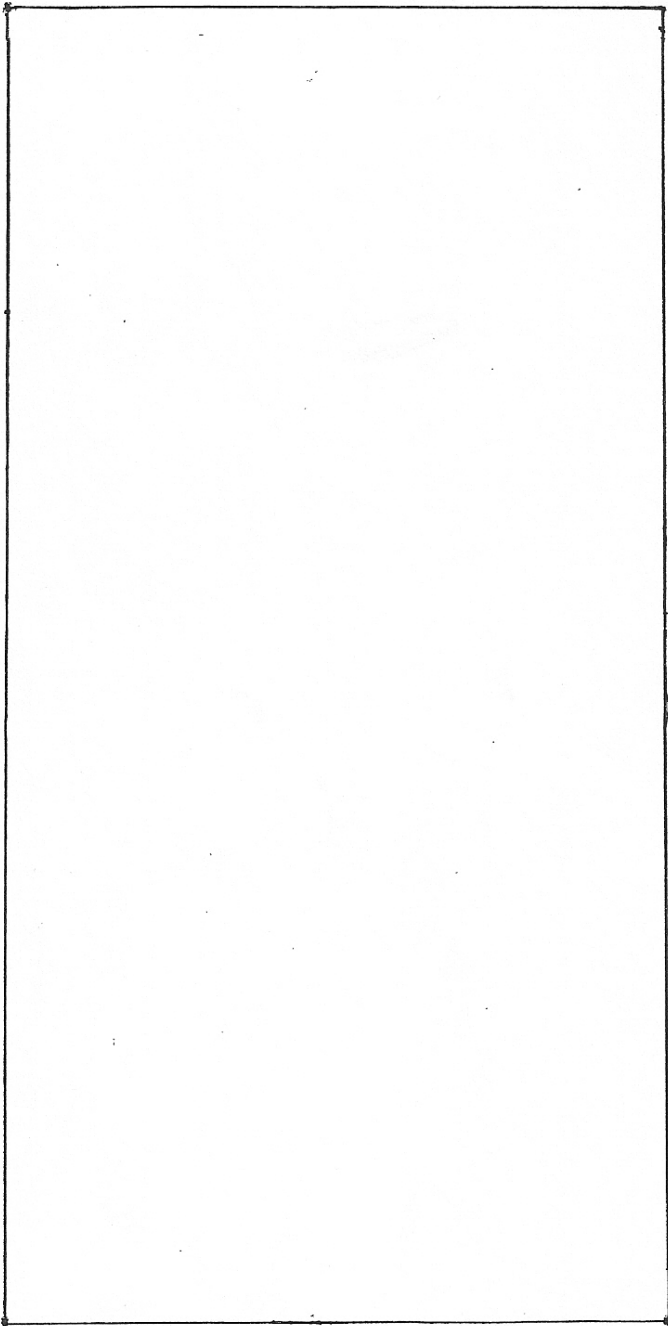
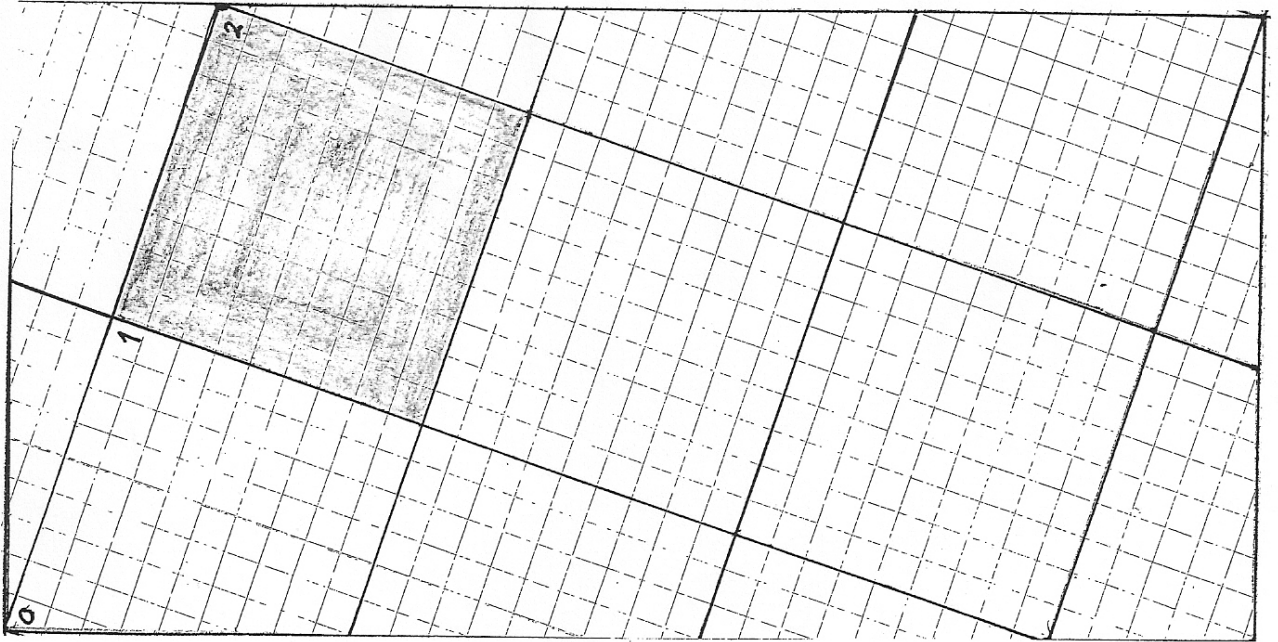
gevonden
vouwpatroon
overbrengen
in dit assenstelsel



