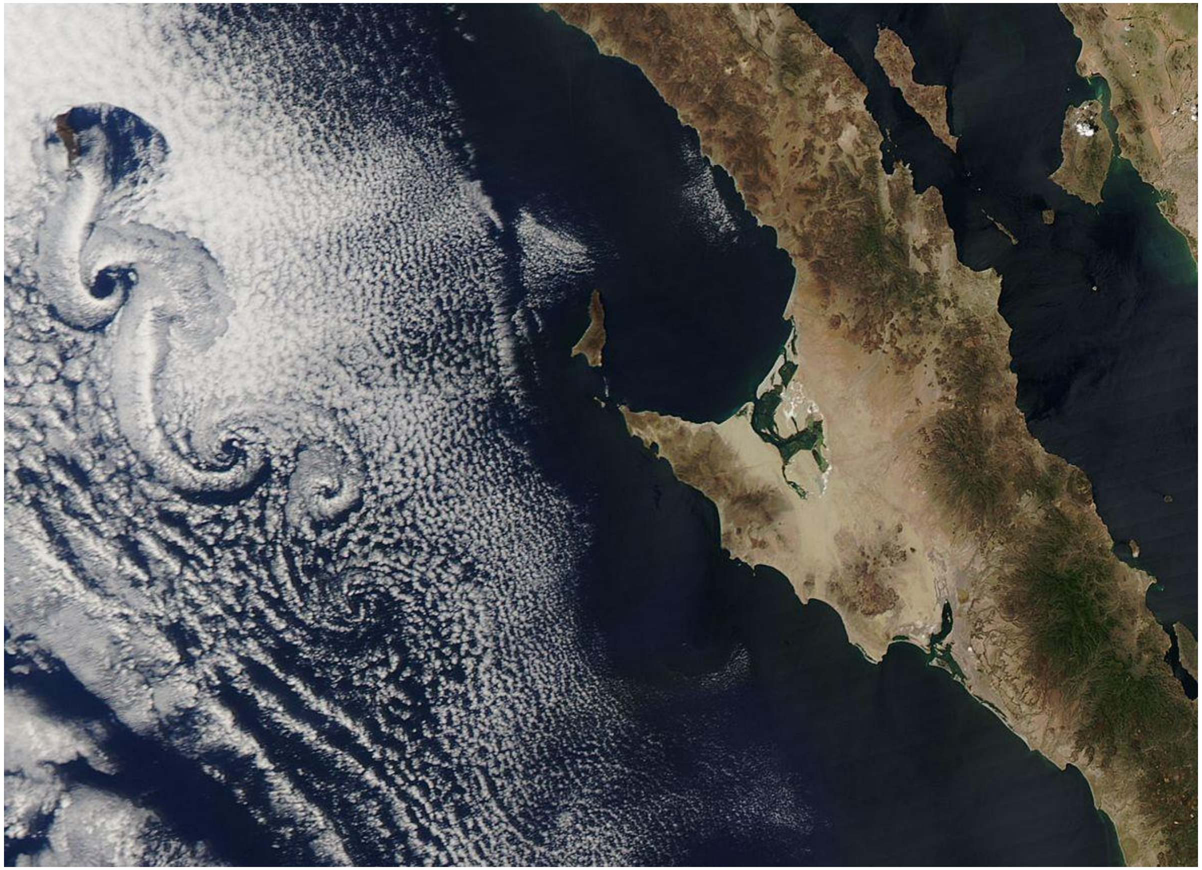
De wet van Bernoulli

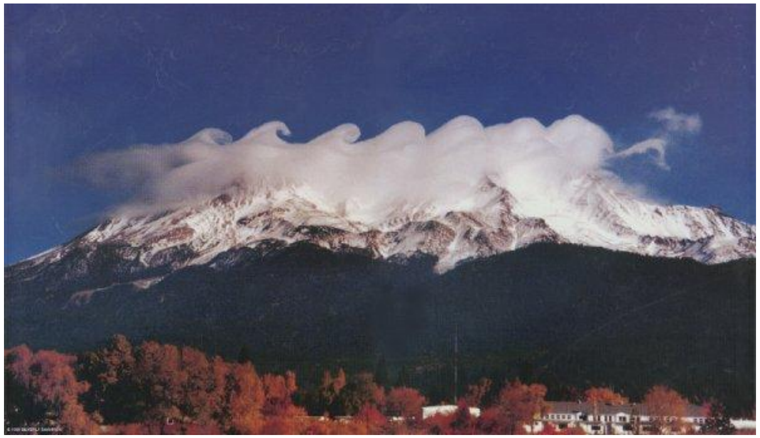


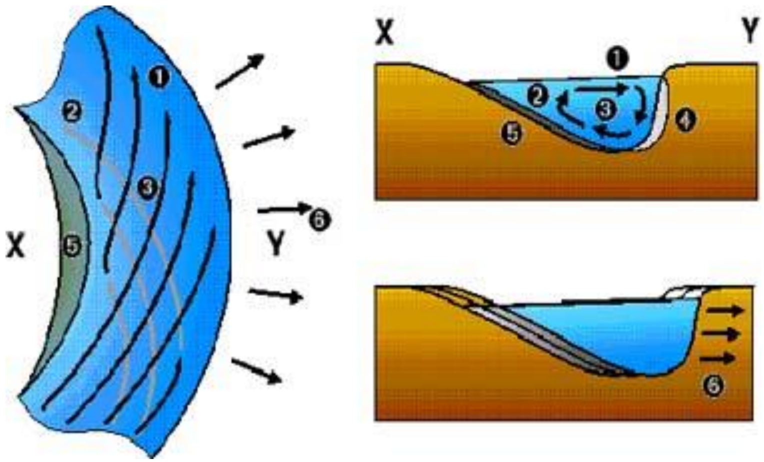
Bas van de Wiel

Technische Universiteit Eindhoven
University of Technology

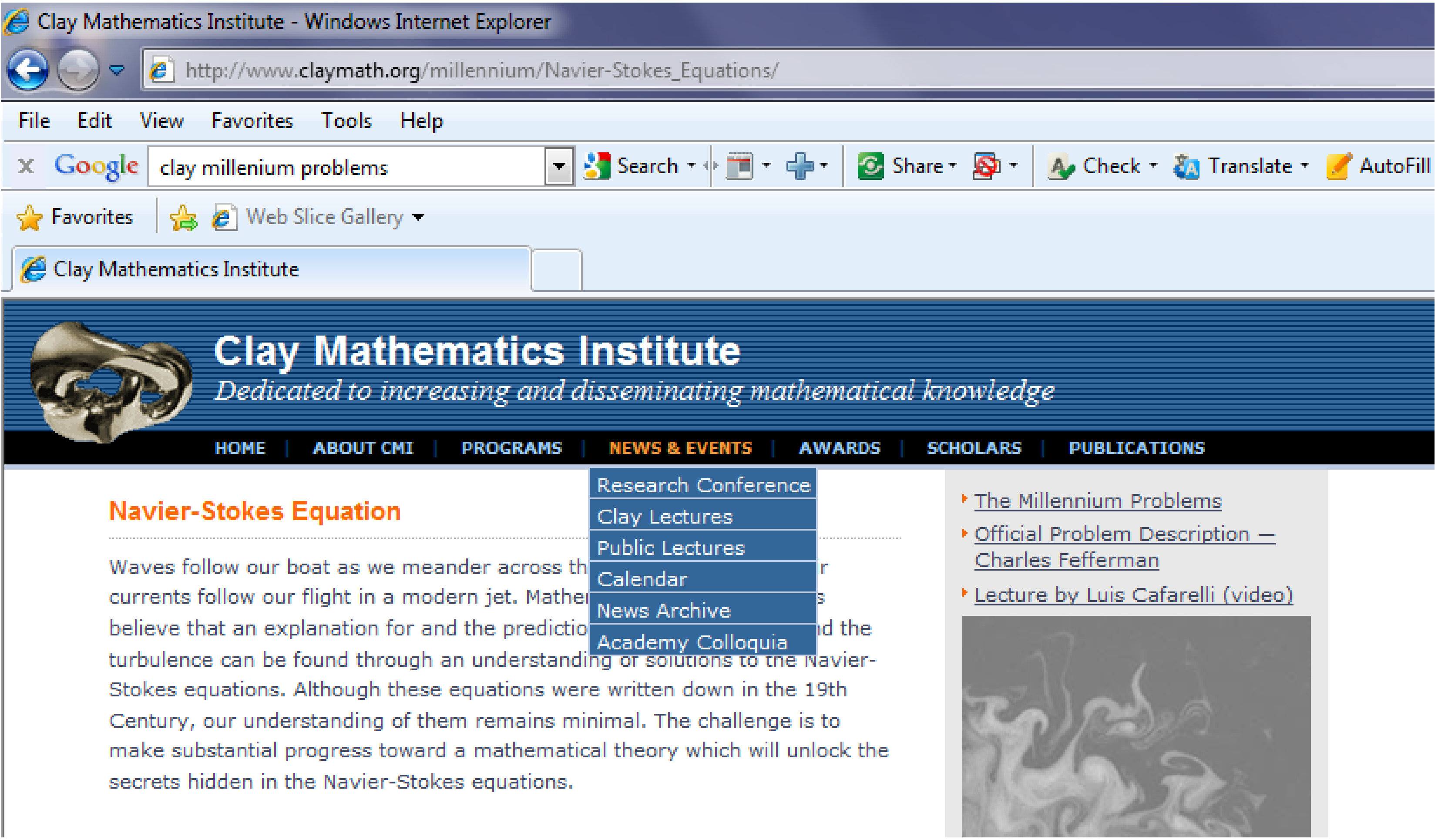
(Fluid Dynamics Laboratory)

Stromingen en complexiteit





Millenium problems



“The challenge is to make substantial progress towards a mathematical theory which will unlock the secrets hidden in the Navier-Stokes equations”

De wet van Bernoulli

- Onder bepaalde omstandigheden vereenvoudiging toegestaan

- De wet van Bernoulli

- Begrip alledaagse stromingsverschijnselen

