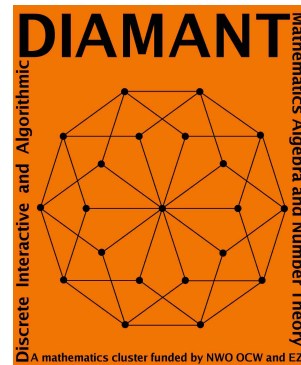
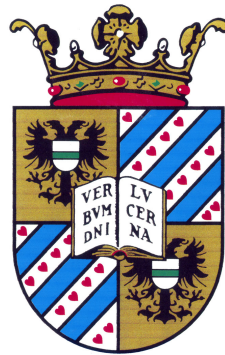


# De algebra van Van der Waerden

Jaap Top

IWI-RuG & DIAMANT



6 februari 2009

(Nederlandse Wiskunde Dagen)



- een (vergeten) held?
  - (zijn) algebra?

AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY

**MathSciNet** *Mathematical Reviews on the Web*

# van der Waerden, Bartel Leendert

MR Author ID: **192157**

Earliest Indexed Publication: [1939](#)

Total Publications: **200**

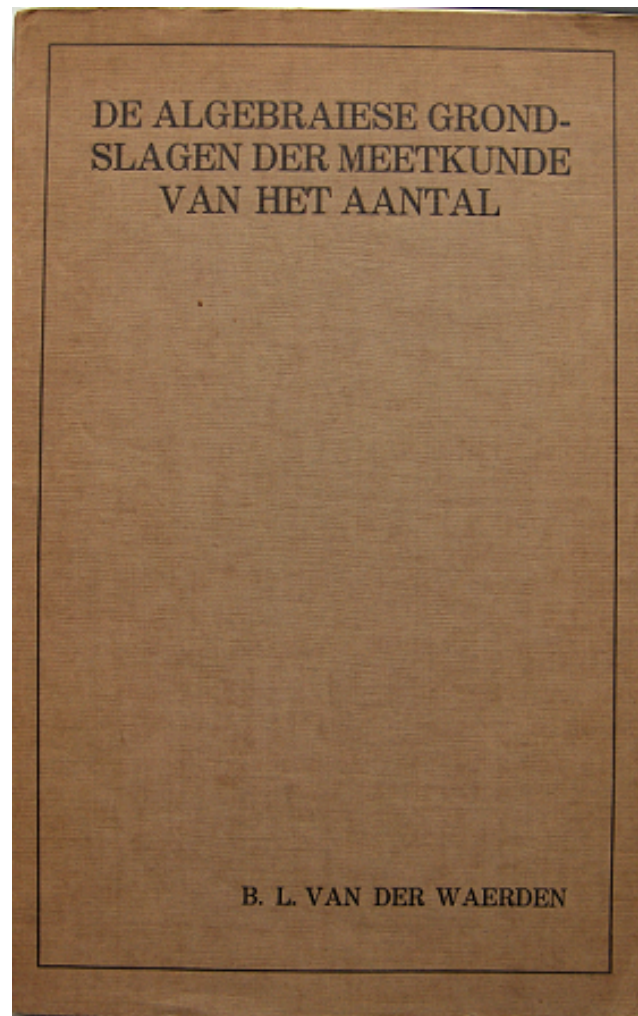
Total Author/Related Publications: **231**

Total Citations: **204**

⊞ Also published as: Van der Waerden, Bartel...

(voor 1939: 6 boeken + 54 artikelen)

- geboren 2 februari 1903 in Amsterdam
- 1919 - 1923 wiskundestudie te Amsterdam
- promotie 24 maart 1926 bij Hk. de Vries (Amsterdam)
- 1926–1927 Rockefellerbeurs, Assistent van E. Artin (Hamburg) en Privatdozent (Göttingen)
- 1928–1931 hoogleraar te Groningen
- september 1929 getrouwd met Camilla Rellich



proefschrift, 1926

- 1931–1943 hoogleraar te Leipzig
- 1945–1946 werkzaam bij Shell (Bataafsche Petroleum Maatschappij) in Amsterdam
- 1947 gasthoogleraar in Baltimore
- 1948–1951 hoogleraar te Amsterdam
- vanaf 1951 hoogleraar te Zürich
- overleden 12 januari 1996 in Zürich

volgens MathSciNet:

### Co-authors (by number of collaborations)

Egg, Kurt   Fleckenstein, Joachim Otto   Freudenthal, Hans   Gildemeister, M.  
Goe, George   Habicht, Walter   **Hazebroek, P.**   Korevaar, Jacob  
Nievergelt, E.   Pauli, Wolfgang   Rosin, S.   Rüst, Hanspeter   **Schütte, Kurt**

(P. Hazebroek??!) (wiskundige bij Shell 1945 tot zeker 1965)

**Matches:** 3Batch Download: [Reviews \(HTML\)](#) [Retrieve Marked](#) | [Retrieve First 50](#) | [Unmark All](#)*Publications results for "Items authored by or related to Hazebroek, P."*

- ☐ **MR0034934 (11,666c)** Hazebroek, P.; van der Waerden, B. L. The optimum adjustment of regulators. *Trans. A.S.M.E.* **72**, (1950). 317--322. (Reviewer: P. Franklin) [36.0X](#)  
[PDF](#) | [Doc Del](#) | [Clipboard](#) | [Journal](#) | [Article](#)
- ☐ **MR0034933 (11,666b)** Hazebroek, P.; van der Waerden, B. L. Theoretical considerations on the optimum adjustment of regulators. *Trans. A.S.M.E.* **72**, (1950). 309--315. (Reviewer: P. Franklin) [36.0X](#)  
[PDF](#) | [Doc Del](#) | [Clipboard](#) | [Journal](#) | [Article](#)
- ☐ **MR0003952 (2,298d)** Hazebroek, P. Un problème de la théorie des réseaux plans. (French) *Nederl. Akad. Wetensch., Proc.* **43**, (1940). 1172--1179. (Reviewer: V. G. Grove) [53.0X](#)  
[PDF](#) | [Doc Del](#) | [Clipboard](#) | [Journal](#) | [Article](#)

**Matches:** 3



waaarover schrijft Van der Waerden?  
volgens MathSciNet:

### **Publications (by number in area)**

Algebraic geometry   Algebraic topology   Analysis   Astronomy and astrophysics   Classical algebra  
Combinatorics   Convex and discrete geometry   Differential equations, operational calculus   Fluid mechanics  
Fourier analysis   Functions of a complex variable   General   Geometry   Geometry   Geometry  
Group theory and generalizations   **History and biography**  
Linear and multilinear algebra; matrix theory   Logic and foundations   Mechanics of solids   Number Theory  
Number theory   Probability theory and stochastic processes   Quantum theory   Statistics  
Topological groups, Lie groups   Topology

(relatief) belang (volgens MathSciNet):

### **Publications (by number of citations)**

Algebraic geometry   Analysis   **Classical algebra**   Convex and discrete geometry  
**General**   Geometry   Geometry   Group theory and generalizations   History and biography  
Number Theory   Quantum theory   Statistics   Topological groups, Lie groups

dus: wiskundig wel een held:

- meer dan 20 boeken,
- zo'n 200 artikelen,
- in MathSciNet ruim 200 citaties,
- ook nog eens ruim 40 promovendi

een vergeten held?!

- Met google zoeken op “Bartel Leendert van der Waerden”: zo’n 4000 hits
- In 2008 alleen: minstens 9 citaties
- Onlangs is het boek “Sources of Quantum Mechanics” herdrukt
- Bol.com heeft 2 van z’n boeken, Amazon.com zelfs 14

HOME

BOEKEN  
(NEDERLANDS)

BOEKEN  
(ENGELS)