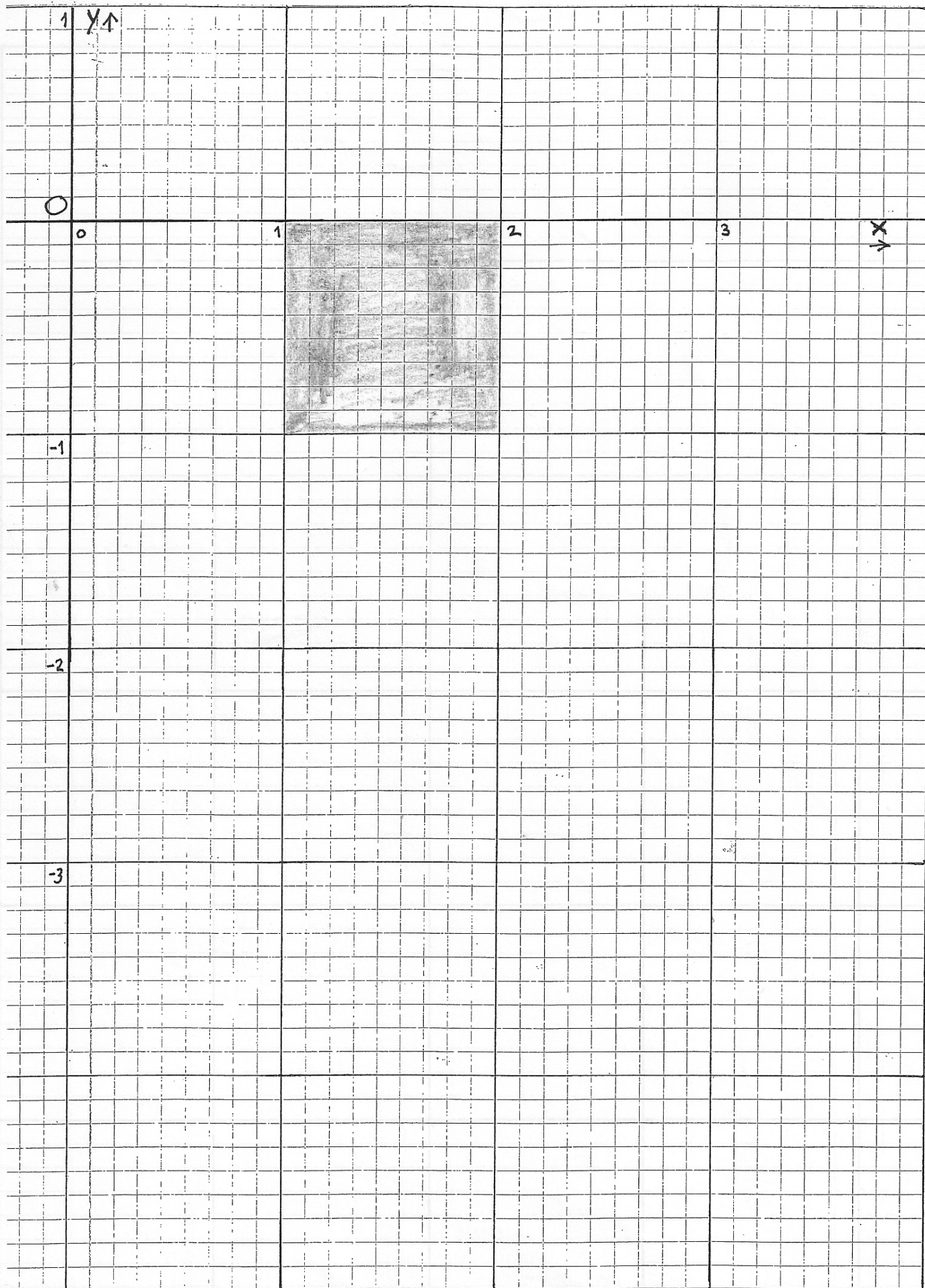
③ oplossing: achteraf uitdelen



inpakken kubus van 45 mm; papier voor echt inpakken, papier voor schuin inpakken (met grijs vierkant); antwoordpapier



inpakken kubus van 45 mm; assenstelsel



Opvouwbare halve bol



1 Het opvouwprincipe.

Dit principe is toepasbaar op elk willekeurig ruimtemodel. Het gaat er om dat je een aantal verticale doorsneden maakt in twee onderling loodrechte richtingen. In de doorsneden worden op de juiste plaatsen insneden gemaakt. Vervolgens worden de doorsneden in elkaar geschoven. Het model zit op twee of drie bevestigingspunten met draad vast aan het vouwblad. Dichtgeklapt zitten twee bevestigingspunten precies boven elkaar, een eventueel derde bevestigingspunt zit op de vouwlijn. Bij dit principe komt een voorwerp uit een dubbelgevouwen blad te voorschijn en staat klaar als het blad 180° is uitgevouwen. Omgekeerd verdwijnt het openstaande model bij het dichtvouwen geheel tussen het dubbelgevouwen blad.

Het is handig is om bij het ontwerpen ruitjespapier of mm-papier te gebruiken. In dit geval wordt een halve bol met straal 6 cm gebruikt met 8 verticale doorsneden.

De opengeklapte halve bol staat altijd met een middellijn op de vouwlijn. In figuur 1 is het bovenaanzicht getekend. In figuur 2 zijn wat letters aangebracht om er makkelijker over te kunnen schrijven.