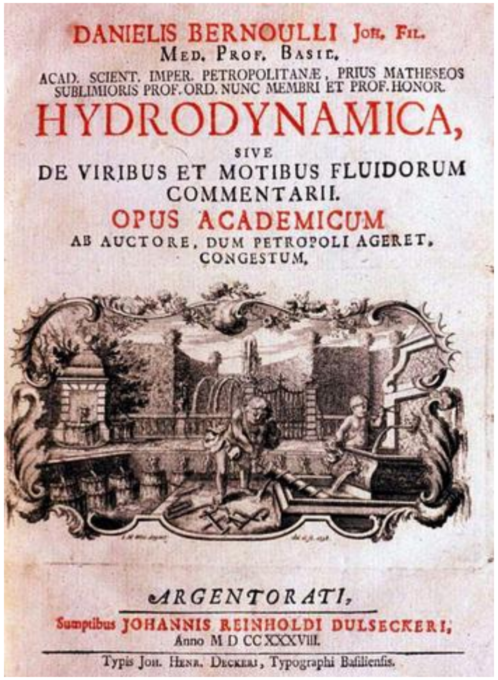
Familie Bernoulli

- Wiskundigen: broers (1654-1705) Jacob en Johan (1667-1748) (Basel, later Groningen)

- Johan's leerling: Euler

- Zoon Johan: Daniel: natuurkundige (Groningen)

- ……



Daniel

“Daar waar de snelheid hoog is,
is de druk laag….”

Demonstratie

"Daar waar de snelheid hoog is,
is de druk laag…."

De bernoulli-vergelijking

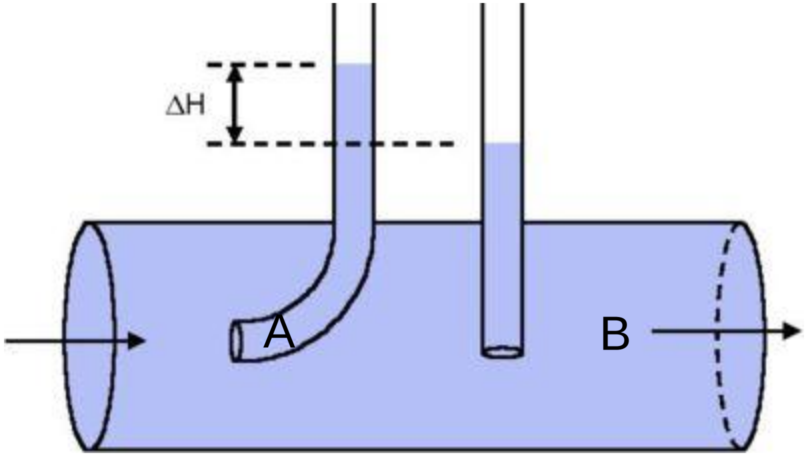
$$\underbrace{\frac{P}{\rho} + gz}_{\text{Pot. En.}} + \underbrace{\tfrac{1}{2}V^2}_{\text{Kin. En.}} = C$$

Behoud mechanische energie

(wrijvingsloos, stationair, rotatievrij)

