

Magische Wiskunde ... en de Prijsvraag 2009

Matthijs Coster



www.pythagoras.nu

6 februari 2010
(NWD)

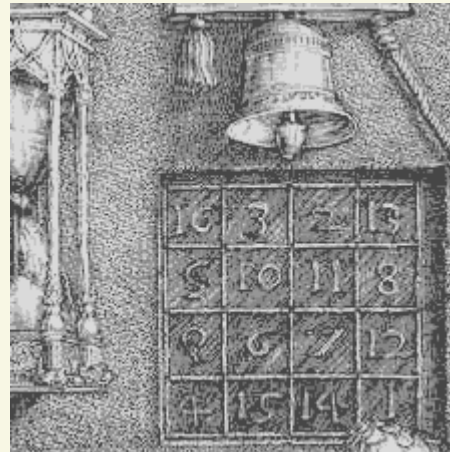
Inhoud

- ◆ Geomagische vierkanten
- ◆ Opgave over Geomagische vierkanten
- ◆ Pythagoras
- ◆ Magische vierkanten
- ◆ MRI
- ◆ Discrete Tomografie
- ◆ Andere magische figuren
- ◆ De Pythagoras Prijsvraag

lets over Magische Vierkanten

- ◆ In een $n \times n$ vierkant worden de getallen 1 t/m n^2 ingevuld, zodanig dat de getallen van elke rij, elke kolom en de beide diagonalen gelijke som hebben.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

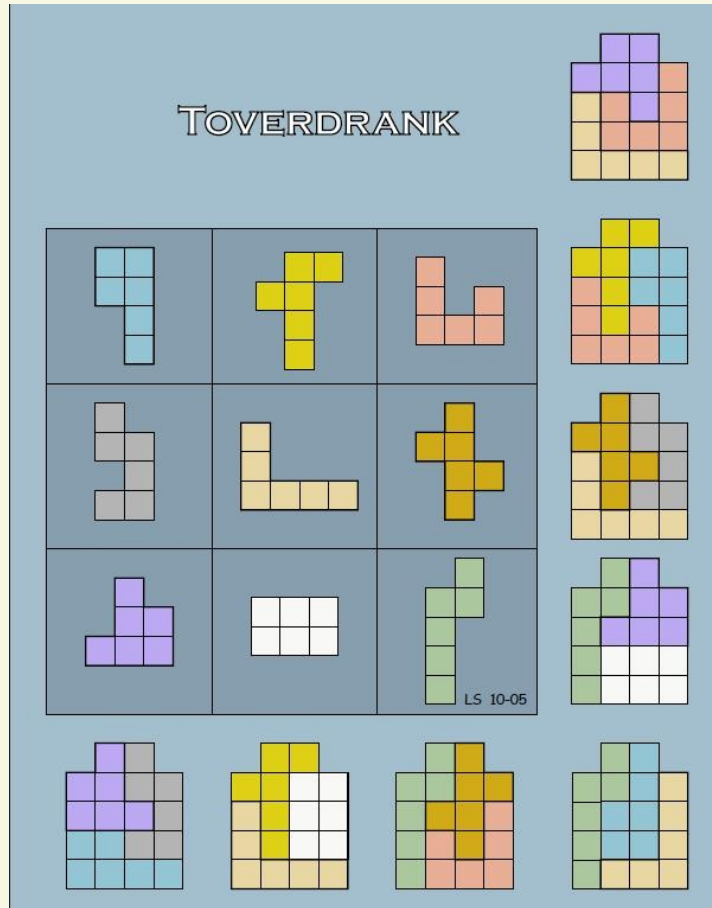


1	35	34	3	32	6
30	8	28	27	11	7
24	23	15	16	14	19
13	17	21	22	20	18
12	26	9	10	29	25
31	2	4	33	5	36

Geomagische vierkanten

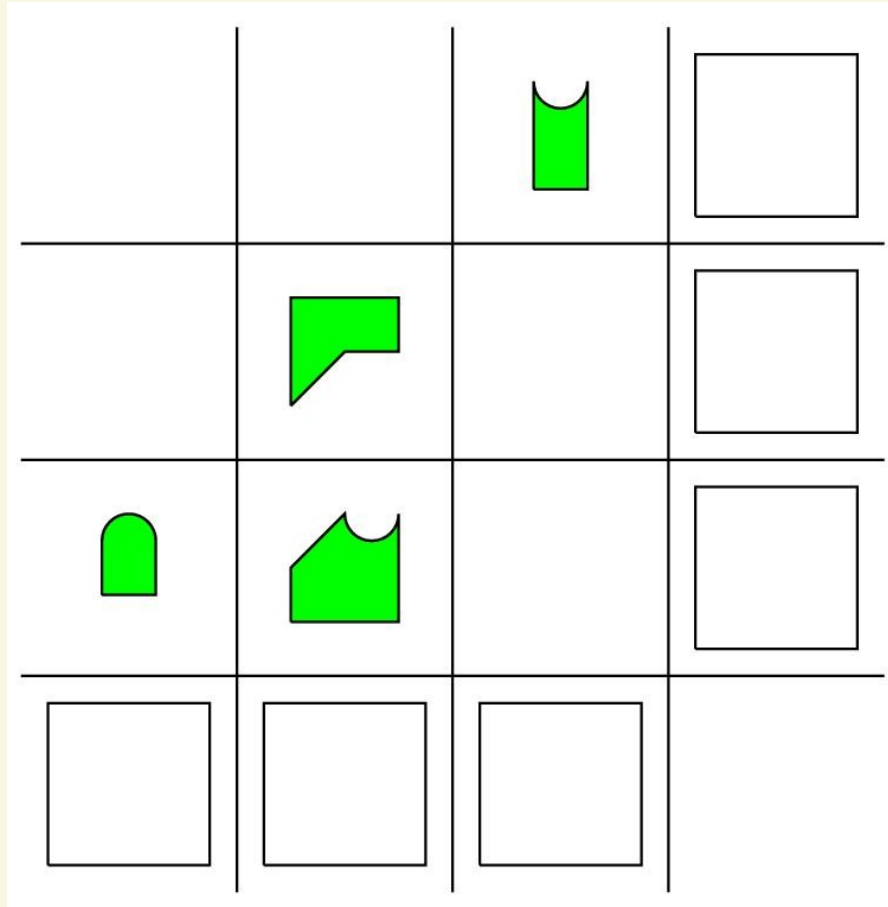
- ◆ In plaats van getallen gaan we plaatjes “optellen”, d.w.z. Samenvoegen tot een groter figuur.
- ◆ Idee is afkomstig van Lee Sallows.

Geomagische vierkanten



Let op de figuren tellen
horizontaal, vertikaal en
diagonaal op tot een
“flesje”.