a) Begin met het tekenen van vierkant ABCD, met A en C op de vouwlijn, en de bevestigingspunten B en D waar later een draad aan wordt geplakt. Die draden worden later door het schutblad heen getrokken en aan de buitenkant vastgelijmd. Om de draden te verbergen is het mooier om tot slot over beide helften van het vouwblad een schutblad te plakken.

b) De verticale doorsneden met de halve bol zijn halve cirkels; in dit voorbeeld zijn de zijden van het vierkant in drie gelijke stukken verdeeld en zijn er dus vier halve cirkels evenwijdig aan AB en vier halve cirkels evenwijdig aan AD. Je kunt de zijden ook in meer gelijke stukken verdelen waarop de verticale doorsneden moeten komen. Het is meer werk, maar toont spectaculairder. Nog mooier wordt het als je stroken cirkelbogen neemt ipv halve cirkels.

c) De middellijnen, dus ook de stralen van de halve cirkels kun je in het bovenaanzicht meten. De middellijnen zijn precies de koorden die in het bovenaanzicht van de cirkel getekend zijn. Zie figuur 3 en figuur 4.

Als de straal van de bol bekend is kun je ze ook uitrekenen. Later zie je hoe eenvoudig dit bij de bol met straal 6 cm gaat.

In dit voorbeeld komen slechts twee verschillende stralen voor:

Vier keer van de kleine halve cirkels boven de zijden van vierkant ABCD, en vier keer van de halve cirkels die de zijden in gelijke stukken delen.