De Pitot-buis

$$\frac{P}{\rho} + gz + \tfrac{1}{2}V^2 = C$$

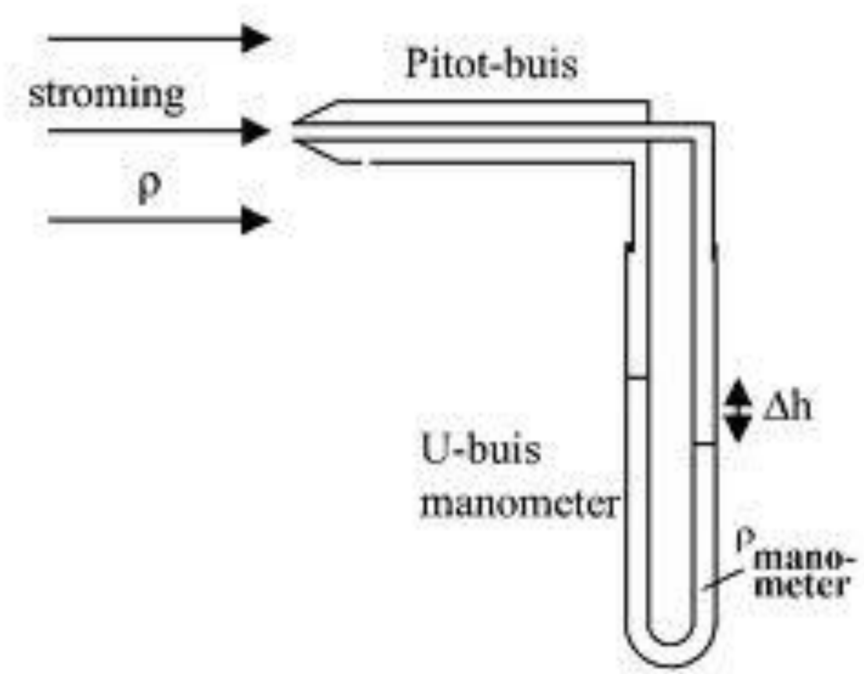


$$\frac{P_A}{\rho} + \tfrac{1}{2}{V_A}^2 = \frac{P_B}{\rho} + \tfrac{1}{2}{V_B}^2$$

$$V_B = \sqrt{2\,\frac{P_A - P_B}{\rho}}$$

(met V_A →) 0 (stagnatie)

De Pitot-buis



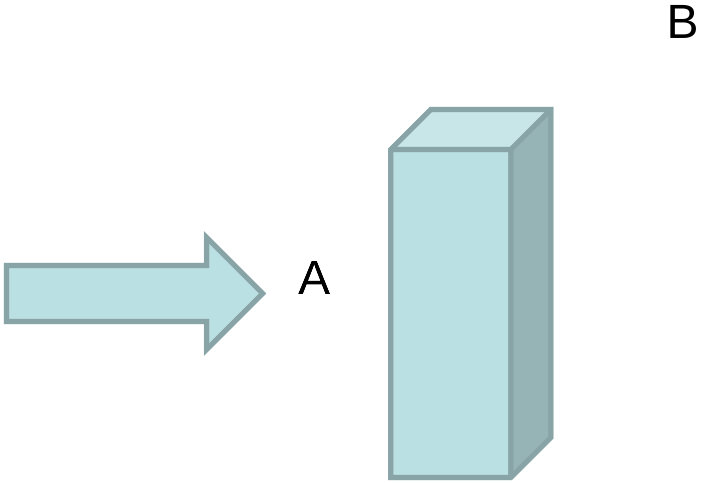
F16

Op de fiets

Herschrijf de Pitot formule:

$$V_B = \sqrt{2\frac{P_A - P_B}{\rho}}$$

$$P_A - P_B = \frac{1}{2}\rho V_B^2$$



Luchtweerstand

$$F_w = A(P_A - P_B) = \frac{1}{2}\rho A V_B^2$$

Op de fiets

Vermogen $$F_w V = \frac{1}{2}\rho A V^3$$

Volwassen recreant:

-vermogen 300 Watt
-dichtheid 1 kg/m^3
-effectief oppervlak 0.6 m^2

V =…..?

V= 10 m/s =
36 km/uur

25% harder?

25% harder,…. = 45 km/hr

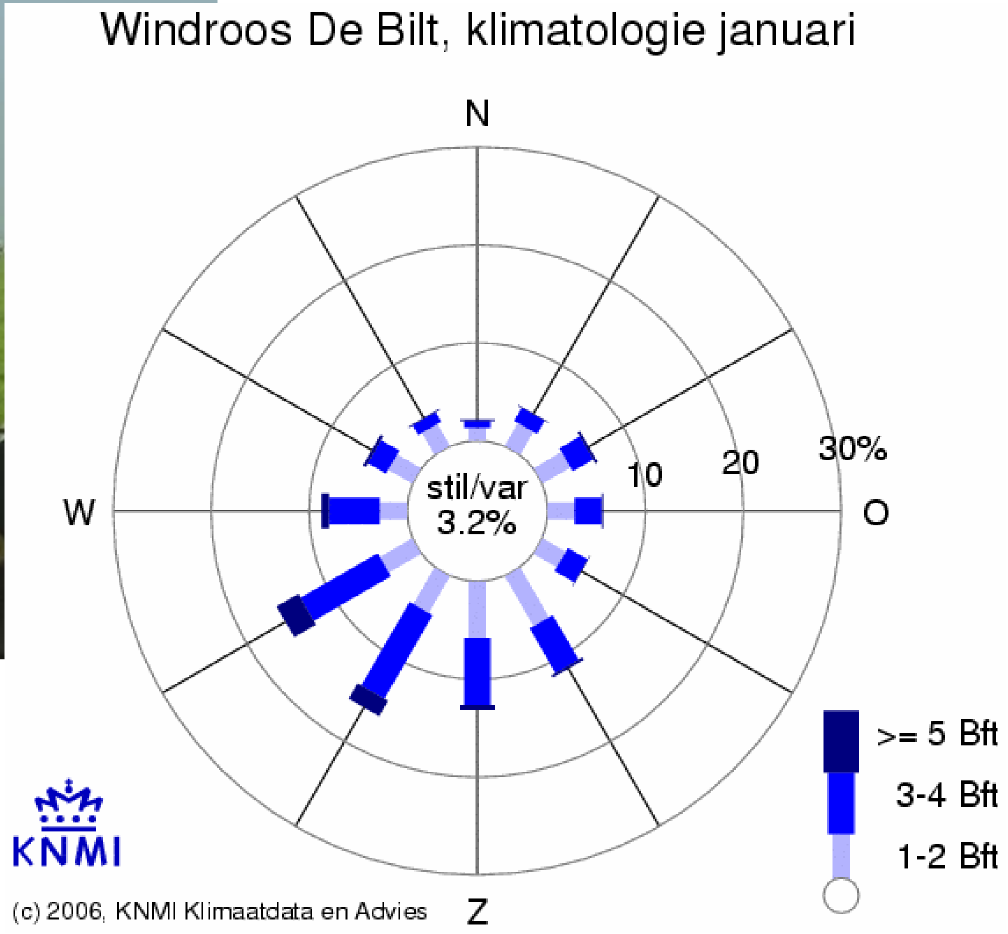
Welk vermogen nodig?

$$F_w V = \frac{1}{2}\rho A V^3$$

Vermogen= 586 Watt

95% meer!!