MUZIEK

DVD

GAMES

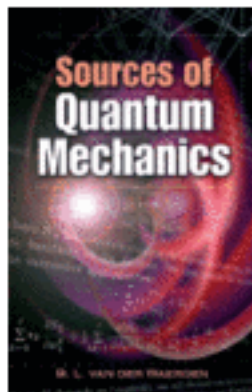
NOTEBOOKS &  
PC-ACCESSOIRES

ELEKTRONICA

Alle Engelse boeken

► [Voeg billie@bol.com toe aan MSN!](#) ► [Schrijf je nu in voor de nieuwsbrief!](#) ► [B](#)

## Sources of Quantum Mechanics



### Paperback

430 pagina's | Dover Publications | februari 2007

► [Schrijf een beoordeling](#)

En maak kans op € 100,- aan cadeaubonnen!

adviesprijs	:	€ 22,99
bol.com prijs	:	<b>€ 20,99</b>
je bespaart	:	<b>9%</b>

5-7 werkdagen

► In winkelwagentje

► [Zet op mijn verlanglijstje](#)

## Algebra



V. 1

Auteur: [Bartel L. Van Der Waerden](#)

**Paperback**

279 pagina's | Springer-Verlag New York Inc.  
| 1991. 2nd Print | oktober 2003

[Schrijf een beoordeling](#)

En maak kans op € 100,- aan cadeaubonnen!

adviesprijs	:	€ 38,99
bol.com prijs	:	<b>€ 34,99</b>
je bespaart	:	<b>10%</b>

3-4 werkdagen

[In winkelwagentje](#)

[Zet op mijn verlanglijstje](#)

[Verstuur als e-mail](#)



meest geciteerde werk van Van der Waerden: boek(en) Algebra  
geschreven 1928–1930 in Groningen  
gebaseerd op colleges van Emmy Noether en van Emil Artin  
eerste druk 1930, negende druk, meest recente editie: 2003





Emil Artin (1898–1962)