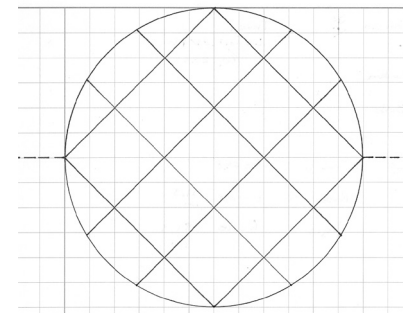
d) Om het geheel in elkaar te kunnen schuiven moet in de parallelle cirkels in de ene richting van onder tot halverwege worden ingesneden, en voor de andere richting van boven. Doe dit net iets verder dan de helft en knip bij dikker papier iets bredere sleufjes. In figuur 3 en figuur 4 zijn die al aangegeven.

Opgave: Bereken de stralen van de verticale cirkels in de doorsnede van de halve bol. Bereken ook hoe hoog de sleuven die moeten worden uitgeknipt precies zijn.

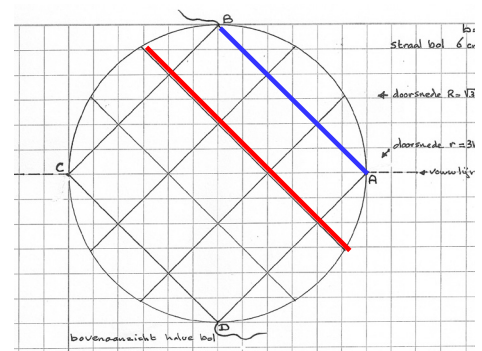
e) Met twee grote en twee kleine cirkels is het aantal halve cirkels compleet.

Uitknippen, in elkaar schuiven, in de punten B en D een draad plakken (aan de binnenkant), de draden door een gaatje in het vouwblad (op de plek waar B en D in het bovenaanzicht in figuur 2 staan) trekken. Draden vastplakken, schutblad eroverheen en klaar.

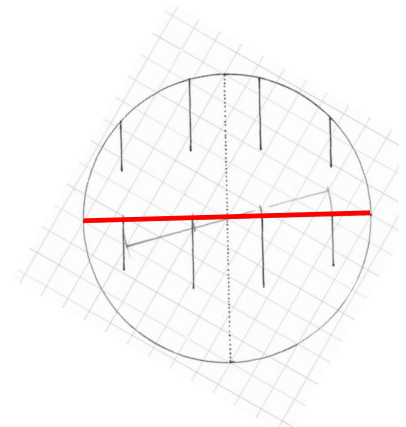
Het is wel handig als de verschillende delen met rijstpapier of plakband aan elkaar worden geplakt.



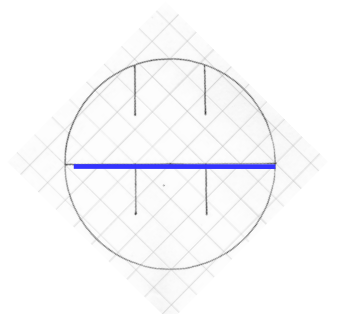
figuur 1 bovenaanzicht halve bol met verticale doorsneden



figuur 2 nogmaals het bovenaanzicht



figuur 3 grote verticale halve cirkels



figuur 4 kleine verticale halve cirkels

Anders is er grote kans dat het hele bouwsel uit elkaar valt. Bij dikker karton hoeft dat niet zo nodig.

2 De afmetingen

Het werkt altijd makkelijk en secuur te ontwerpen op ruitjespapier of mm-papier.

Met een straal van 6 cm worden zijden van het vierkant $6\sqrt{2}$ cm lang.

Dit zijn 6 diagonaaltjes van 1 cm hokjes op het ruitjespapier, dus $6 \cdot \sqrt{2}$ cm.

Maar dit zijn ook de middellijnen van *de kleine verticale cirkels* op het vierkant.

Twee cirkels met straal $r = 3\sqrt{2}$ geven de bouwplaat van de vier halve cirkels op het vierkant.

Waar zitten *de grote verticale cirkels* nu precies?

Daarvoor moet de zijde van het vierkant in drie gelijke stukken worden verdeeld.

Dat betekent drie keer $2\sqrt{2}$.

Vanuit het middelpunt van de grote cirkel (met straal 6 cm) moet dus $\sqrt{2}$ op de (diagonale) straal genomen worden.

De straal R van de cirkel van de grote verticale doorsnede kan met Pythagoras worden berekend. $R = \sqrt{(6^2 - (\sqrt{2})^2)} = \sqrt{(36 - 2)} = \sqrt{34} = \sqrt{(9+25)}$.