Windopbrengst



$$Vermogen \propto V^3$$

Bergafwaarts met Mart Smeets

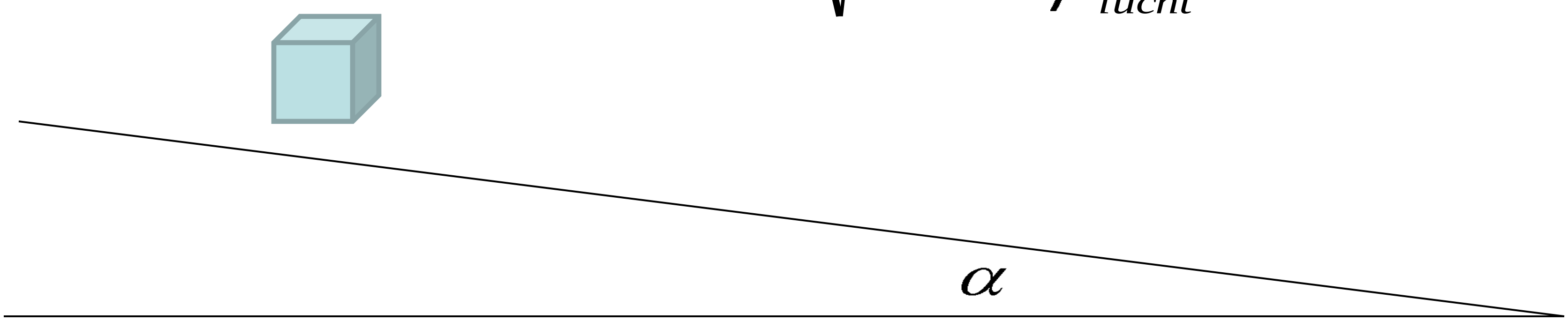
Wie gaat sneller de lichte of de zware persoon?

Bergaf

$$F_w = F_g \sin\alpha$$

$$\frac{1}{2}\rho_{lucht} \cdot L^2 \cdot V^2 = \rho_{fietser} L^3 \cdot g \sin\alpha$$

$$V = \sqrt{\frac{2\rho_{fietser}\, g \sin\alpha\, L}{\rho_{lucht}}}$$



De grote is in het voordeel……bergop is een ander verhaal……

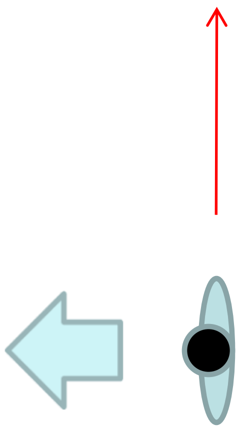
zijwind

"Ik heb altijd wind tegen!"

zijwind

10 m/s

Snelheid

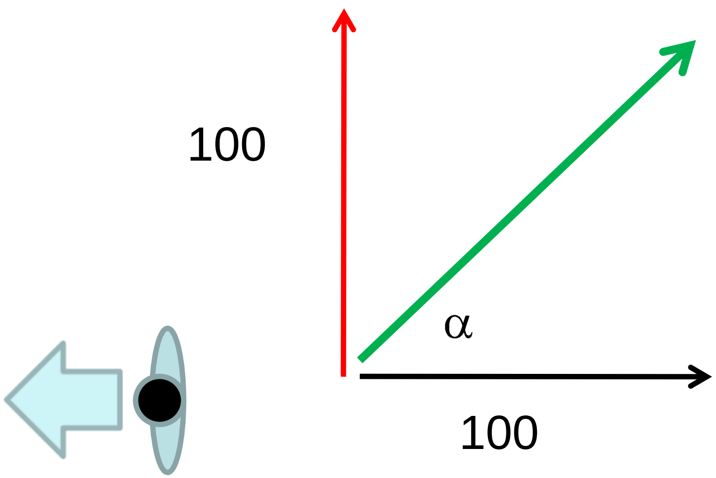


bovenaanzicht

10 m/s

zijwind

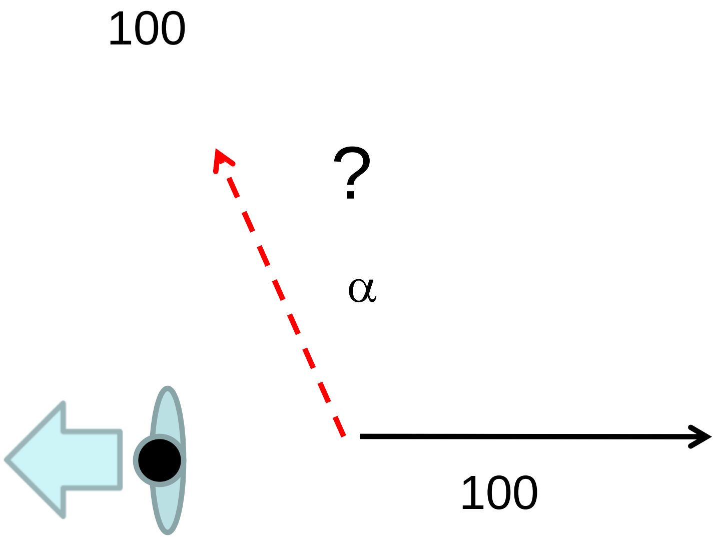
Voor ‘t gemak: $$\left|\vec{F}\right| = \left|\vec{V}\right|^2$$



$$F_x = \cos\alpha\left|\vec{V}\right|^2 = \frac{Fiets}{\sqrt{zij^2 + Fiets^2}} \cdot (zij^2 + Fiets^2)$$

