

CONFERENTIEGIDS

**noordwijkerhout
4 en 5 februari 2005**

Dagindeling NWD 11

Plenaire lezingen en parallelsessies	
vrijdag	
11:00 - 11:15	opening
11:15 - 12:00	plenaire lezing: Prof.dr. Hans Duistermaat
12:30 - 14:00	lunch
14:00 - 14:45	parallelsessies 1
14:45 - 15:30	koffie/thee
15:30 - 17:00	parallelsessies 2
18:00 - 20:00	diner
20:30 - 21:30	plenaire lezing: Prof.dr. Marcus du Sautoy
21:30 -	disco, spellen en puzzels, labrynt
zaterdag	
07:30 - 09:00	ontbijt
09:15 - 10:00	parallelsessies 3
10:00 - 10:30	kamer leegmaken, informatiemarkt
10:30 - 11:15	parallelsessies 4
11:15 - 11:45	koffie/thee
11:45 - 12:30	plenaire lezing: Prof.dr. Ronald Meester
12:30 - 13:00	sluiting
13.00 - 14:00	lunch

In parallelsessie 2 is een aantal workshops van 90 minuten geprogrammeerd. Een gedetailleerd schema treft u aan in het midden van dit boekje.

Inhoud

Voorwoord.	2
Organisatorische mededelingen	3
Plenaire lezingen	
Hans Duistermaat	5
Marcus du Sautoy	6
Ronald Meester	7
Thema's	
Wiskunde en levenswetenschappen	8
Wiskunde en topologie	12
Wiskunde en rechtspraak.	14
Wiskunde en gecijferdheid	17
Wiskunde en verwondering.	21
Wiskunde en meetkunde	24
$e^{\pi i} + 1 = 0$	28
Wiskunde en andere leergebieden.	31
Overige werkgroepen en lezingen	36
Winnaars workshop...	43
En verder	
Informatiemarkt	45
Avondprogramma	46
Funrun	46
Nationale Wiskunde Dagen 2006	47

Voorwoord: Raar volkje

De elfde NWD zal weinig verschillen – naar ik hoop – van alle voorgaande in de zin dat het een inspirerende, leerzame, sociale happening zal zijn met een hoog wetenschappelijk-informatief gehalte. Er zullen weer prachtlezingen zijn, leuke workshops, interessante mensen, goede contacten. En dat in een onderwijswereld die op één of ander manier altijd weer een crisis krijgt aangepraat. Dat veel van de ingrediënten voor zo'n crisis worden aangedragen door Den Haag wordt gelukkig wel door een enkeling erkend en herkend.

Zo worstelen we verder onder de donkere wolken van de programma's in de bovenbouw, de erkenning dat er toch iets is misgegaan in de basisvorming, en de decentralisatie en vrijheid die daarmee gepaard zou kunnen gaan, ware het niet dat scholen natuurlijk wel op prestaties zullen worden afgerekend.

Wiskunde heeft een slechte naam, en het feit dat leerlingen in PISA en TIMSS zeggen wiskunde niet leuk te vinden, zorgt weer voor krantenkoppen. Zie je wel – die wiskunde toch. Als de leerlingen nou naar het Malieveld gaan om wiskunde af te schaffen zou dit in het Haagse vast wel goed vallen. En die wiskundeleraren? Lastig volkje, hoor je in diezelfde wandelgangen: ze komen zelfs op voor hun vak en het belang ervan voor de leerlingen. Inderdaad, een raar volkje.

Maar kom nu eens naar dat rare volkje kijken in Noordwijkerhout. Een enkele onderwijsjournalist of andere leek heeft dat wel eens gedaan. Verbazing is dan troef. Wat een enthousiasme, wat een prachtige lezingen, welk een inzet – en dan ook nog op hun vrije zaterdag?! Mevrouw Van der Hoeven, dat moet je proeven!