Deze straal kan dus mooi op ruitjes worden getekend als schuine zijde van een rechthoekige driehoek met rechthoekszijden van 3 en 5 cm.

Blijft nog over om *de hoogte van de sleuven* te berekenen waarmee de halve cirkels in elkaar moeten worden geschoven.

In de kleine halve cirkel (met straal $3\sqrt{2}$) zit de sleuf op $2\sqrt{2}$ cm van de rand, en ook op $\sqrt{2}$ cm van het midden.

Met Pythagoras vinden we dan *de hoogte van de sleuf h in de kleinste cirkel*:

$$h = \sqrt{((3\sqrt{2})^2 - (\sqrt{2})^2)} = \sqrt{(18 - 2)} = \sqrt{16} = 4. \text{ Zie figuur 6.}$$

Dat is eigenlijk verrassend mooi.

De hoogte van de kleinste sleuf h kan ook berekend worden in de grote halve cirkel. Daar ligt hij $3\sqrt{2}$ van het middelpunt af. Zie het bovenaanzicht.

We cirkelen die $3\sqrt{2}$ even om naar de straal $\sqrt{34}$ en tekenen loodrecht daarop de gevraagde sleuf. Met Pythagoras berekenen we de hoogte :

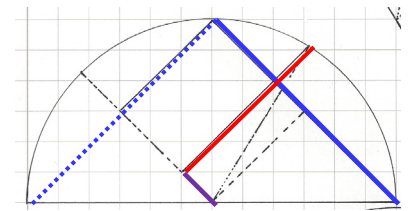
$$h = \sqrt{(\sqrt{34})^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{(34 - 18)} = \sqrt{16} = 4. \text{ Zie figuur 7}$$

Op een soortgelijke manier vinden we *de hoogte van de grootste sleuf H in de grote cirkel*.

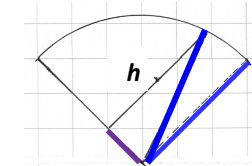
Die zit in alle vier de grote halve cirkels op $\sqrt{2}$ van het middelpunt.

Ook weer met Pythagoras te berekenen:

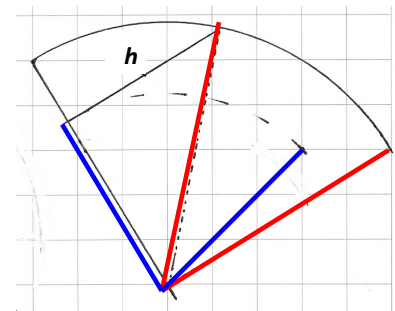
$$H = \sqrt{(\sqrt{34})^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{(34 - 2)} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}. \text{ Zie figuur 8.}$$



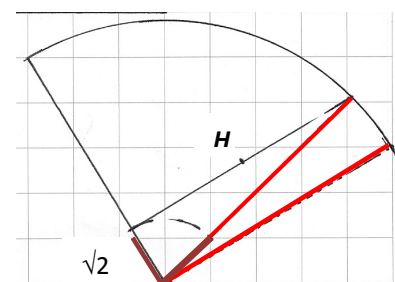
figuur 5 straal grote doorsnede



figuur 6 hoogte van de sleuf in de kleine halve cirkel



figuur 7 hoogte van de kleinste sleuf in de grote halve cirkel



figuur 8 hoogte van de grootste sleuf in de grote halve cirkel

3 Hoe maak je die halve bol?

Nodig:

- een *bouwplaat* voor 8 halve cirkels; vier cirkels op een A4-tje
- voor een mooi werk *een blanco blad* A4 160 g papier, waarop het patroon van de bouwplaat wordt overgebracht door middel van prikken van gaatjes in de eindpunten en hoekpunten van de bouwplaat
- *een vouwblad en een schutblad* waartussen de halve bol opgevouwen komt te zitten; deze doormidden vouwen
- *twee stukjes draad* van ongeveer 8 cm om de halve bol mee te bevestigen aan het vouwblad
- *een snijmes (of schaar) en een passer*; er bestaan ook cirkelsnijmessen met een beperkte straal
- *aanbevolen een dik stuk karton* om bij het prikken en snijden de bouwplaat op te leggen, zodat de tafel niet wordt beschadigd
- *een voorbeeldfoto en/of een bovenaanzicht* om te zien hoe de in elkaar geschoven stukken uiteindelijk komen te zitten, en om te zien waar de gaatjes waar de draadjes door het vouwblad moeten komen
- *plakband (of rijstvloei met lijm)*

Opmerkingen vooraf:

Meestal gebruik je kopieën van de bouwplaten, zo mogelijk op dikker papier, van de originele bouwplaat. Nadeel daarvan is dat alle lijntjes er dan ook op staan.