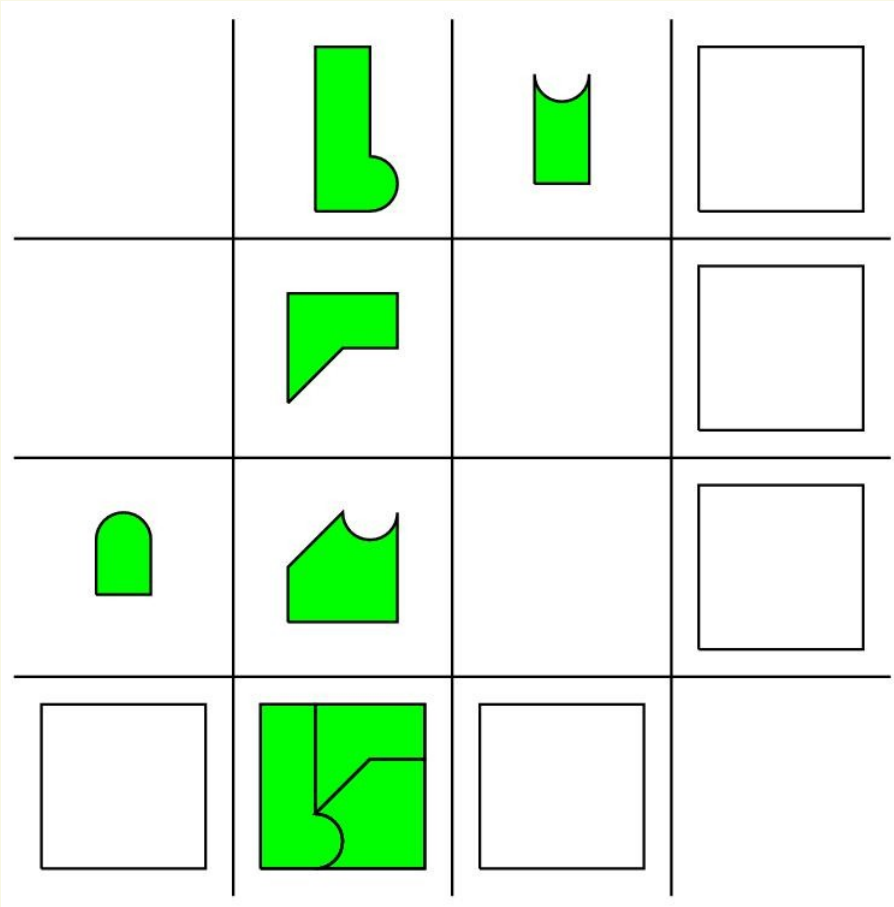
Geomagische vierkanten



Een oefenopgave...

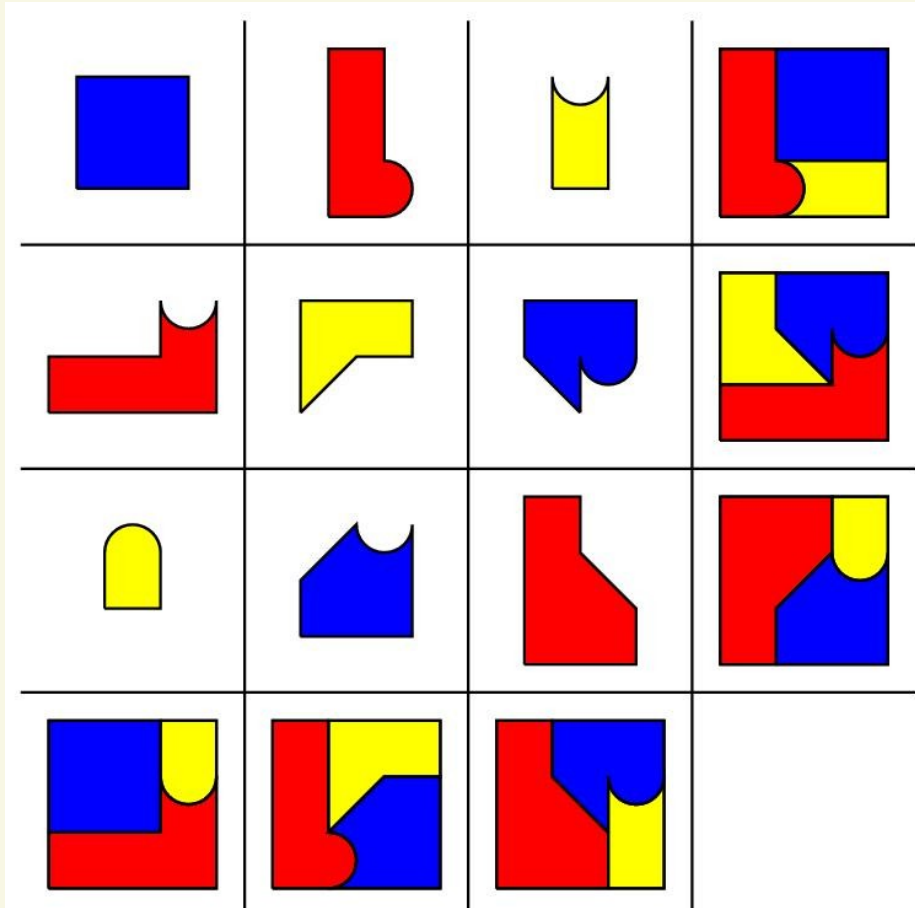
Het gaat om een semi
geomagisch vierkant,
(dus geen diagonalen)

Geomagische vierkanten



Midden boven is een figuur geplaatst, z.d.d. de figuren in kolom “optellen” tot een vierkant.

Geomagische vierkanten

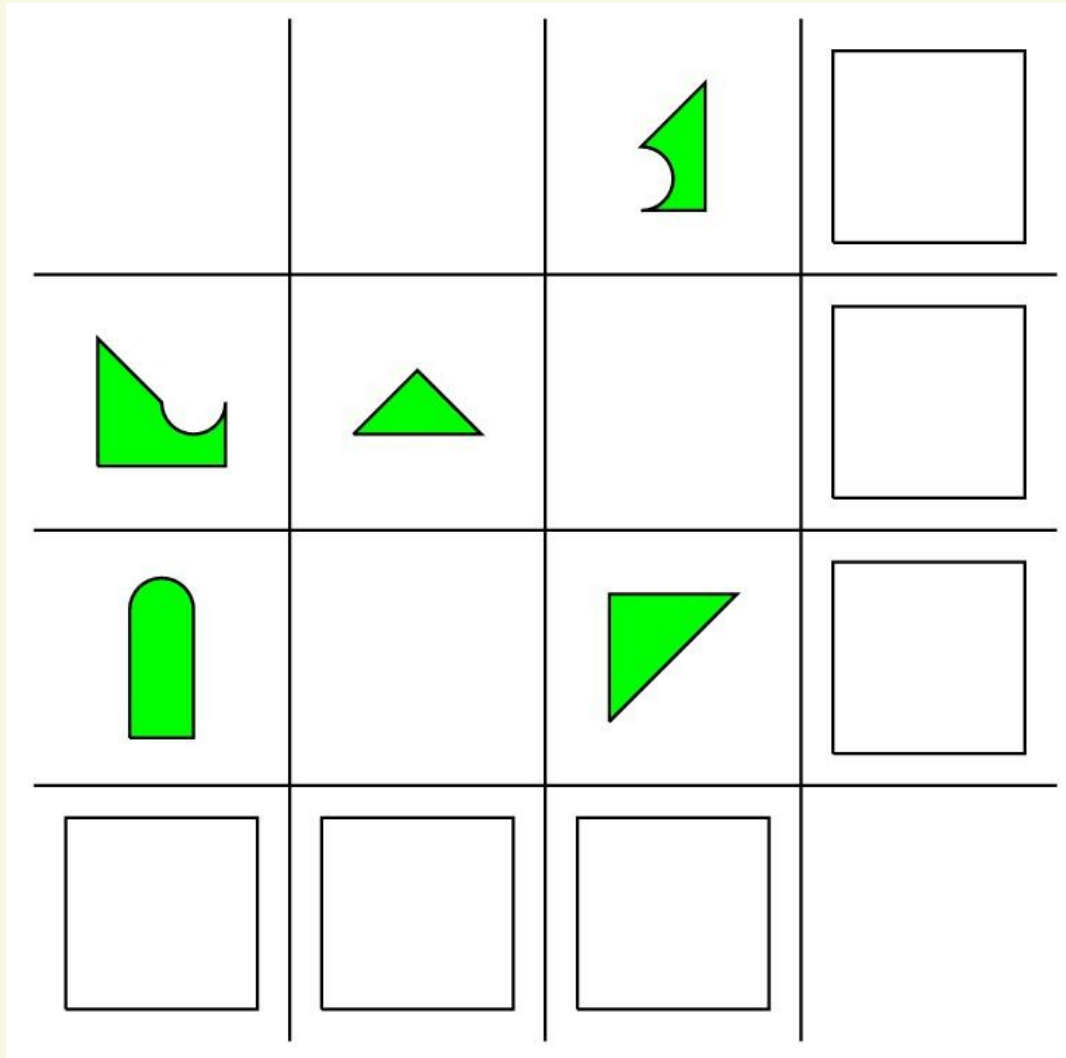


... en de oplossing

De NWD opgave ...