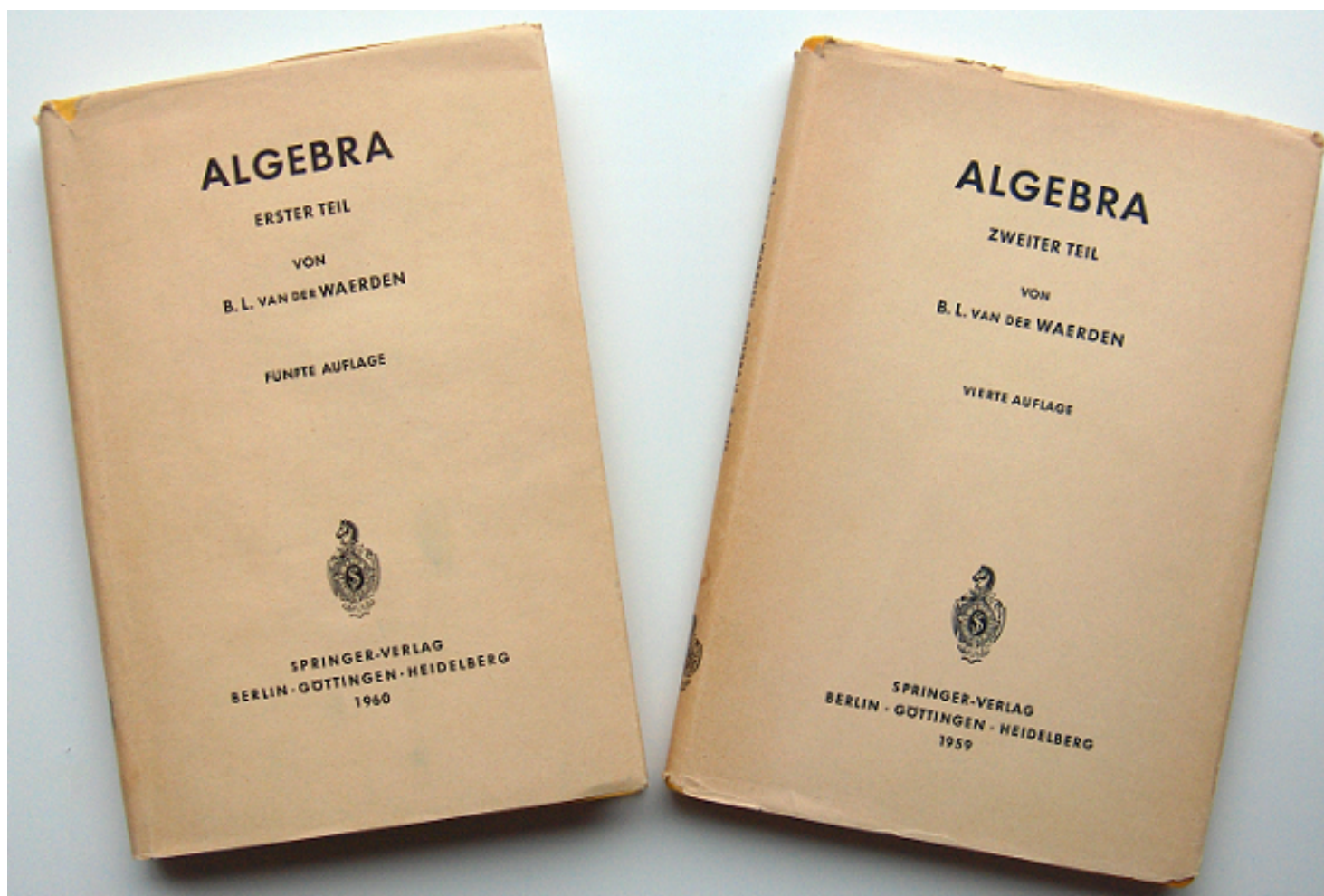


Emmy Noether (1882–1935)

citaten:

“Van der Waerden’s book *Moderne Algebra*, first published in 1930, set the standard for the unified approach to algebraic structures in the twentieth century. It is a classic, still worth reading today.” (Robin Hartshorne)

“Its simple but austere style set the pattern for mathematical texts in other subjects, from Banach spaces to topological group theory... It is, in my view, the most influential text in algebra of the twentieth century.” (Saunders MacLane)



algebra? (wikipedia, niet de Nederlandse...):

**Algebra** is a branch of [mathematics](#) concerning the study of [structure](#), [relation](#), and [quantity](#). Together with [geometry](#), [analysis](#), [combinatorics](#), and [number theory](#), algebra is one of the main branches of [mathematics](#). [Elementary algebra](#) is often part of the curriculum in [secondary education](#) and provides an introduction to the basic ideas of algebra, including effects of [adding](#) and [multiplying numbers](#), the concept of [variables](#), definition of [polynomials](#), along with [factorization](#) and determining their [roots](#).

Algebra is much broader than elementary algebra and can be generalized. In addition to working directly with numbers, algebra covers working with [symbols](#), variables, and [set elements](#). Addition and multiplication are viewed as general [operations](#), and their precise definitions lead to structures such as [groups](#), [rings](#) and [fields](#).

stelling III in Van der Waerdens proefschrift (1926):

### III.

Algebra moet worden gedefinieerd als theorie der lichamen. De grondslag der algebra is daarom STEINITZ' theorie der lichamen. Voor de verdere ontwikkeling der algebra is, naast de groepentheorie, de ideaaltheorie het machtigste hulpmiddel.