Een mooiere methode is dat je de bouwplaat op een blanco stuk karton, of dik papier (160 grams) legt.

Vervolgens prik je met een passerpunt een klein gaatje in alle eindpunten van lijnstukken en middelpunten van cirkels van de bouwplaat. Met potlood kun je nu de cirkelbogen tekenen. Later kun je dat potlood weer uitgummen. Met de bouwplaat er naast kun je precies zien welke lijntjes tussen twee gaatjes je moet snijden/knippen.

De sleuven moeten telkens voor de helft langs een ijzeren liniaal worden ingesneden. Maar voor een uitprobeersel is knippen ook goed.

In elk geval moeten er 8 halve cirkels worden uitgeknipt, dan wel gesneden.

Vervolgens moeten de sleuven worden aangebracht. In vier halve cirkels van onder af, in de andere vier van bovenaf. Denk er aan dat je de sleuven een klein beetje wijder maakt dan alleen een snee. En ook iets langer dan de helft.

Om de bol te kunnen opvouwen moet er voordat hij in elkaar wordt geschoven op twee plaatsen een draad van ongeveer 8 cm worden geplakt. Ook is het bij een uitprobeersel handig om de in elkaar geschoven halve cirkels met een klein stukje plakband aan elkaar te plakken. Anders bestaat de kans dat hij bij het uitvouwen uit elkaar valt. Dan nog de laatste klus.

In het bovenaanzicht van figuur 2 kun je zien dat de draden in de punten B en D door het vouwblad moeten worden gestoken. Prik daar met de passer een gaatje. Probeer met de passerpunt het draad erdoorheen te wurmen.

Aan de buitenkant de draad strak trekken en erop vastplakken. Het mooiste resultaat is er als je een strookje rijstpapier (vloeipapier) erover plakt. Maar bij uitprobeersels volstaat plakband.