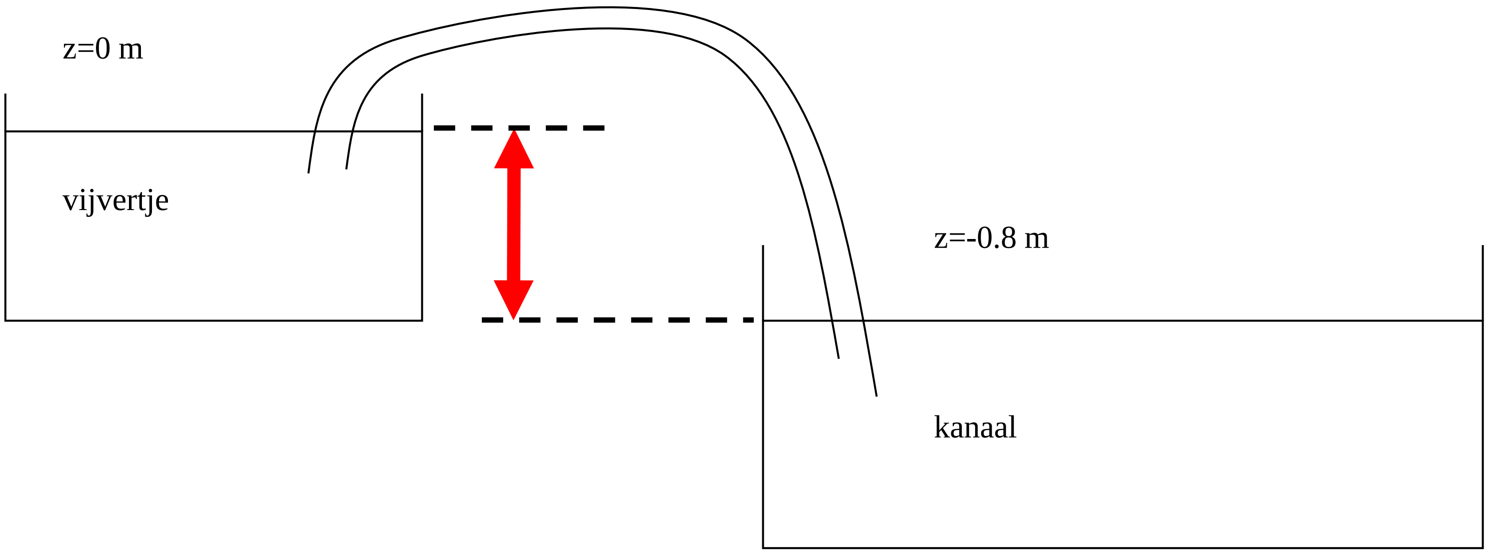
Het **kwadraat** veroorzaakt de netto zijwind bijdrage!

huiswerk



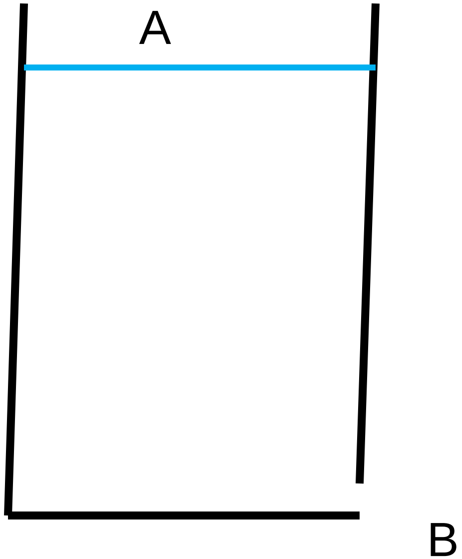
Bij welke hoek kan ik (eindelijk) spreken van een windvoordeel in de rug?

Leegloop vijver



Analoog model

$$\frac{P_A}{\rho} + g z_A + \tfrac{1}{2} V_A{}^2 = \frac{P_B}{\rho} + g z_B + \tfrac{1}{2} V_B{}^2$$



$$V_B = \sqrt{2 g z_A}$$

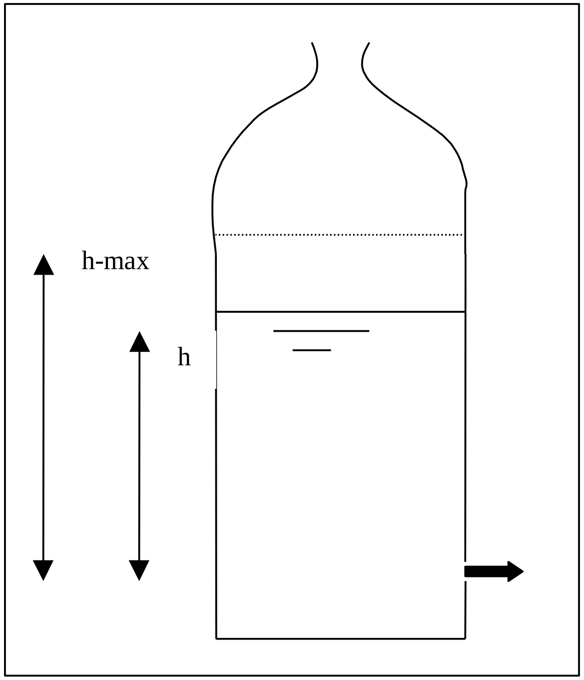
(val-snelheid!)

-------------------- Referentie: z=0

Analoog model: PET fles

Massabalans

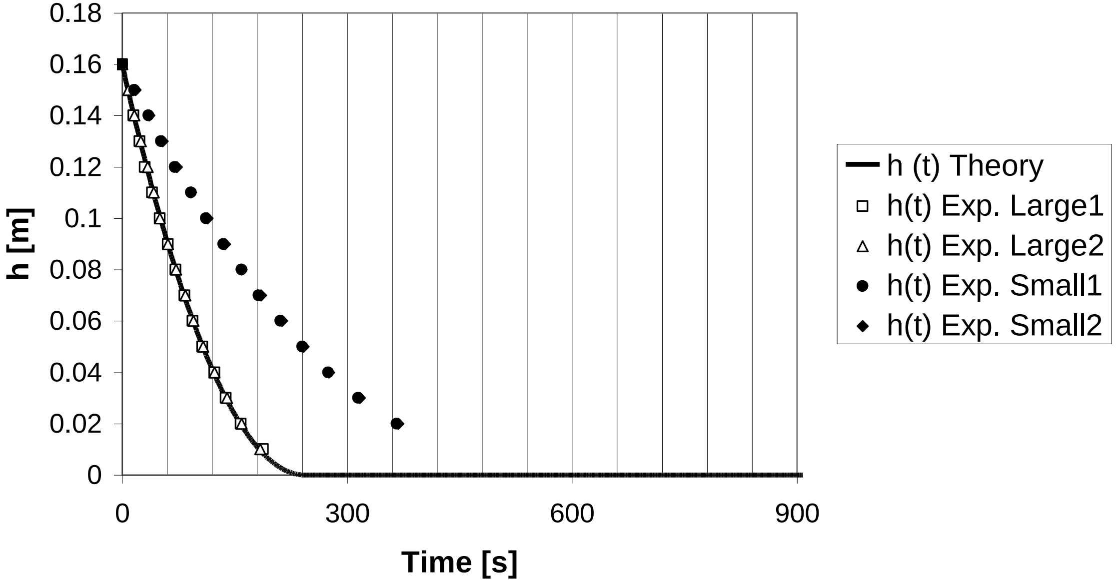
$$-A_{fles}\frac{dh}{dt}=uitstroom=-A_{gaatje}\sqrt{2gh}$$