E. Steinitz, Algebraische Theorie der Körper, Crelle 137, pag. 167—309.



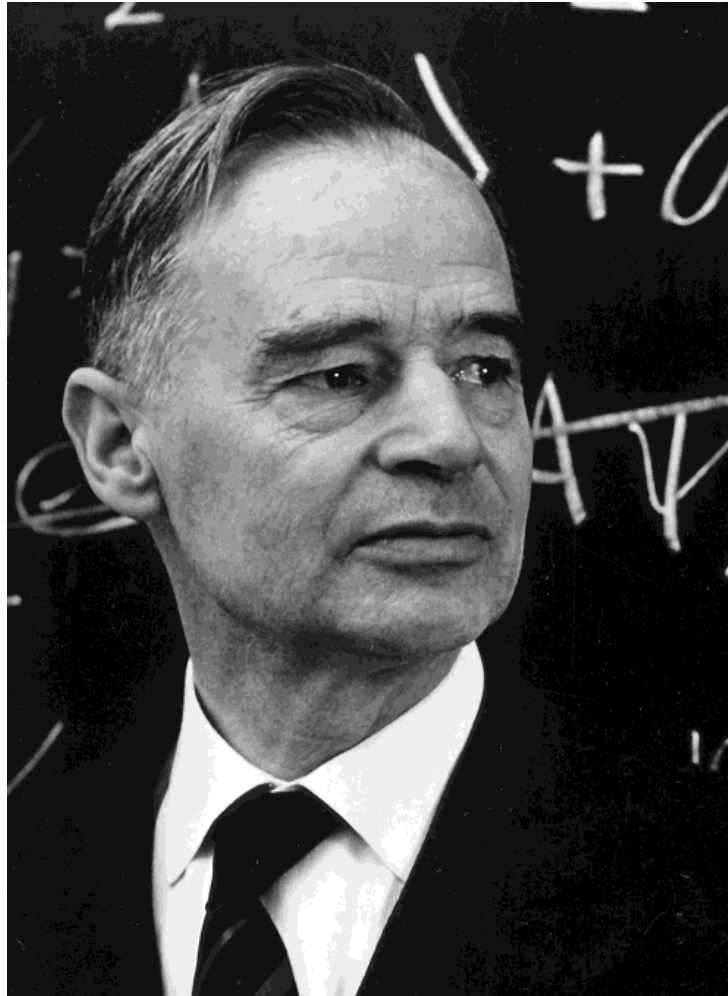
Moderne Algebra?! uit voorwoord vierde druk, 1955:

Der kürzlich ganz unerwartet verstorbene Algebraiker und Zahlentheoretiker BRANDT beschließt seine Besprechung der dritten Auflage dieses Werkes im Jahresbericht der D.M.V. 55 folgendermaßen: „Was den Titel anbetrifft, so würde ich es begrüßen, wenn in der vierten Auflage der schlichtere, aber kräftigere Titel „Algebra“ gewählt würde. Ein Buch, das so viel an bester Mathematik bietet, wie sie war, ist und sein wird, sollte nicht durch den Titel den Verdacht erwecken, als ob es nur einer Modeströmung folgte, die gestern noch unbekannt war und vielleicht morgen vergessen sein wird.“

Diesem Rat entsprechend, habe ich den Titel in „Algebra“ umgeändert.

Van der Waerdens boek:

- nieuw wat betreft grondige opbouw vanaf de basis (axioma's)
- groepen/ringen/lichamen/modulen
- veel en niet te moeilijke opgaven
- uitstekend leesbaar
- heel volledig
- grote invloed op latere wiskundestijl