Zo meteen verschijnt er op het scherm een semi geomagisch vierkant van 3×3 . Probeer de ontbrekende figuren te vinden...

De NWD opgave ...



Let op!
Dit is slechts
een SEMI
geomagisch
vierkant

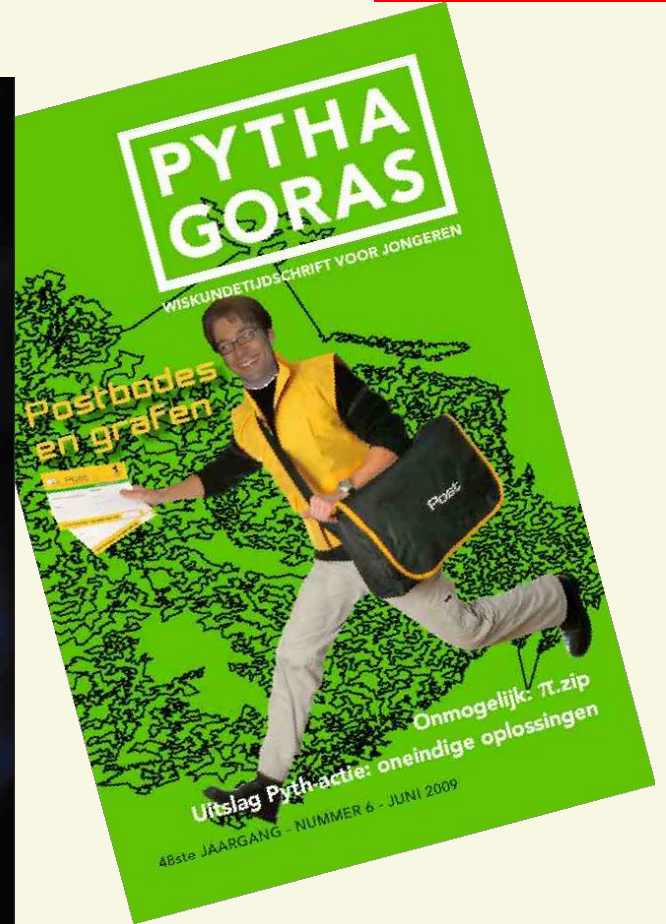
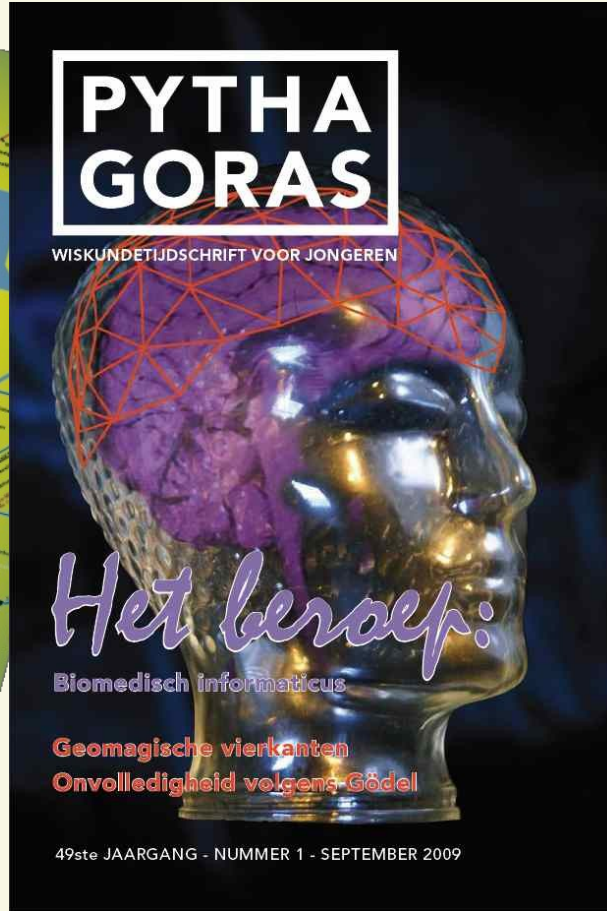
Inhoud

- ◆ Geomagische vierkanten
- ◆ Opgave over Geomagische vierkanten
- ◆ Pythagoras
- ◆ Magische vierkanten
- ◆ MRI
- ◆ Discrete Tomografie
- ◆ Andere magische figuren
- ◆ De Pythagoras Prijsvraag

Pythagoras

- ◆ Wiskunde tijdschrift voor jongeren
- ◆ ... maar ook ouderen
- ◆ Bestaat al 49 jaar!
- ◆ Onderwerpen:
 - ◆ Nootjes,
 - ◆ Thema: Beroepen,
 - ◆ Pythagoras Olympiade,
 - ◆ journaal/post,
 - ◆ Losse artikelen,
 - ◆ ... en nog veel meer,

Pythagoras



Oudere Prijsvragen

- ◆ 4444
- ◆ Escher
- ◆ Veelvlakken
- ◆ PriemPrijsvraag
- ◆ Costergetallen
- ◆ Pygram
- ◆ Pyth-actie

Prijsvraag 2009

- ◆ Magische Vierkanten
- ◆ Andere magische figuren
- ◆ Geomagische vierkanten

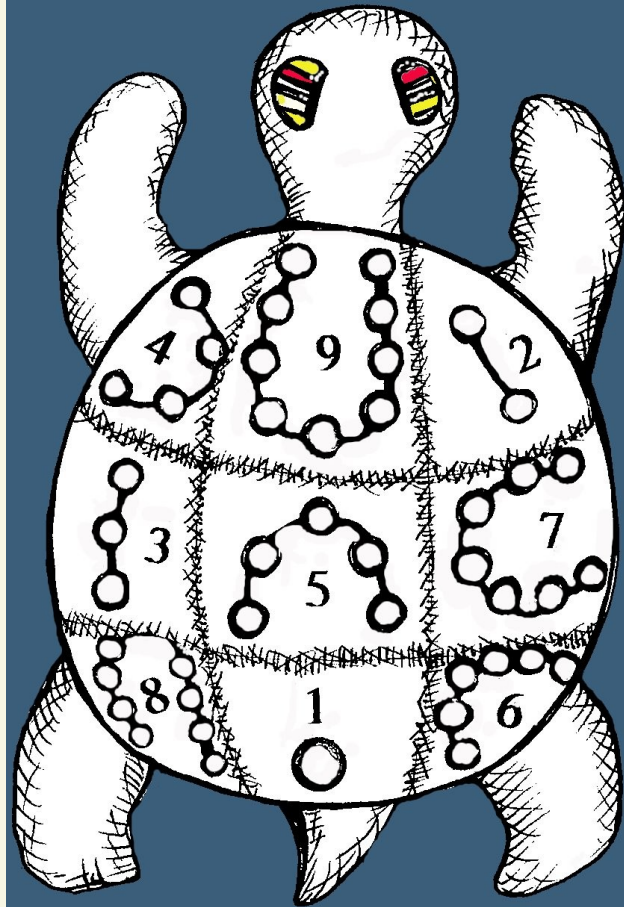
De Formule

$$1 + 2 + 3 + \dots + n^2 = ???$$

$$n^2(n^2 + 1)/2$$

$n(n^2 + 1)/2$ per rij, kolom of diagonaal

Lo Chu



← Magisch vierkant van 3 x 3, wel bekend van Lo Chu, 2800 voor Chr.