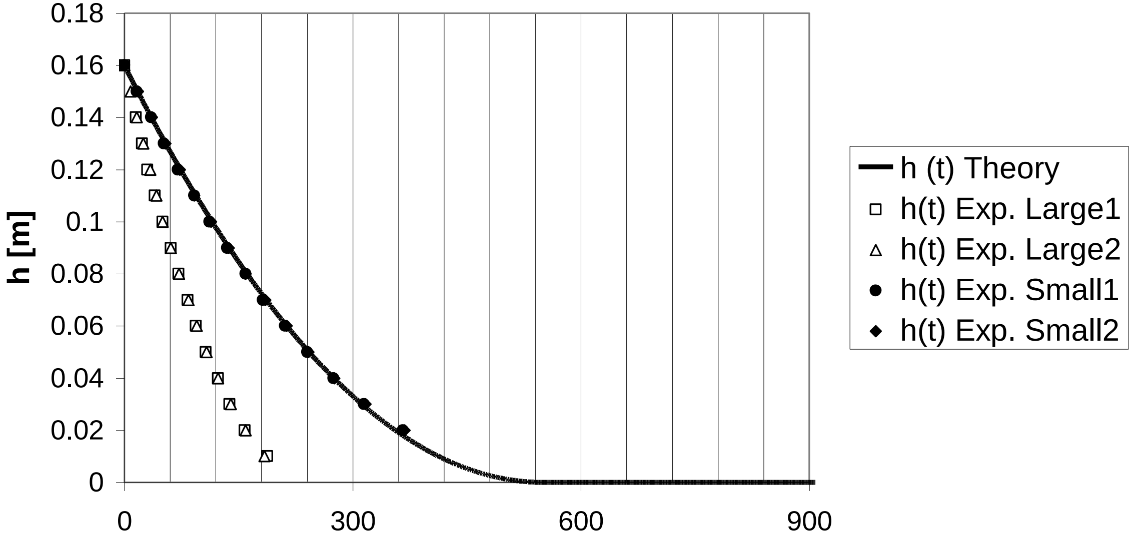


$$h=\left(\sqrt{h_{\max}}-\frac{1}{2}\alpha t\right)^2$$

$$\alpha=\frac{A_{gaatje}}{A_{fles}}\sqrt{2g}$$

In de klas: PET fles





…..correctie voor straalcontractie 80%

In de klas

Welke loopt het snelst leeg?

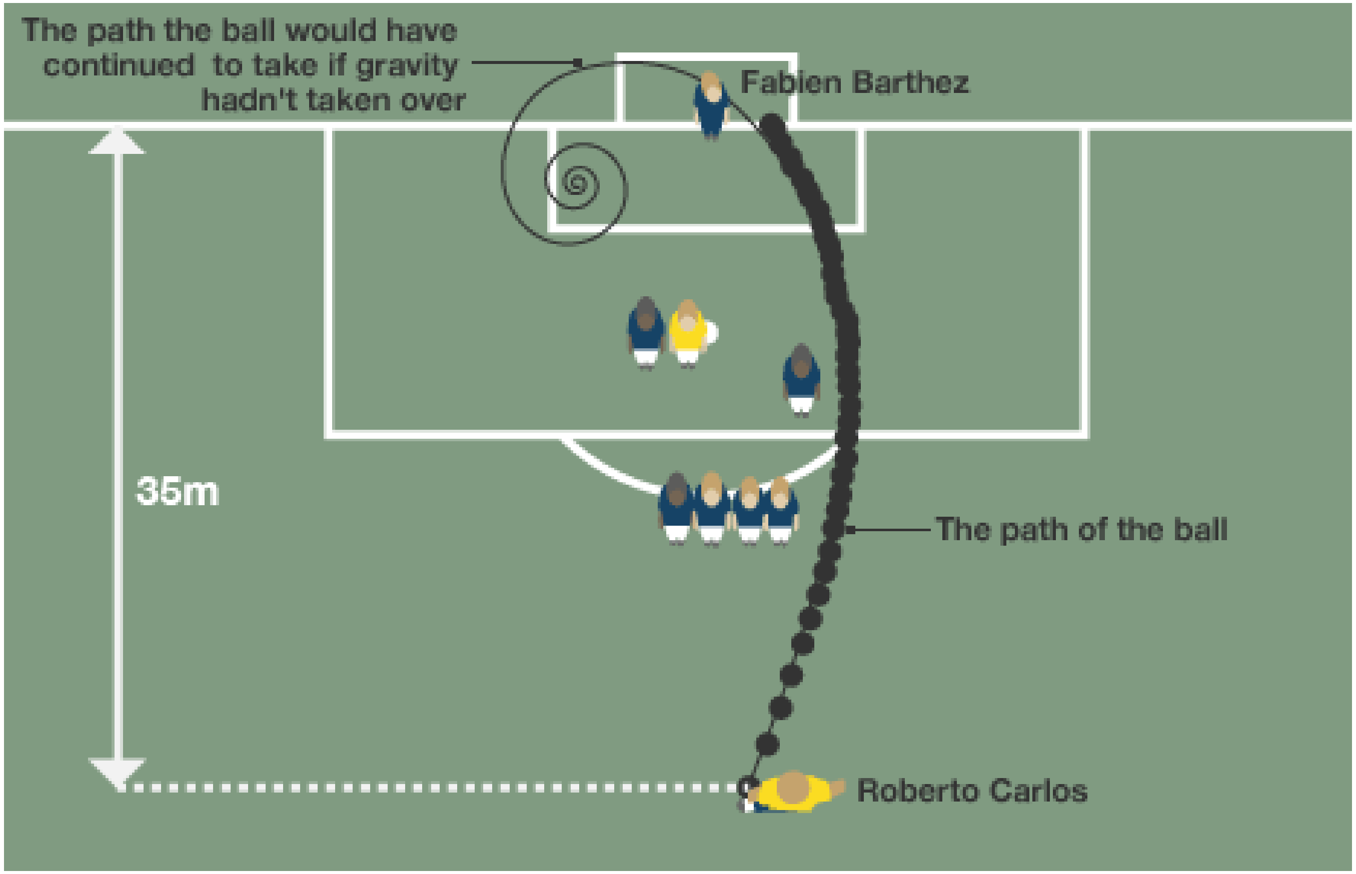
a) Linker, natuurlijk

b) Rechter, natuurlijk

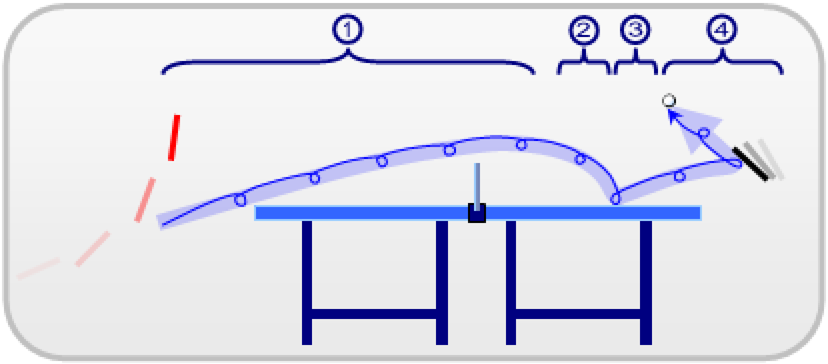
c) Even snel

Effectballen

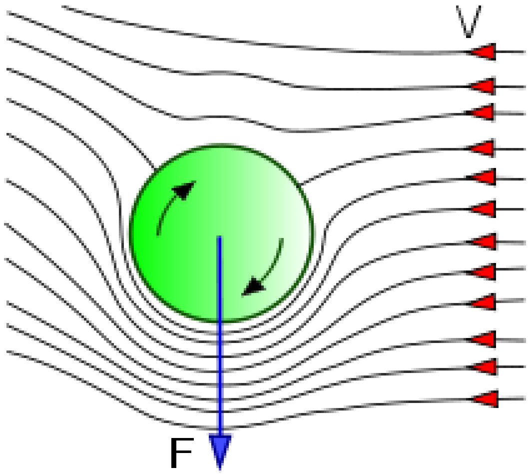
“the ball boy10 yards to the right ducked instinctively”