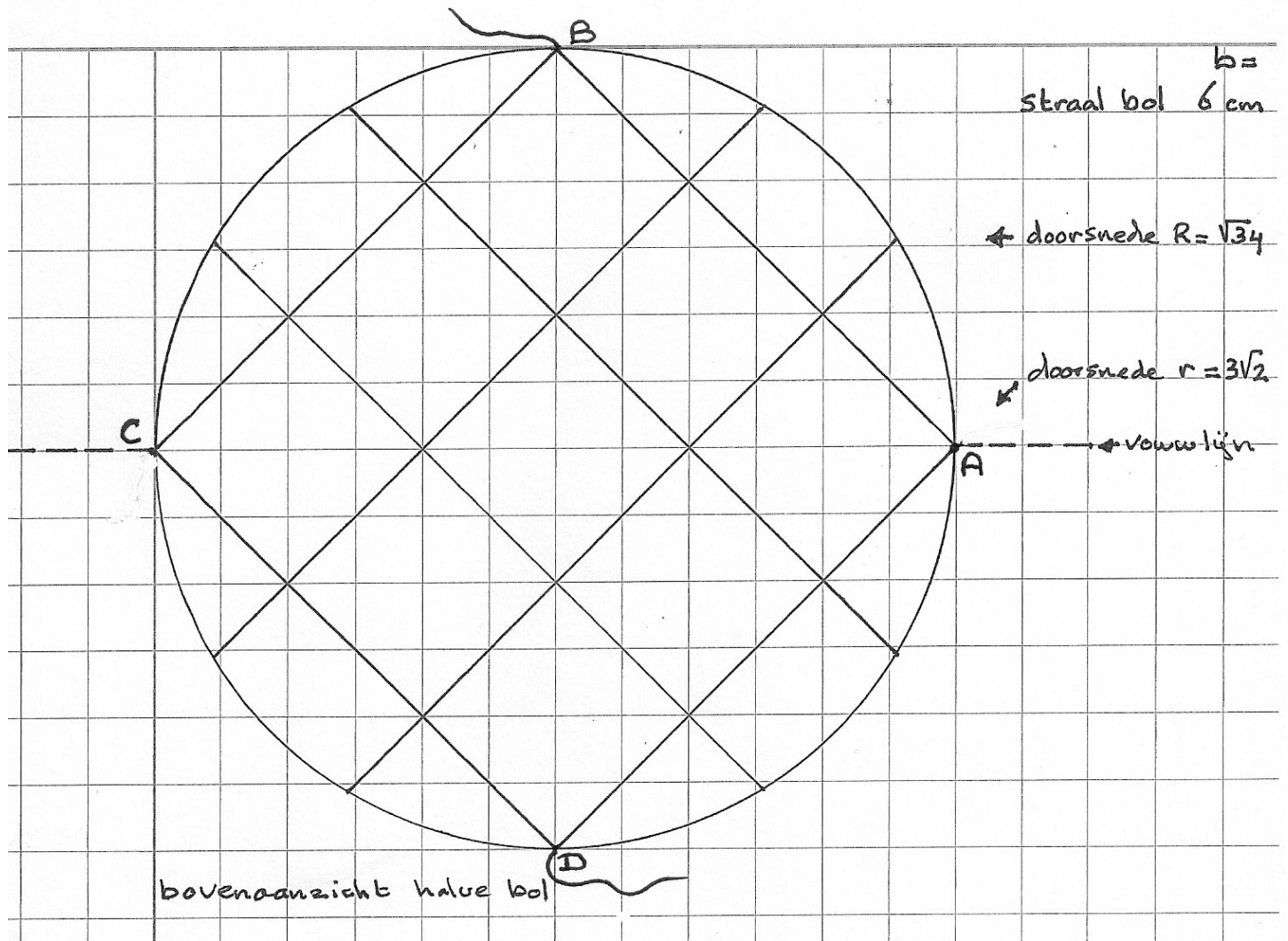
Voor de afwerking plak je op de beide helften van het vouwblad nog een schutblad.

Dan zie je de geplakte draad niet meer.

Aan de slag: Gebruik je een blanco wit 160 g A4-tje? Voer dan punt 1 t/m 3 uit, zo niet, dan ga je naar punt 4.

- 1 Leg de bouwplaat van de vier cirkels boven op het blanco blad.
- 2 Prik op alle eindpunten en hoekpunten met een passer een gaatje door de bouwplaat en het blanco blad heen; zorg ervoor dat je eerst een dik stuk karton of snijmat eronder legt, om de tafel niet te beschadigen; zie voorbeeld.
- 3 Teken met dun potlood de vier cirkels en de sleuven op het blanco blad; later moeten die weer worden uitgummd; leg de bouwplaat ernaast om goed te zien waar de cirkels en de (halve) sleuven moeten komen.
- 4 Knip of snij de acht halve cirkels uit het papier.
- 5 Knip of snijd langs een liniaal de sleuven uit de halve cirkels; bij dik papier echt een 1 mm sleuf maken; maak de sleuven 1 mm dieper dan getekend om er later zeker van te zijn dat alles goed in elkaar past.
- 6 Plak met plakband of rijstvloei op het eind van twee kleine halve cirkels een draadje; die moeten later door een gaatje in het vouwblad worden gepriegeld.
- 7 Schuif de halve cirkels in elkaar; begin met een grote halve cirkel met sleuven aan de onderkant in de vier halve cirkels met de sleuven aan de bovenkant te steken; daarna de andere grote halve cirkel ernaast; tenslotte de twee kleine halve cirkels inpassen.
- 8 Prik op de juiste plaats een gaatje in het dubbelgevouwen vouwblad; gebruik het boven aanzicht van figuur 2; vouw het open en steek een draadje door elk van beide gaatjes; vouw het bouwsel tussen het vouwblad en trek de draadjes aan beide kanten strak; plak beide draadjes vanuit het gat aan de buitenkant vast.

9 Plak het dubbelgevouwen schutblad aan de buitenkant; daardoor zie je de bevestigingsdraadjes niet meer.



Voorbeeld van bouwplaat met gaatjes; bouwplaat op de volgende bladzijde