Antoni Gaudí



← Sagrada
Familia

“Pan” Magische vierkanten

5	11	14	4
10	8	1	15
3	13	12	6
16	2	7	9

- ◆ Gelijke sommen, ook voor “nevendiagonalen”.

Pan Magische vierkant 5x5

1	7	15	23	19
13	24	16	2	10
17	5	8	14	21
9	11	22	20	3
25	18	4	6	12

1	7	15	23	19
13	24	16	2	10
17	5	8	14	21
9	11	22	20	3
25	18	4	6	12

Elke kleur heeft gelijke som!

Bewijs (1)

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

Ga uit van een leeg
5x5 rooster

Bewijs (2)

2	0	0	2	1
0	0	2	1	2
0	2	1	2	0
2	1	2	0	0
1	2	0	0	2

We tellen de diagonaal (zoals aangegeven) eenmaal en de twee aangrenzende diagonalen tweemaal.

Bewijs (3)

3	2	0	2	3
2	1	4	1	2
0	4	2	4	0
2	1	4	1	2
3	2	0	2	3

We tellen hierbij op de (hoofd)diagonaal eenmaal en de twee aangrenzende diagonalen tweemaal.

Bewijs (4)

3	3	3	3	3
2	2	7	2	2
0	5	5	5	0
2	2	7	2	2
3	3	3	3	3

We tellen hierbij op eenmaal de tweede en vierde kolom en driemaal de derde kolom.

Bewijs (5)

3	3	3	3	3
3	3	8	3	3
3	8	8	8	3
3	3	8	3	3
3	3	3	3	3

We tellen hierbij op eenmaal de tweede en vierde rij en driemaal de derde rij.

Bewijs (6)

0	0	0	0	0
0	0	5	0	0
0	5	5	5	0
0	0	5	0	0
0	0	0	0	0

Trek van het resultaat driemaal alle rijen af, en deel dit resultaat door 5.

Bewijs (slot)

0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	1	1	0
0	0	1	0	0
0	0	0	0	0

Trek van het resultaat driemaal alle rijen af, en deel dit resultaat door 5.

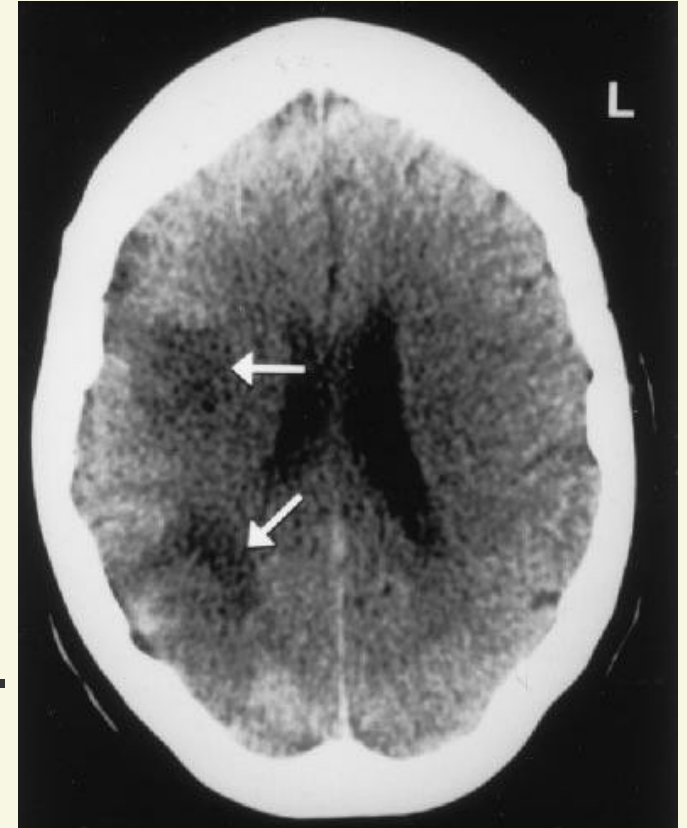
Intermezzo over MRI

- ◆ MRI = Magnetic Resonance Imaging
- ◆ Discrete tomografie
- ◆ Relatie tot magische vierkanten

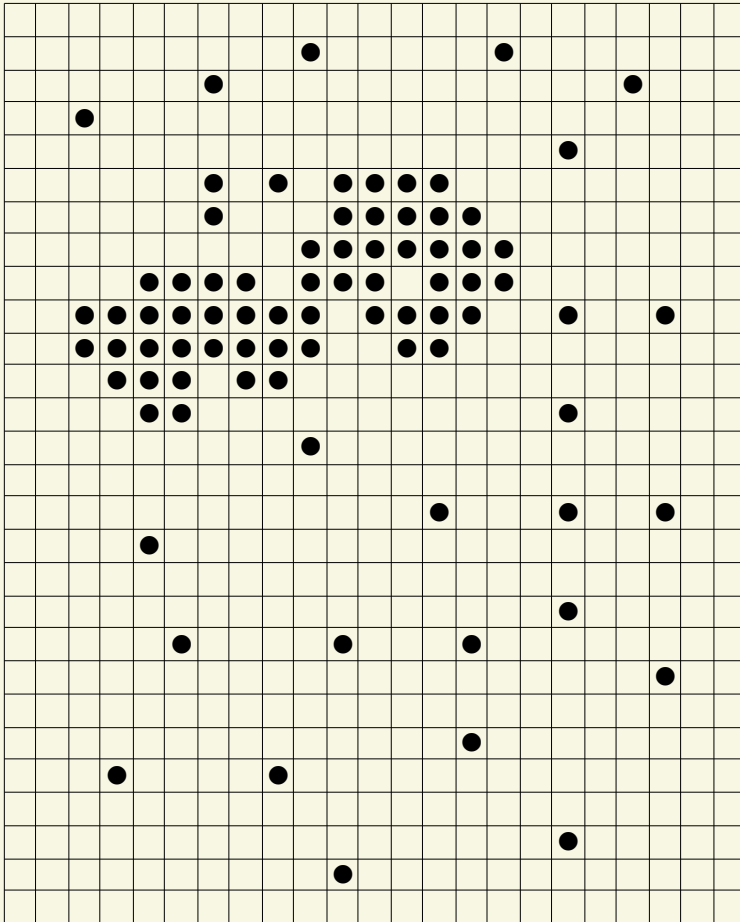
Intermezzo over MRI



Er wordt een scan gemaakt van een orgaan in diverse richtingen.