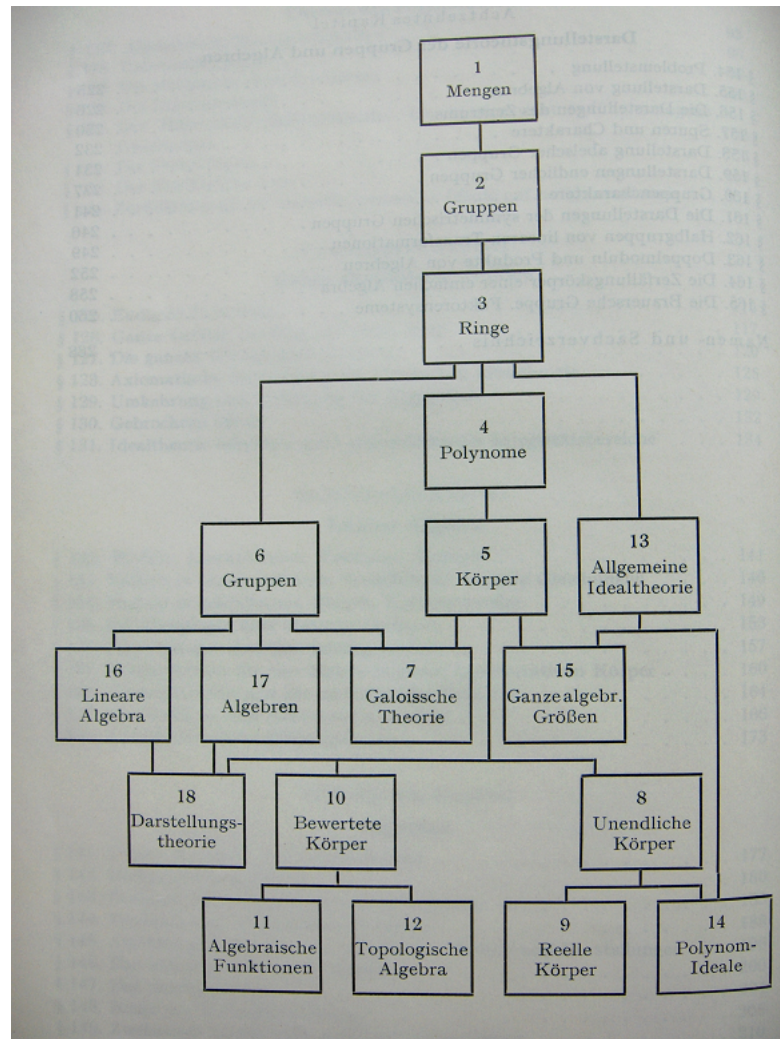


1965



een voorbeeld uit Van der Waerdens Algebra?

probleem...



Uit Hoofdstuk 4 (Polynomen), § 29 (Symmetrische functies) doen we het onderwerp 'discriminant'.

Eerst wat notatie.  $f(z)$  is een polynoom van graad  $n$  met nulpunten  $x_1, \dots, x_n$ :

$$\begin{aligned} f(z) &= a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n \\ &= a_0 (z - x_1)(z - x_2) \cdots (z - x_n). \end{aligned}$$

Definitie discriminant  $D$ :

$$D = a_0^{2n-2} \prod_{i < k} (x_i - x_k)^2.$$

In § 31 werden wir sehen, daß  $D$  ein Polynom in  $a_0, a_1, \dots, a_n$  ist.

Voorbeeld:  $n = 2$ , dus  $f(z) = a_0z^2 + a_1z + a_2 = a_0(z - x_1)(z - x_2)$ .

Coëfficiënten vergelijken levert:

$$a_0(x_1 + x_2) = -a_1 \quad \text{en} \quad a_0x_1x_2 = a_2$$

dus

$$D = a_0^2(x_1 - x_2)^2 = (a_0(x_1 + x_2))^2 - 4a_0^2x_1x_2 = a_1^2 - 4a_0a_2$$

(die kennen we...)

vijfde druk, 1960:

von  $a_0 x^3 + a_1 x^2 + a_2 x + a_3$ :

$$D = a_1^2 a_2^2 - 4a_0 a_2^3 - 4a_1^3 a_3 - 27a_0^2 a_3^2 + 18a_0 a_1 a_2 a_3.$$

Aufgabe. 4. Die Diskriminante bleibt bei der Ersetzung aller  $x_i$  durch  $x_i + h$  invariant. Daraus ist die Differentialbedingung

$$n a_0 + (n-1) a_1 \frac{\partial D}{\partial a_2} + \cdots + a_{n-1} \frac{\partial D}{\partial a_n} = 0$$

abzuleiten.

$$n = 2, D = a_1^2 - 4a_0 a_2 \text{ dan } 2a_0 + a_1 \frac{\partial D}{\partial a_2} = 2a_0 - 4a_0 a_1 = \text{OEPS!!}.$$

Engelstalige editie, 1949:

$$n \frac{\partial D}{\partial a_1} + (n-1) a_1 \frac{\partial D}{\partial a_2} + \cdots + a_{n-1} \frac{\partial D}{\partial a_n} = 0.$$

$$n \frac{\partial D}{\partial a_1} + (n-1) a_1 \frac{\partial D}{\partial a_2} + \dots + a_{n-1} \frac{\partial D}{\partial a_n} = 0.$$

ook maar even controle,  $n = 2$ :

$$2 \frac{\partial D}{\partial a_1} + a_1 \frac{\partial D}{\partial a_2} = 2 \cdot 2a_1 - 4a_0a_1 = \text{HMM!}$$