Bernoulli-verklaring

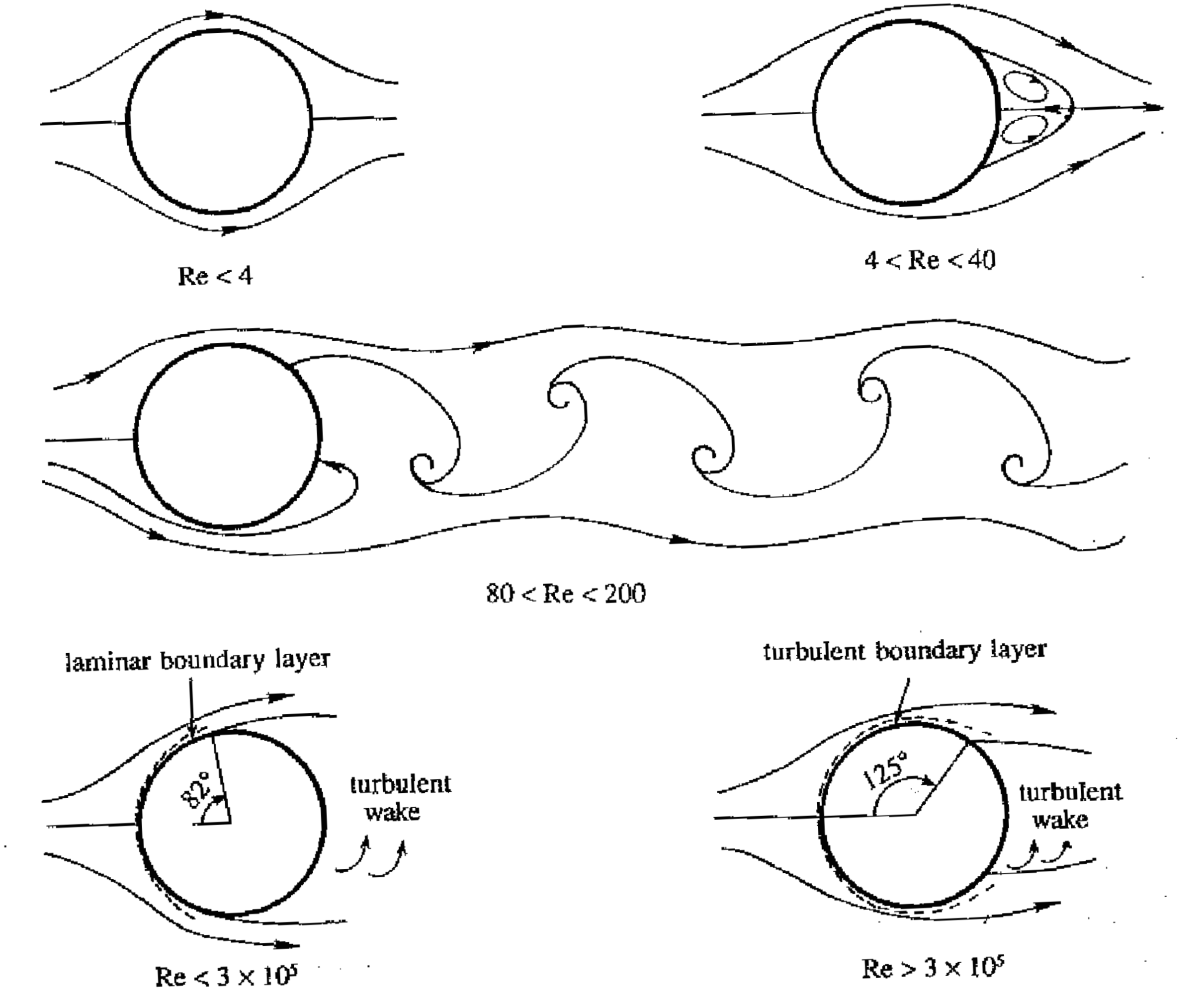


Het Magnus-effect



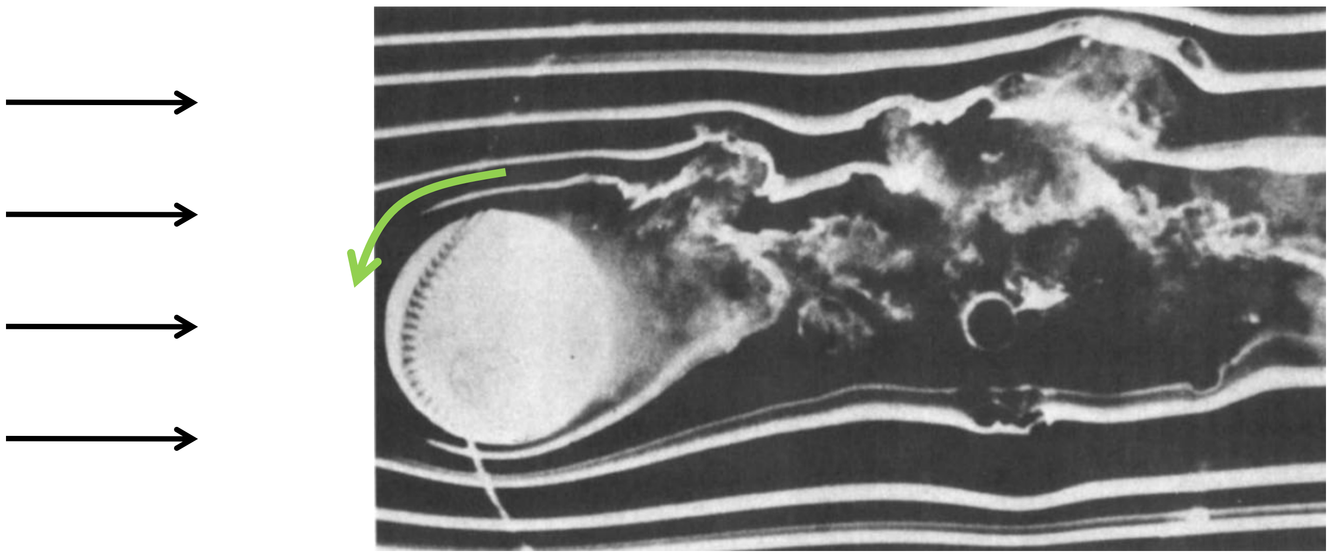
Hoge snelheid ~> lage druk

Grenslagen & loslaatpunten



Turbulente zog

Actie=-reactie



Effectballen

Normaal Magnus-effect:
-Ruwe bal

-turbulent - zeer turbulent zog

-Net als Bernoulli verklaring

Omgekeerd Magnus-effect:
-zwabberende strandbal

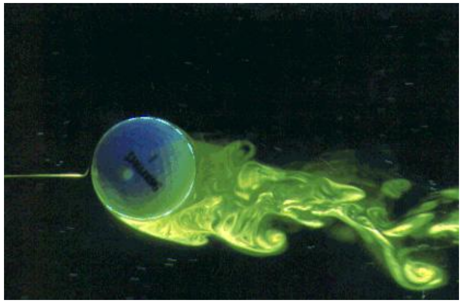
-turbulent-Laminair zog:

-verkeerd-om Bernoulli