Discrete tomografie



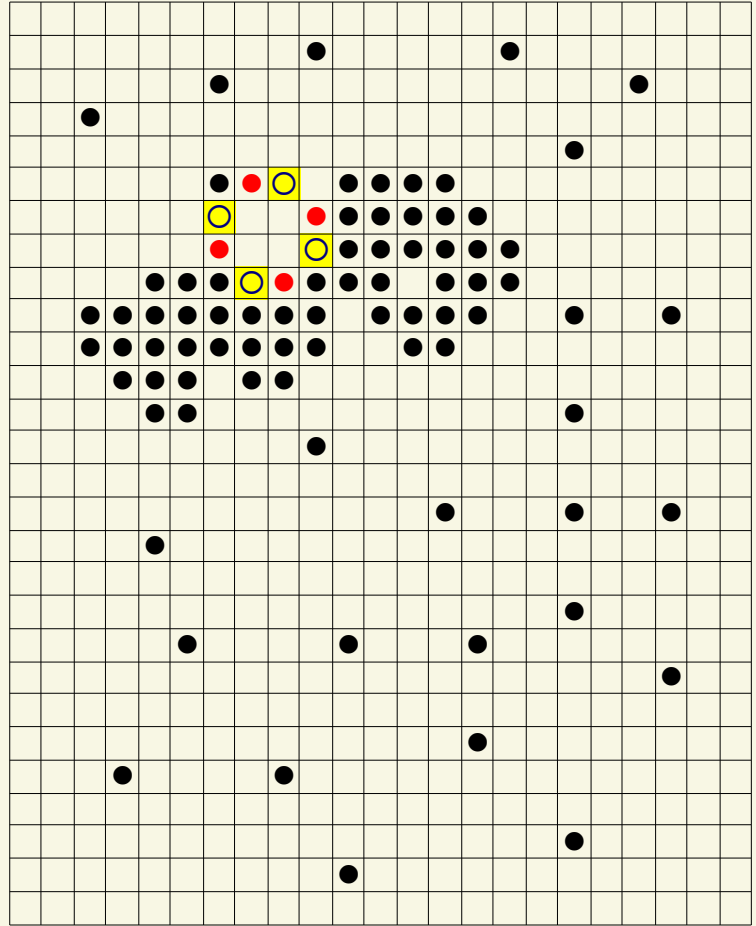
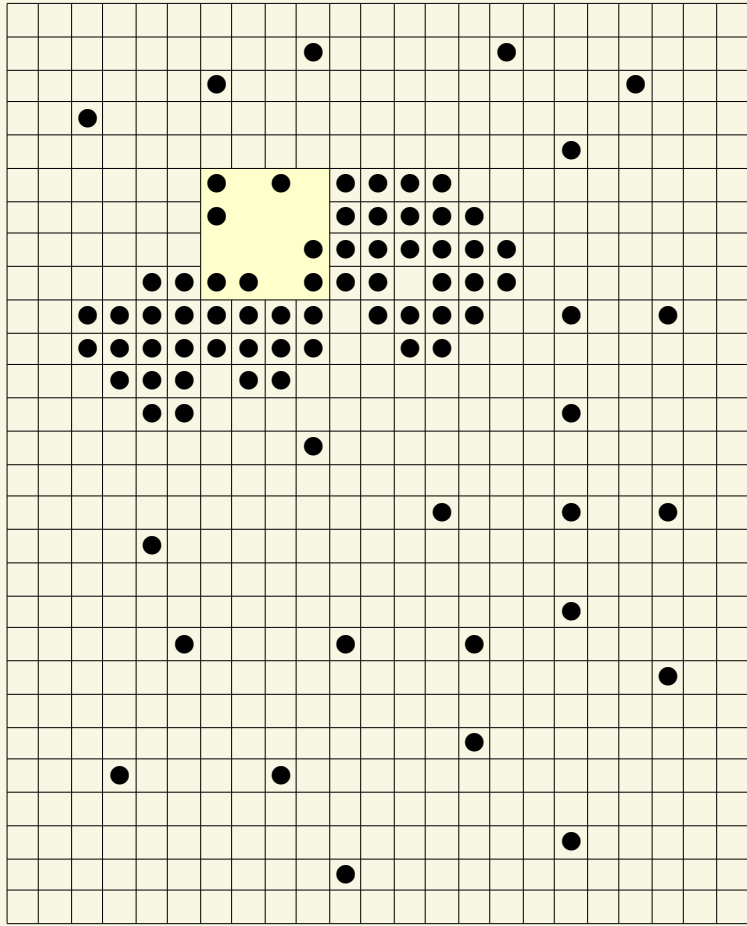
- ◆ Gegeven is een $m \times n$ matrix gevuld met nul- en enen.
- ◆ Voor elke rij, kolom en diagonaal is bekend hoeveel enen er zich bevinden
- ◆ Probeer de oorspronkelijke figuur te reconstrueren.

Het verhaal van de molens

		●	○		
	○			●	
	●			○	
		○	●		

Deze molenconfiguratie heeft de eigenschap dat op elke rij, kolom en diagonaal een “○” en een “●” voorkomen (of geen van beide).

Het verhaal van de molens



Het verhaal van de molens

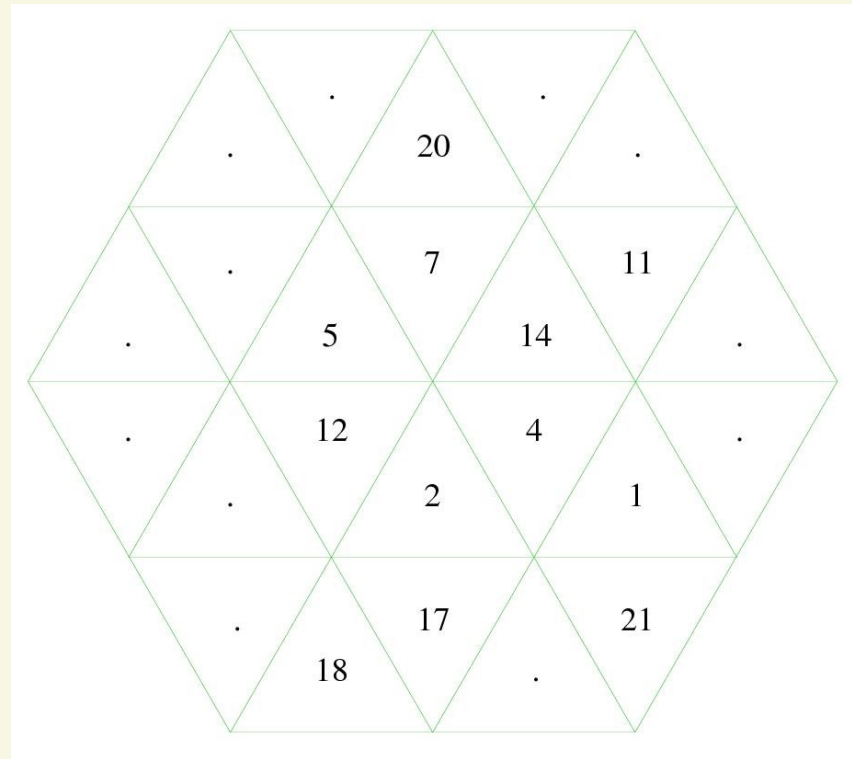
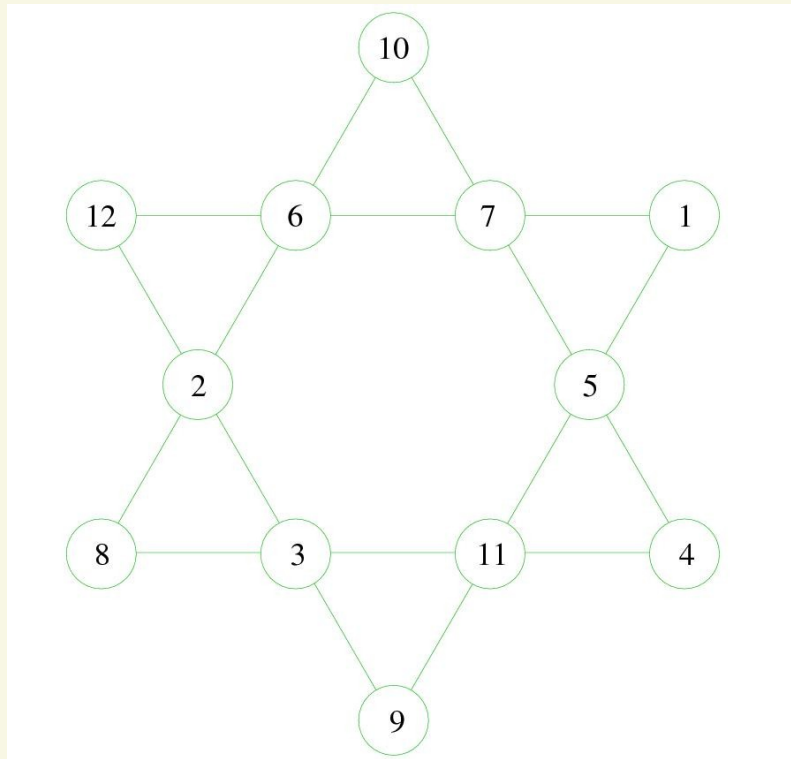
Bij magische vierkanten kunnen we dezelfde techniek toepassen.