NWD 11 alweer. Een moeilijke opgave na de tiende, dat spreekt. De tiende was extra groot, extra feestelijk, extra onvergetelijk. Eigenlijk een mooi moment om te stoppen. Dacht ik tenminste vorig jaar. Dus stop ik er nu mee, na de elfde. Want de elfde is natuurlijk veel belangrijker dan de tiende. Voor het laatst heet ik jullie allen heel hartelijk welkom, voor het laatst zal ik de plenaire sessies aankondigen. Een traantje wegpinken? Welnee. De jeugd stormt al aan in de vorm van onder anderen Michiel Doorman. Die het stokje moeiteloos zal overnemen.

Welkom, en heel veel plezier!

Jan de Lange

PS: Jan en stoppen met de NWD? Als beoogd voorzitter van de programmacommissie heb ik Jan gevraagd of hij toch nog enkele jaren spreekstalmeester kan zijn. Ik hoop dat hij nog even op zijn charmante en sfeerbepalende wijze de NWD kan opluisteren. We wachten op antwoord.

Michiel Doorman

Organisatorische mededelingen

De Nationale Wiskunde Dagen worden gehouden in NH Leeuwenhorst Hotel in Noordwijkerhout. Alle activiteiten vinden plaats onder één dak. In bijgevoegde folder wordt beschreven hoe u NH Leeuwenhorst Hotel kunt bereiken. U bent welkom op vrijdagochtend 4 februari vanaf 9.00 uur. Bij aankomst kunt u uw bagage kwijt in de daartoe aangewezen bagagekamers. Vanaf de lunchpauze kunt u de sleutels voor uw kamer ophalen bij de receptie van NH Leeuwenhorst.

Onlangs is gestart met de verbouwing van de restaurants en de lobby's in het hotel. Er worden geen grote problemen verwacht, maar hierbij alvast excuses voor eventuele overlast.

Busservice

Voor de treinreizigers is er een busservice geregeld. Er rijdt een extra bus van de Leeuwenhorst Express. Deze vertrekt om 10:05 uur vanaf station Leiden.

Zaterdagmiddag na de lunch kunt u met de bus terug naar station Leiden. Het buskaartje voor de terugweg koopt u in NH Leeuwenhorst bij het secretariaat van de NWD.

Programmaoverzicht

Het globale programmaoverzicht kunt u vinden op de binnenkant van de voorkaft van dit boekje. Het detailschema van de parallelesessies staat op de middenpagina's.

Het schema van de NWD is dit jaar iets anders dan u gewend bent. Er zijn drie plenaire lezingen en vier parallelesessies. In het programma is blok 2 voornamelijk gereserveerd voor werkgroepen van 90 minuten.

Vooraanmelding vrijdagmiddag

Voor de parallelesessies 1 en 2 op de vrijdagmiddag (zie ook het schema in het midden van dit boekje) kunt u van tevoren intekenen door het bijgevoegde antwoordkaartje per omgaande terug te zenden. U kunt zich ook digitaal aanmelden via de NWD website www.fi.uu.nl/nwd of door een e-mail te sturen naar nwd@fi.uu.nl. De vooraanmeldingen worden in volgorde van binnenkomst verwerkt. Vooraanmelden kan tot en met vrijdag 30 januari. Op de inschrijflijsen die in NH Leeuwenhorst worden opgehangen, kunt u zien of u geplaatst bent in de sessie van uw keuze. Het is ook mogelijk ter plekke in te tekenen. U kunt dan kiezen uit de sessies waarvoor nog plaats is. Voor de parallelesessies van zaterdag is voorintekening niet mogelijk. De intekening daarvoor start op vrijdag in de lunchpauze.

Lezingen en zalen

Alle plenaire lezingen worden gehouden in het Atrium. De zaalindeling van de parallelesessies wordt ter plekke bekendgemaakt.

Secretariaat

Het secretariaat van de Nationale Wiskunde Dagen bevindt zich in kamer B1, vanaf de hoofdingang links. Het secretariaat is gedurende de conferentie vrijwel continu open en u kunt er met al uw vragen en opmerkingen terecht.

Overige activiteiten

In de Rotonde, B2/4 en op de gangen is er een informatiemarkt met stands van instanties die zich op één of andere wijze met wiskunde of wiskundeonderwijs bezighouden. Daarnaast zijn er diverse extra activiteiten in de wandelgangen en tijdens de pauzementen (zie verderop in deze gids).