Baleigenschappen

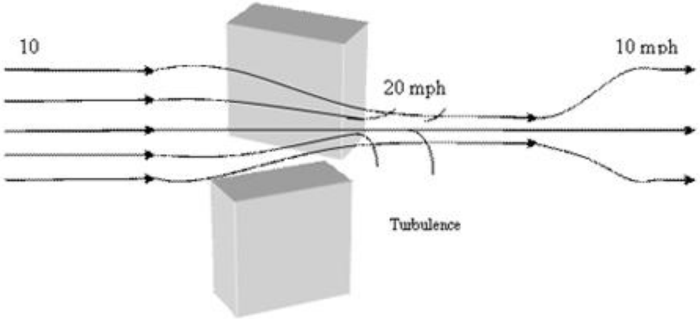
- Ruwheid
- Gewicht

- # omwentelingen (stabiliteit!) & snelheid
- ……

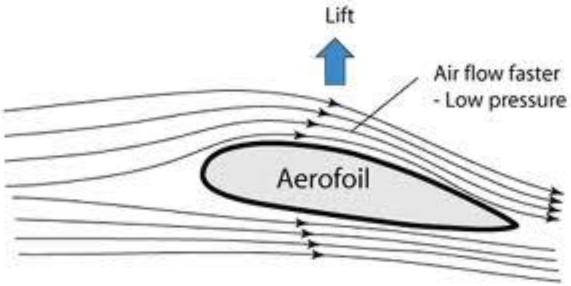


Jabulani in windtunnel

En meer….

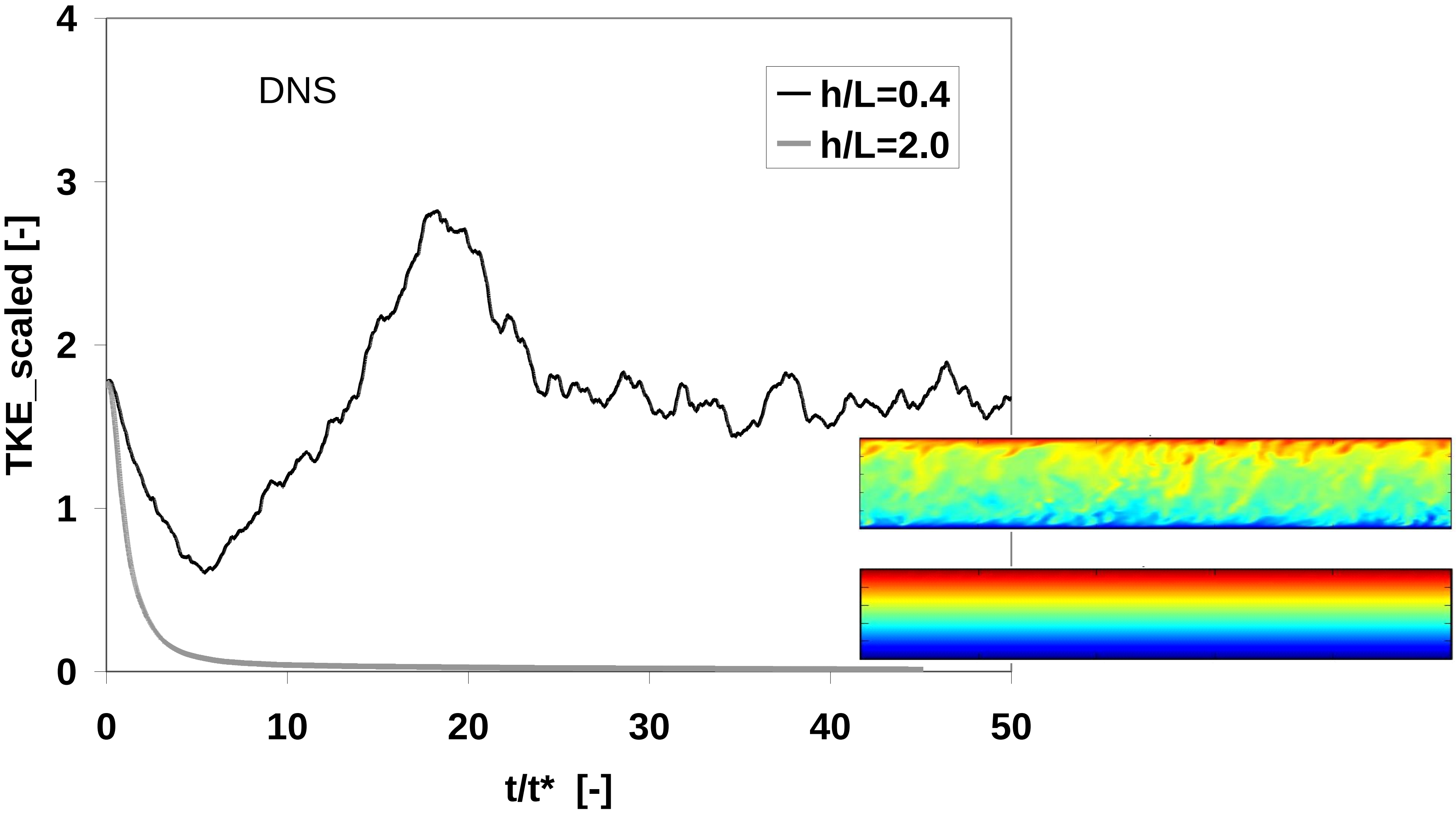

10
10 mph
20 mph
Turbulence


INTREPID


Lift
Air flow faster
- Low pressure
Aerofoil

Onderzoek

Onderzoek



Afsluiting

Uitdaging voor toekomstige wis- en natuurkundigen!

Bedankt voor uw aandacht!