1	7	15 + 1	23 - 1	19
13	24 - 1	16	2	10 + 1
17	5 + 1	8	14	21 - 1
9	11	22 - 1	20 + 1	3
25	18	4	6	12

Andere magische figuren

- ◆ Magische kubus
- ◆ Magische ster
- ◆ Magische zeshoek

Andere magische figuren



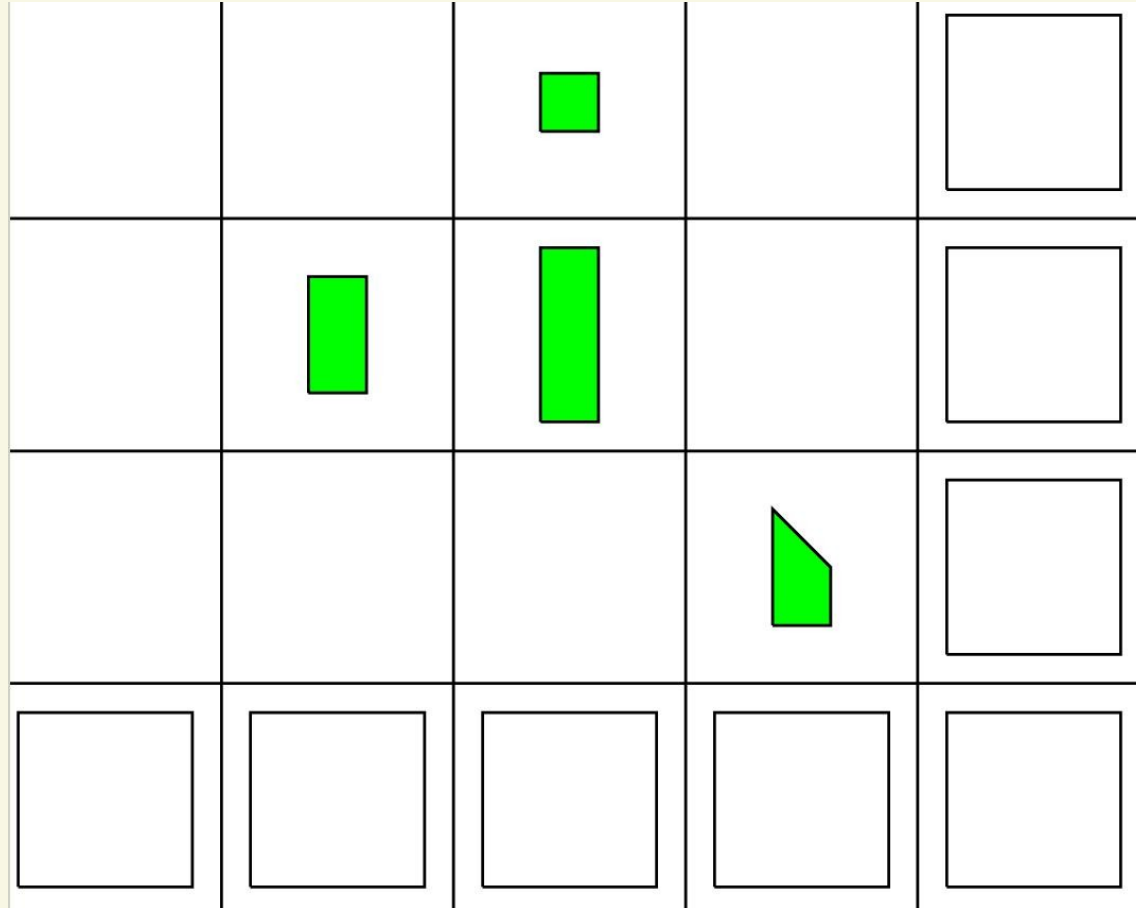
Rechts moeten op de punten nog de ontbrekende getallen worden ingevuld.

Geomagische vierkanten

Opgaven (Prijsvraag)

- ◆ Vul een specifieke Geomagisch vierkant aan. (volgende slide)
- ◆ Maak een geomagisch vierkant gebaseerd op een magisch vierkant. (zie verder)
- ◆ Maak naar eigen ideeën een Geomagisch vierkant