's Avonds is er muziek in het Dali-restaurant en kunt u in de B-zalen spellen spelen of genieten van hoe anderen spelen.

Drankjes kunt u kopen met de kaart die tevens uw kamersleutel is. Bij inlevering van deze 'sleutel' betaalt u het openstaande bedrag op de kaart bij de receptie.

Ontbijt, lunches en diner vinden plaats in de restaurants van NH Leeuwenhorst. Deelnemers die in een ander hotel overnachten, ontbijten ook in dat andere hotel.

Tenslotte verzoeken we u zaterdag vóór 10.30 uur uw kamer leeg achter te laten, consumpties en telefoonkosten af te rekenen bij de receptie van NH Leeuwenhorst en de sleutel in te leveren. In de centrale hal bij de garderobe zijn kluisjes voor uw bagage.

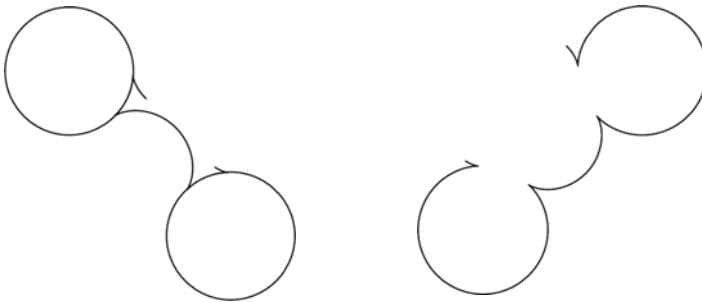
Plenaire lezingen

Er staan drie plenaire lezingen op het programma. De voordracht op vrijdagavond is in het Engels. Alle plenaire lezingen vinden plaats in het Atrium.

Hoe raar kan een cent rollen?

Prof.dr. Hans Duistermaat
Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht
vrijdag 11.30-12.15 uur

Pas aan het einde van de 19de eeuw is men het eens geworden over de bewegingsvergelijkingen voor objecten die rollen zonder te slippen. In 1892 bewees Alfred Vierkant voor de rollende schijf dat de hoek tussen de schijf en het horizontale vlak een periodieke beweging in de tijd maakt. Ook beschreef hij de oplossingen waarbij deze hoek constant is: daarbij rolt de schijf met constante snelheid over een cirkel (of een rechte lijn) in het vlak. Deze oplossingen worden de *relatieve evenwichten* genoemd. Recentelijk raakte ik geïnteresseerd in de vraag wat er gebeurt als de schijf *bijna* plat valt. Het blijkt dat het contactpunt, gedurende de korte tijd dat de schijf bijna plat ligt, zich razendsnel beweegt langs de rand van de schijf naar een punt, dat dient als scharnierpunt voor het weer overeind komen van de schijf. De hoek die daarbij langs de rand doorlopen wordt, blijkt helemaal niet af te hangen van de beginposities en -snelheid van de bijna plat vallende schijf, maar alleen van de massaverdeling van de schijf. Deze hoek is gelijk aan $\sqrt{5} \cdot \pi$ voor een schijf en gelijk aan $\sqrt{3} \cdot \pi$ voor de hoepel.



Links de baan van het contactpunt van de schijf en rechts van de hoepel.

Wat is het belang van dit onderzoek? Ik durf zeker niet te beweren dat het beter begrijpen van rollende schijven onze economie een grote impuls zal geven. Ook is het niet zo dat dit ogenschijnlijk zeer elementaire probleem uit de klassieke mechanica behoort

tot het front van de ontwikkelingen in de theoretische natuurkunde. Maar voor mij vormt het schijnbaar elementaire karakter een belangrijke motivatie: als we dit al niet begrijpen ... ?

Tenslotte heb ik mij ook afgevraagd hoe het mogelijk is dat het opmerkelijke gedrag van de bijna plat vallende schijf niet allang eerder is ontdekt – tenslotte hebben wij bijna allemaal met rollende centen en met hoepels gespeeld. Ik denk dat dit komt doordat de schijf, als deze bijna plat ligt, zal gaan slippen, zodat het moeilijk is om er in het experiment voor te zorgen dat 'ie zonder veel energie te verliezen weer overeind komt. Terwijl het moeilijk is om het verschijnsel te demonstreren met echte rollende centen en hoepels, waren de computersimulaties, waarin het niet-slippen in de instructies is ingebouwd, zeer overtuigend.

