

Eindexamen Analyse uit Zwitserland NWD 2011

Voorbeeld 1 (Alte Kantonsschule Aarau, 2008)

Die Funktion $y = f(x) = \frac{-x^3 + 5x^2 - 4}{2x^2}$ ist gegeben ($x \neq 0$). Ihr Graph sei die Kurve K .

- Diskutiere die Funktion (Nullstellen, Extremalwerte, Wendepunkte) und begründe, ob es sich bei den Extremalwerten um Maxima oder Minima handelt. Zeichne K im Bereich $-4 \leq x \leq 6$ und $-4 \leq y \leq 4$ möglichst genau (*Einheit* $\cong 1$ cm).
- Bestimme die Gleichung derjenigen Tangente der Kurve K , welche parallel zur Geraden $g : 9x + 2y + 18 = 0$ ist.
- Die Kurve K und die drei Geraden mit den Gleichungen $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$, $x = 1$ und $x = t$ (für ein festes $t > 0$) begrenzen eine Fläche mit dem Inhalt $A(t)$.
Berechne $A(t)$. Für welchen Wert von t ist $A(t) = 1$? Berechne $\lim_{t \rightarrow \infty} A(t)$.

Voorbeeld 2 (Liceo Cantonale Lugano 1, 2007)

- Determinare il valore dei parametri a , b e c sapendo che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 + 2bx - b}{x - 2} & \text{se } x \neq a \\ 4bx + 2c + 4a & \text{se } x = a \end{cases}$$

è continua su tutto \mathbb{R} .

- L'area compresa tra l'asse Ox e il grafico di $y = x^3 - t^2x$ (con $t > 0$) misura $8u^2$. Determina t e rappresenta graficamente la situazione.

Voorbeeld 3 (Gymnase Français de Bienne, 2010)

- Déterminer les coefficients a , b et c de telle manière que la fonction $g(x) = \frac{ax^3 + b}{x^2 + c}$ possède les asymptotes $x = -3$, $x = 3$ et $y = 4x$ et que le graphe de la fonction g intersecte l'axe Ox au point d'abscisse -2 .

- Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 3}$.

- (a) Montrer que la dérivée de f est $f'(x) = \frac{x^2(x^2 - 9)}{(x^2 - 3)^2}$.

- (b) Étudier la fonction f .

En particulier, chercher son domaine de définition, ses intersections avec les axes de coordonnées, ses éventuelles asymptotes et l'intersection du graphe de f avec ses asymptotes. Étudier sa variation et ses extrema.

Enfin, représenter graphiquement f dans un repère orthonormé (choisir l'unité de façon appropriée).