Opgave: de correcte formule is

$$na_0 \frac{\partial D}{\partial a_1} + (n-1)a_1 \frac{\partial D}{\partial a_2} + \dots + a_{n-1} \frac{\partial D}{\partial a_n} = 0.$$

Controleer dit voor  $n = 2$  en voor  $n = 3$ .





de wiskunde in Van der Waerdens Algebra is grotendeels ouder dan zijn boek (Kummer, Hilbert, Steinitz, Artin, Blaschke, Schreier, Noether, ...)

het is dus niet 'zijn' algebra

de verrassend nieuwe presentatie, helderheid, volledigheid in het boek is wel degelijk toe te schrijven aan Van der Waerden

in die zin dus toch **zijn** Algebra

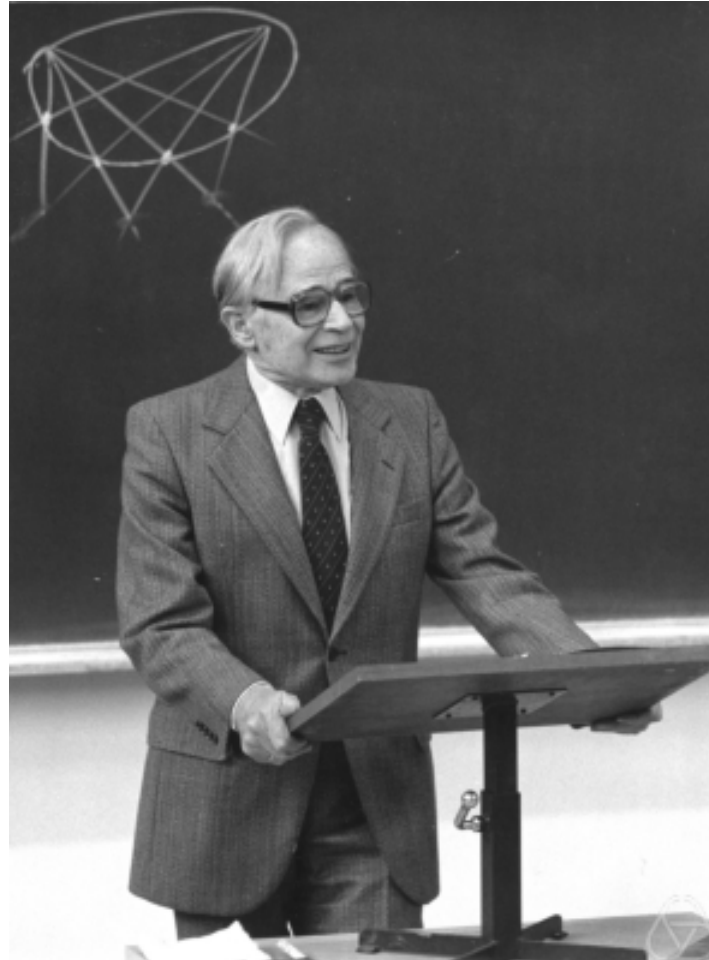


Zürich, 19 Mei 1993

Waarde heer Top

Dank U zeer voor Uw  
brief en voor de reuze-  
foto met de informatie  
over de dag, die U ter  
ere van mijn gaste  
verjaardag hebt georganiseerd.  
Met hartelijke groeten

B & v d Waerd



1985

informatie:

[www.math.rug.nl/~top/lectures/NWD-vdW.pdf](http://www.math.rug.nl/~top/lectures/NWD-vdW.pdf)

[www.ams.org/notices/199703/interview.pdf](http://www.ams.org/notices/199703/interview.pdf)

<http://www.digitallibrary.nl/levensberichten/search/detail.cfm?startrow=1&view=image&pubid=3279>

A. Soifer: The Mathematical Coloring Book, 2009

artikelen in Nieuw Archief voor Wiskunde, November 1994