Music of the primes

Prof.dr. Marcus du Sautoy

University of Oxford, and All Souls College, Oxford, UK

vrijdag 20.30-21.15 uur

Why did Beckham choose the number 23 shirt? How is 17 the key to the evolutionary survival of a strange species of cicada? Prime numbers are the atoms of arithmetic – the hydrogen and oxygen of the world of numbers. Despite their fundamental importance to mathematics, they represent one of the most tantalising enigmas in the pursuit of human knowledge.

In 1859, the German mathematician Bernhard Riemann put forward an idea – a hypothesis – that seemed to reveal a magical harmony at work in the numerical landscape. A million dollars now awaits the person who can unravel the mystery of the hidden music that might explain the cacophony of the primes.



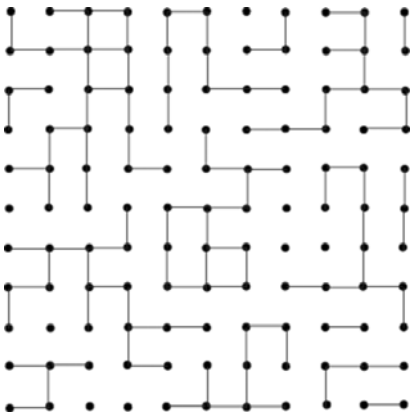
Fase-overgangen in toevallige netwerken

Prof.dr. Ronald Meester

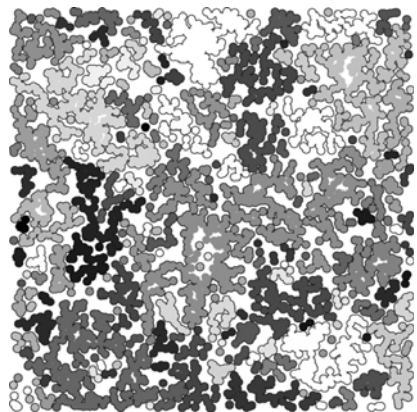
Faculteit der Exacte Wetenschappen, Universiteit van Amsterdam

zaterdag 11.45-12.30 uur

Het fenomeen waar ik over ga praten laat zich het beste introduceren aan de hand van een concreet voorbeeld. We beginnen met het gewone oneindige rooster in het platte vlak. Punten die naast elkaar liggen zijn in dat rooster verbonden door een lijnstuk. Stel nu dat we voor elk van die lijnstukken een munt gaan opwerpen; geen zuivere munt, maar één waarvan de kans op kop gelijk is aan p . Wanneer kop boven komt laten we het lijnstuk staan, anders gooien we het weg. Wat overblijft is een toevallig netwerk, zie figuur 1. De eigenschappen van dit netwerk hangen sterk van de waarde van p af. Het blijkt zo te zijn (en dat kunnen we echt bewijzen) dat er een omslagpunt is bij $p = \frac{1}{2}$. Als p kleiner is dan $\frac{1}{2}$ dan houden we alleen eindige componenten over, als p groter is dan $\frac{1}{2}$ dan blijkt er ook precies één oneindige component te ontstaan. Dit noemen we een fase-overgang. Dit type fase-overgangen vinden we in veel uiteenlopende omstandigheden: in netwerken zoals boven beschreven, maar ook in situaties waar de punten willekeurig verspreid liggen (en dus niet op een vast rooster), en de verbindingen tot stand komen door elkaar overlappende bolletjes, zie figuur 2. Roosters zoals in figuur 1 worden veel gebruikt in de natuurkunde en geologie, terwijl de overlappende bolletjes uit figuur 2 bijvoorbeeld een rol spelen bij de modellering van communicatie in mobiel telefoonverkeer. Bij dat mobiele telefoonverkeer zijn we ook geïnteresseerd in de vraag of binnen een bepaald gebied iedereen met elkaar verbonden kan zijn. Naast mooie plaatjes zal ik ook proberen om iets van de kansrekening te laten zien.



figuur 1



figuur 2

Wiskunde en levenswetenschappen

Traditioneel is wiskunde sterk verbonden met de harde bèta-wetenschappen (sciences), in het bijzonder met natuur- en sterrenkunde en met scheikunde. De laatste eeuw begint wiskunde ook in de biologie een rol te spelen, vooral in de populatie-dynamica. Te denken valt aan de prooi-roofdier modellen van Lotka en Volterra, gerealiseerd door eenvoudige stelsels van differentiaalvergelijkingen.