Geomagische vierkanten



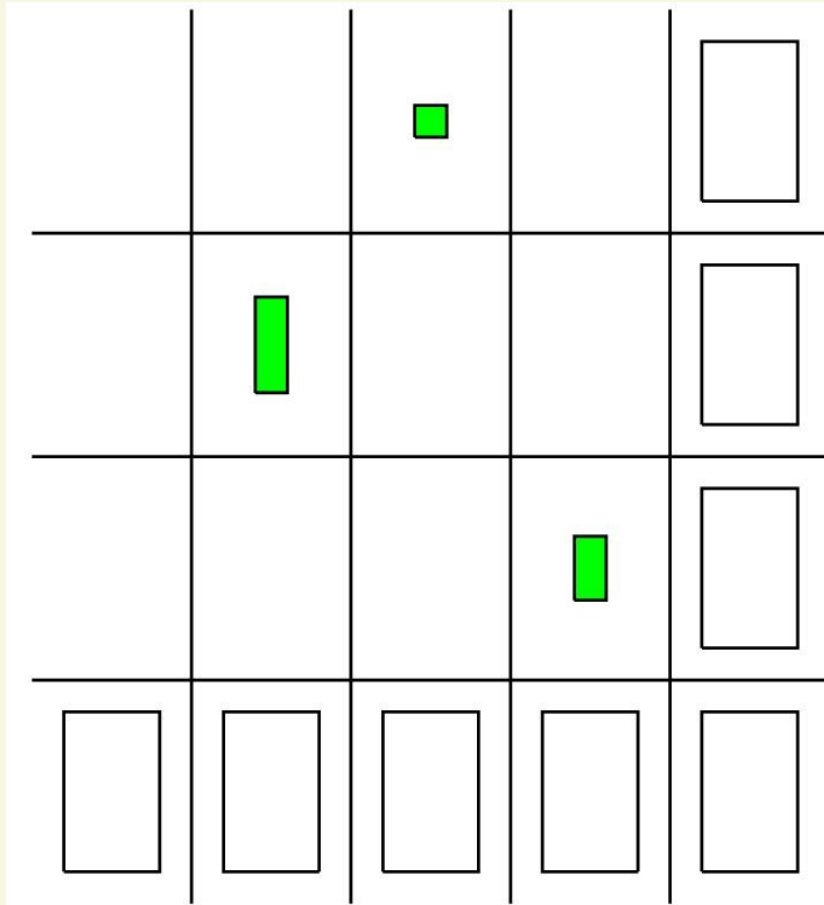
← Prijsvraag
geomagisch
vierkant

Geomagische vierkanten

8	1	6
3	5	7
4	9	2

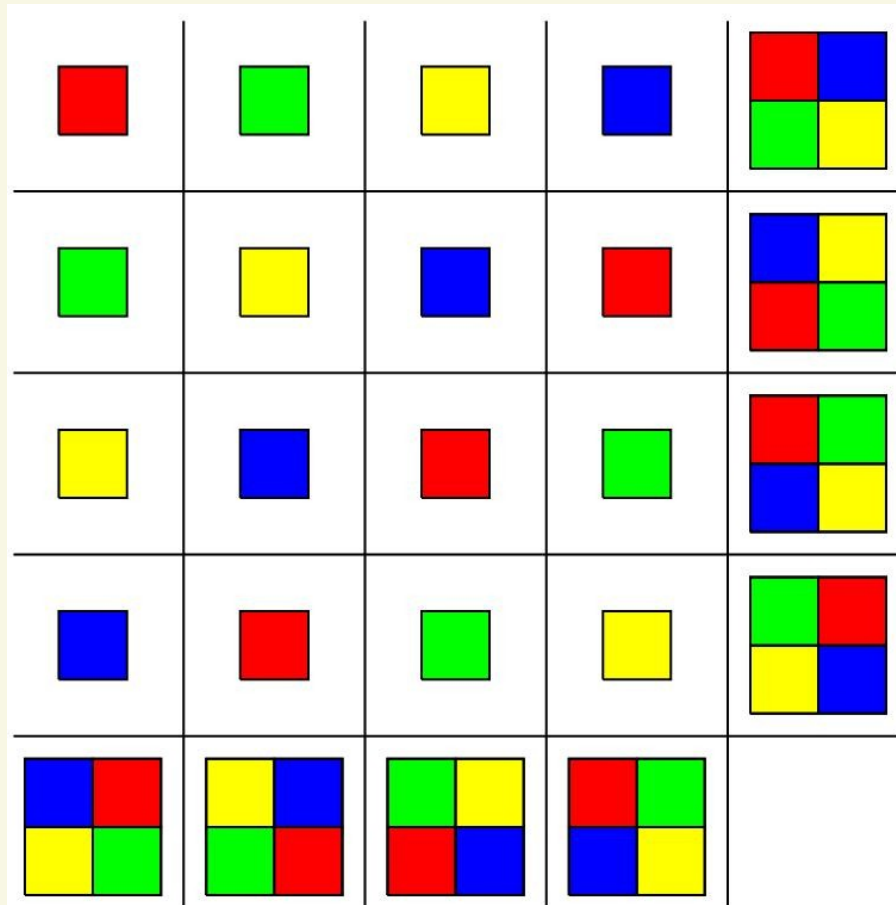
Ga uit van een magisch vierkant. Vervang de getallen door figuren bestaande uit blokjes (polyomino's)

Geomagische vierkanten



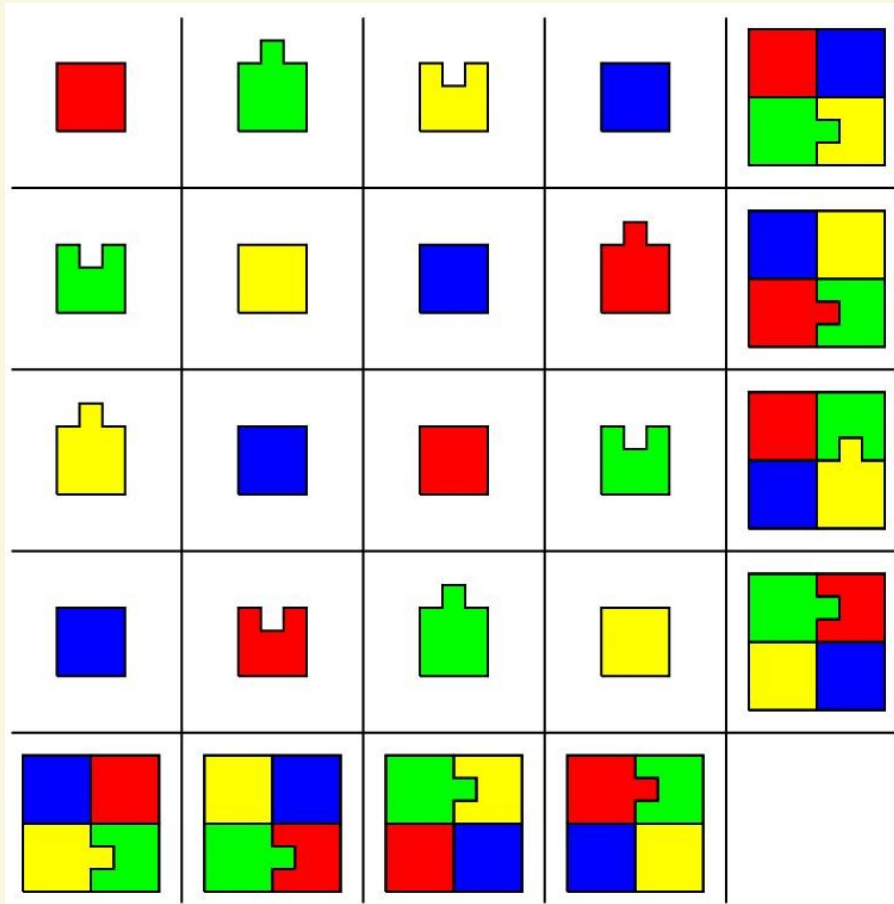
← Voorbeeld
opgave uit
prijsvraag
voor 3 x 3

Geomagische vierkanten en molens



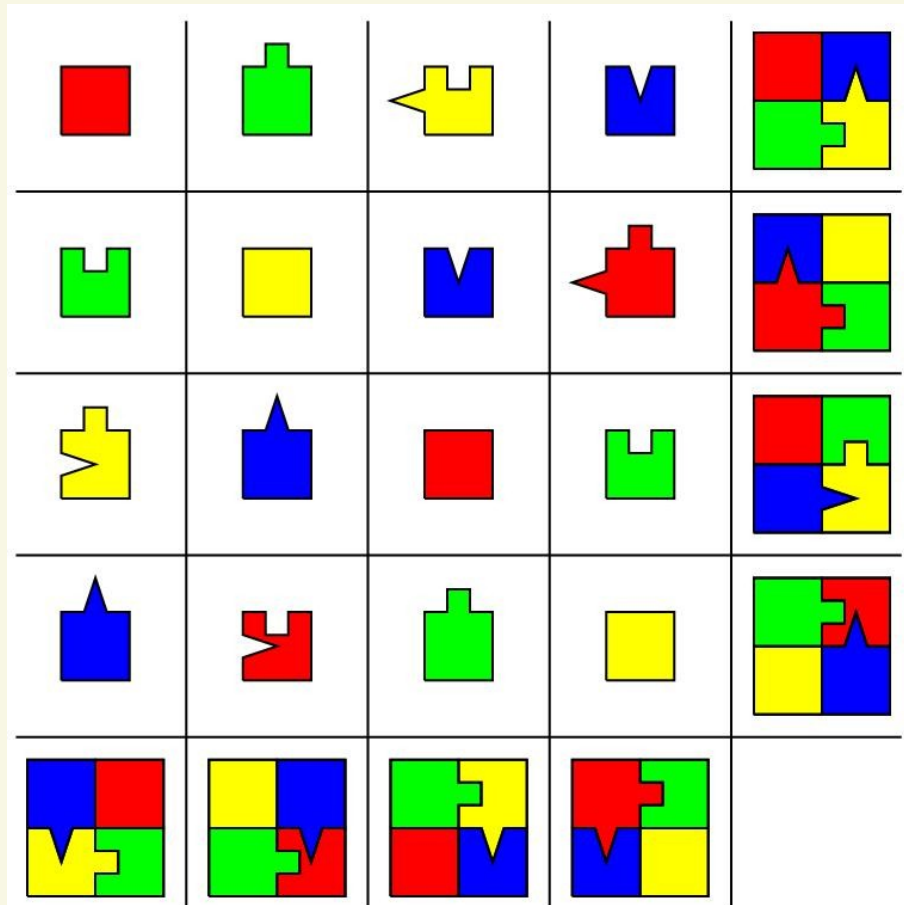
We gaan uit van een heel simpel geomagisch vierkant.