In de 60-er en 70-er jaren van de twintigste eeuw speelde de Australische bioloog Robert May een belangrijke rol. In feite was hij één van degenen die het wiskundig onderzoek naar chaos in iteraties van 1-dimensionale afbeeldingen sterk heeft gestimuleerd. Sindsdien verlopen de ontwikkelingen stormachtig. Wiskunde speelt een niet meer weg te denken rol bij de bestudering van biologische systemen. Toepassingen hiervan leiden tot meer geavanceerde populatie-dynamica (bijvoorbeeld van plankton en verspreiding van epidemieën), tot neuro-sciences, genomics en het modelleren van patronen in zelforganisatie. Deze wisselwerking tussen ontwikkelingen in de biologie en in de wiskunde krijgt aandacht in dit thema.

De wiskunde van epidemieën

Prof.dr. Hans Heesterbeek

Faculteit Diergeneeskunde, Universiteit Utrecht

vrijdag 14.00-14.45 uur

Nadat men enkele decennia geleden het gevoel had dat infectieziekten geen bedreiging meer voor de gezondheid van volk en vee waren is het, in tegendeel, in de huidige tijd overduidelijk dat infectieziekten een steeds groter probleem worden, en dat zelfs wereldwijd. Deze problemen gelden niet alleen voor de onstuitbaar lijkende opmars van bijvoorbeeld HIV/AIDS, maar ook voor de wederopstanding van 'oude bekenden' zoals malaria, knokkelkoorts (dengue), tuberculose, en voor de hardnekkigheid waarmee bekende ziekten blijven overleven (zoals mazelen, influenza, mond- en klauwzeer, klas-sieke vogelpest). Naast deze problemen is het met de opmars van ziekten als West Nile Virus en recentelijk SARS ook duidelijk dat vele nieuwe ziekteverwekkers een plaatsje in de wereld proberen te veroveren.

Wat alle infectieziekten gemeenschappelijk hebben, is dat het populatieproblemen zijn. Waar geneeskunde (bij mens en dier) zich traditioneel richt op het beter maken van individuen, is het bij infectieziekten juist de interactie tussen vele individuen die de problemen veroorzaakt en verergert. Kwantitatieve methoden zijn dan onmisbaar om inzicht te krijgen in die problemen. Wiskundige modellen hebben reeds lange tijd een belangrijke rol gespeeld voor het verkrijgen van inzicht in verspreiding en bestrijding, een rol die nog steeds in belang toeneemt nu duidelijk is dat de vragen steeds

complexer worden. Men kan dan denken aan fundamentele vragen op het gebied van evolutie van resistentie en diversiteit in ziekteverwekkers, maar ook aan de belangrijke rol die sociale en ruimtelijke (netwerk)structuur in populaties speelt.

In deze voordracht zal ik, aan de hand van voorbeelden, een beeld schetsen van de bijdrage die de wiskunde levert aan het aan elkaar knopen van mechanismen die zich afspelen op het niveau van individuele mensen en dieren en de populatieverschijnselen die ze samen genereren. Als onderdeel daarvan zal ik de theorie behandelen van het zogenaamde basale reproductiegetal. Dit getal geeft het gemiddeld aantal nieuwe gevallen van een infectie dat veroorzaakt wordt door één geval, in een populatie van vatbaren. Of een ziekteverwekker kan spreiden in een populatie is afhankelijk van de waarde van het reproductiegetal.

Patroonvorming, dynamiek en evolutie

Dr. Maarten Boerlijst

Sectie populatie biologie, Universiteit van Amsterdam

vrijdag 15.30-17.00 uur (90 minuten)

Deze bijdrage gaat over de rol van ruimtelijke patroonvorming in biologische systemen. Voorbeelden van ‘spontane’ patroonvorming in vegetaties (zie plaatje), in koralen en in uitbraken van besmettelijke ziekten zullen besproken worden. Deze patroonvorming beïnvloedt niet alleen de dynamiek, maar kan ook zorgen voor nieuwe mogelijkheden in selectie en evolutie. Er zal een systeem besproken worden waarin patroonvorming de stap van eencellige organismes naar meercellige individuen mogelijk maakt.



De tweede helft van deze werkgroep bestaat uit een interactief practicum. Hierin zal gebruik gemaakt worden van ‘cellulaire automaten’, een modelformalisme dat ook zeer geschikt is om zelf te gebruiken in een klas. Onder andere zult u zelf een ‘superkoraal’ kunnen bedenken, dat de competitie aan zal gaan met andere automaten. Het onderwerp vereist geen specifieke wiskundige voorkennis.

Webadres om alvast een idee te krijgen over (een deel van) dit onderwerp:

<http://www2.werkstuknetwerk.nl/uva/science/bio/336/thema.html>

en kies het werkstuknetwerk pakket ‘Patronen en Ecosystemen’.

New Dimensions: A Mathematical Perspective on Trees in Nature

Prof.dr. Anna M. Rodenhausen

Hochschule für Angewandte Wissenschaften, Hamburg, Duitsland

zaterdag 9.15-10.00 uur (lezing in het Engels)

During the 19th century, the field of analysis has grown to a very powerful mathematical discipline. Mathematicians like B. Riemann, A. Cauchy, K. Weierstraß and many others introduced new crucial concepts, which allowed to come efficiently to a deep understanding of real and complex valued functions. At the turn of the 19th to the 20th century, research in analysis was often stimulated by amazing examples, frequently considered as ‘mathematical monsters’, which have been used to illustrate how far the concepts of analysis apply. For example, K. Weierstraß gave his well-known example of a nowhere differentiable function, and H. von Koch introduced his famous snowflake curve as a more visual example of a nowhere differentiable curve. Moreover, W. Sierpinski gave an example of a curve, which has bifurcations in all of its points, and the list of examples could be largely extended.



The human liver is completely filled by the portal vein and the liver vein. The image was reconstructed from a set of CT data by H. K. Hahn (MeVis, Bremen).

Around the same time, G. Peano and D. Hilbert came up with the first examples of space-filling curves. These curves, which fill up a square completely, showed most impressively that there was not yet a satisfying concept of dimension established. The upcoming discussion on dimension opened topology as a new branch of mathematics. Today, the work of F. Hausdorff, B. Mandelbrot and other 20th century mathematicians allows us to give a unified description of all examples of curves with amazing properties. As it turns out, the topological properties of these curves are similar to those of trees in nature, since both structures fill up objects with a dimension larger than one. However, at the same time the branching and connectivity

properties of trees and curves differ significantly. The aim of this lecture is to compare the topology of space-filling curves with the topology of some other bizarre space-filling structures. It will be explained, why the idea of filling areas and volumes is so important in nature, and why growth in nature leads to trees and not to curves.

Vis in de zee. Maar hoeveel?

Drs. Martin Pastoors

Nederlands Instituut voor Visserijonderzoek, IJmuiden

zaterdag 10.30-11.15 uur

Visserij en het onderzoek van de visserij is al jaren een thema dat veel aandacht trekt in de pers. Er wordt vaak een conflict ‘geschapen’ tussen de visserij-biologen en de vissers als er onenigheid is over de schatting van de omvang van visbestanden. Is er nog wel genoeg vis? De jaarlijkse Europese onderhandelingen over vangsthoeveelheden vormen de climax voor dat conflict.

Visserijonderzoek is als discipline opgekomen aan het eind van de negentiende eeuw en vormt een combinatie van biologische en wiskundige technieken. De basale vraag die aan het onderzoek ten grondslag ligt is: hoe kunnen we weten hoeveel vis er in de zee zit? In deze presentatie zal ik laten zien hoe gegevens worden verzameld die de basis vormen voor de schattingen. Maar ik zal met name ingaan op de wiskundige en statistische technieken die worden gebruikt.