Geomagische vierkanten en molens



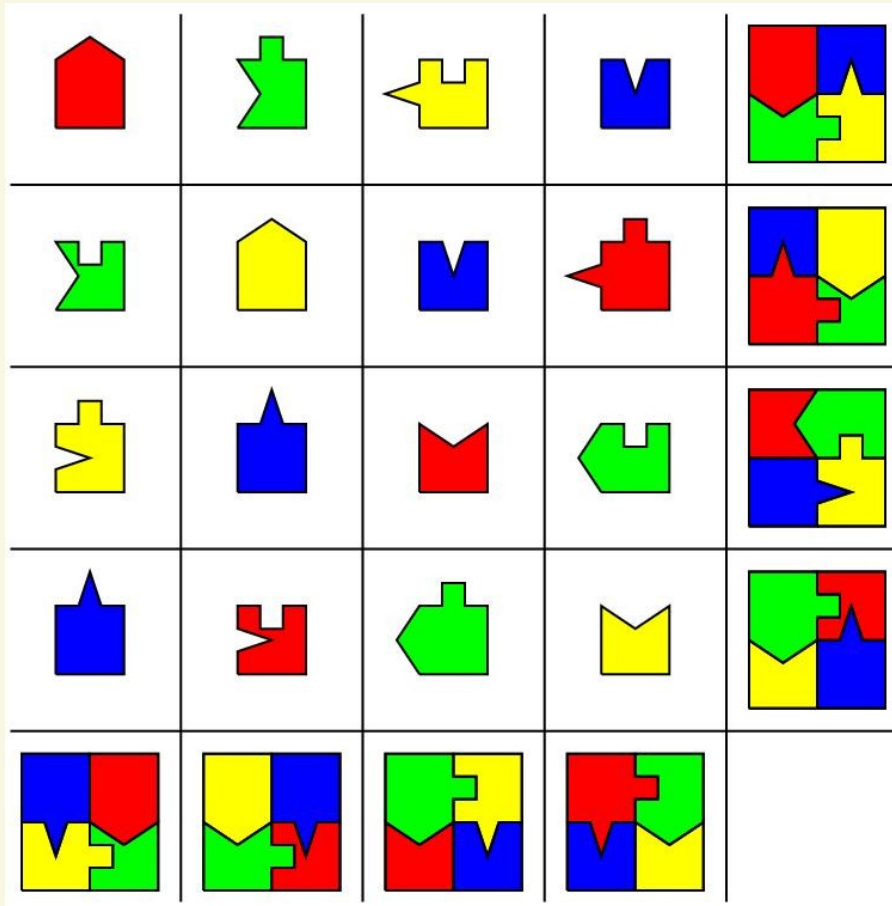
Volgens het principe van de molens zijn vierkantjes toegevoegd/verwijderd.

Geomagische vierkanten en molens



Volgens het principe van de molens zijn driehoekjes toegevoegd/verwijderd.

Geomagische vierkanten en molens



En nogmaals ...

Referenties

- ◆ Presentatie is digitaal terug te vinden op:
<http://www.matcos.nl/prijsvraag>
- ◆ Hoe maak je magische vierkanten?
Werkboek door Arie Breedijk:
http://www.lulu.com/items/volume_67/7885000/7885993/1/print/7885993.pdf
- ◆ Boek “Magische vierkanten, van Lo Shu tot Sudoku” van Arno van den Essen, Veen Magazines, Diemen, 2005, 238 p., prijs € 17,50, ISBN: 9085710529.

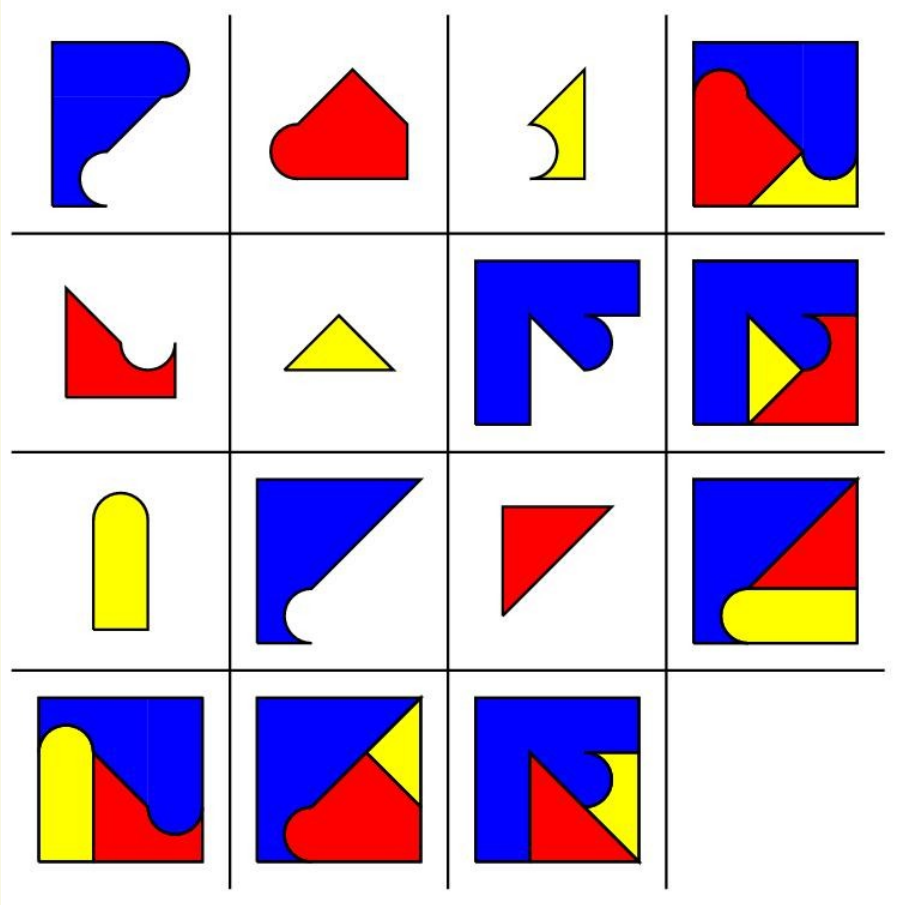
Zie ook handout...

Vragen?

... en

Dank voor uw aandacht.

De oplossing...



Dit is de oplossing!
(van de NWD-opgave)