Al aan het begin van de twintigste eeuw werd duidelijk dat de gehoorbeentjes van vissen, net als de ringen van een boom, aanwijzingen geven voor de leeftijd van de vis. Hiermee werd het mogelijk om getalsmatige schattingen van leeftijdsverdelingen te bepalen. Maar hoe hangen die leeftijdsverdelingen met elkaar samen? In feite zijn de meeste schattingsmodellen voor zeevisbestanden gebaseerd op een zeer eenvoudig populatie-dynamisch model. Het beschrijft de exponentiële afname van een cohort vissen (‘geboren’ in hetzelfde jaar) over de tijd. Die afname wordt veroorzaakt door een combinatie van natuurlijke sterfte en visserijsterfte.

De grote uitdaging zit echter niet in dit relatief eenvoudige model, maar in de statistische technieken om de resultaten van dit model te ijken op onafhankelijke gegevens via steekproeven. Belangrijk aandachtspunt is daarbij de onzekerheid van de schatting: als we een bepaalde uitkomst berekenen, hoe afhankelijk is die uitkomst dan van de gebruikte gegevens en van het gebruikte model? Dit zijn vragen die momenteel centraal staan in het visserij-biologisch onderzoek.

Tot slot zal ik kort ingaan op het gebruik van de resultaten van het onderzoek. Waarom worden deze onderzoeken eigenlijk uitgevoerd? Wie geeft daar de opdracht voor en hoe worden de gegevens gebruikt of gewogen in het proces van besluitvorming over de visserij?



Wiskunde en topologie

Kun je je T-shirt uittrekken terwijl je je jas aanhoudt? Wat krijg je als je een fietsband binnenstebuiten keert? Hoe verbind je in het platte vlak drie huizen met een gas-, een water- en een elektriciteitscentrale, zonder dat de leidingen kruisen? Met hoeveel kleuren kun je een landkaart kleuren? In vier workshops komen dergelijke topologische vragen op een praktische manier aan de orde.

Topologie is de meetkunde van vervormbare objecten. Voor een deel bestaan de workshops uit ‘hands-on’ activiteiten. Deelnemers gaan zelf aan de slag met klei, textiel, en met topologische puzzels van touw, gaten, knopen en ballen. Verder behandelen de workshops op een praktische manier de theoretische achtergronden van de genoemde problemen. Topologie (‘rubbermeetkunde’) is ook het thema van jaargang 2004-2005 van *Pythagoras*, het wiskundetijdschrift voor jongeren.

Een interactief bewijs van de vierkleurenstelling

Robbert Fokkink

Faculteit EWI, TU Delft

vrijdag 14.00-14.45 uur

Het bewijs van de vierkleurenstelling is sinds het oorspronkelijke bewijs van Appel en Haaken uit 1976 behoorlijk vereenvoudigd. In deze workshop wordt de hoofdlijn van het bewijs geschetst. Ter plekke kunnen de deelnemers zelf een aantal reducties uit het moderne bewijs van de vierkleurenstelling van Robinson e.a. (1997) uitvoeren, door middel van programmatuur die van internet te downloaden is. Een en ander wordt in deze computerworkshop uitvoerig gedemonstreerd.

Mohammed en de berg: stoeien met puzzels van touw, gaten en knopen

Drs. Chris Zaal

Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

vrijdag 15.30-17.00 uur (90 minuten)

Met behulp van een stukje hout met gaten, wat kralen en touw kun je zelf 1001 verschillende topologische puzzels maken. Om dergelijke puzzels op te lossen, beginnen we altijd met een topologische analyse. Zijn de lussen open of gesloten? Is die knoop vast of los? Dezelfde topologische analyse geeft meestal ook een heuristiek voor de oplossing (het principe van Mohammed en de berg). In deze workshop gaan de deelnemers zelf eenvoudige topologische puzzels maken, analyseren en oplossen.



Huis, tuin en keuken-topologie

Dr. Marco Swaen, Kim Kaspers en Saadia Rmili
Educatieve Faculteit Amsterdam
zaterdag 9.15-10.00 uur

Er is geen heerlijker omgeving voor concrete topologie dan het domein van de huisvrouw. Van een simpel lapje stof tovert zij in een handomdraai schier elk oriënteerbaar oppervlak. Complexe topologische vervormingen realiseert zij al knedend met deeg. Na het roeren in de pannen, Brouwers dekpuntstelling indachtig, veegt zij haar handen af aan Mobius-keukenrol. 's Avonds breidt zij voor de naderende winter verder aan haar muts van Klein. Voor wie terugverlangt naar deze bijna verdwenen taferelen, kan in deze workshop praktische topologie beoefenen met de huishoudhandschoenen aan.

Tekenen van grafen op oppervlakken: het gas-, water- en elektraprobleem

Prof.dr. Jan Aarts
Faculteit EWI, TU Delft
zaterdag 10.30-11.15 uur

Hoe verbind je in het platte vlak drie huizen met een gas-, water- en elektriciteitscentrale zonder dat de leidingen elkaar snijden? Of kun je bewijzen dat het niet kan? Gek genoeg heeft hetzelfde probleem op de torus (een wiskundige fietsband) een andere uitkomst: wat in het platte vlak niet kan, kan op de torus wel. In de workshop gaan we deze problemen praktisch onderzoeken met papieren modellen.



Met plakschema's onderzoeken we het gas-, water- en elektraprobleem in verschillende topologische settings, waaronder ook het projectieve vlak. Daarna maken we met behulp van Voronoi-diagrammen de overgang naar het kleuren van landkaarten: in het platte vlak, op de torus en in het projectieve vlak. In de workshop komen ook een aantal theoretische achtergronden aan de orde (Hilbert & Cohn-Vossen en Ringel).

Wiskunde en rechtspraak

Wat is een bewijs? Volgens Van Dale: ‘Datgene waardoor onweerlegbaar wordt aangetoond dat iets is zoals men beweert of tevoren verondersteld heeft.’ Bij een rechtbank bepaalt de rechter of een bewijs deugdelijk is voor het proces. Deskundigen op het gebied van DNA-onderzoek, maar ook op het terrein van kansrekening, voorzien de rechter van argumenten. Dat dit niet altijd voor iedereen tot onweerlegbare aanbevelingen leidt, bleek onder andere uit het proces van Lucy de B. Wat is toelaatbaar als bewijs? Dat blijkt aanzienlijk te verschillen per rechtssysteem.

Naast de presentatie van enkele actuele dilemma’s en ontwikkelingen zullen ook wiskunde en recht in historisch perspectief worden geplaatst.

De bijdragen in dit thema zullen het begrip ‘bewijs’ doen wankelen.

Eerlijk verdelen

Prof.mr. Laurens Winkel

Faculteit Rechtsgeleerdheid, Erasmus Universiteit Rotterdam

vrijdag 14.00-14.45 uur

Het meest bekende verband tussen Wiskunde en Recht is misschien wel de waarschijnlijkheidsberekening in het bewijsrecht. Er bestaan echter ook nog verschillende andere verbanden en die zullen in deze werkgroep aan de orde komen:

- Pythagoras speelde een rol in de veranderende oriëntering van de Griekse filosofie. Deze was oorspronkelijk op de natuur gebaseerd, maar ontwikkelde zich later tot een ethiek. Iets daarvan kunnen we nog zien in de latere Aristotelische theorie van het juiste midden.
- Een ander aanrakingspunt tussen Wiskunde en Recht is te vinden in het bepalen van de eigendom van aangeslibd land bij naburige stukken grond. Van Maanen heeft al eens gewezen op de bijdrage in dit opzicht van de jurist Bartolus (14de eeuw) en deze bijdrage in verband gebracht met de receptie van de Euclidische meetkunde.
- Een volgend aanrakingspunt: hoe berekenen we de ‘contante waarde’ van een levenslange periodieke uitkering? Daarover bestaat een interessante tekst afkomstig van de Romeinse jurist Ulpianus (3de eeuw na Christus).
- Het laatste voorbeeld: in de 17de eeuw spreken we in het recht en ook in de ethiek over de mos geometricus. Wat betekent dit precies?

Wat zeggen al die getallen eigenlijk?

Prof.dr. Michiel van Lambalgen

Faculteit Geesteswetenschappen, Universiteit van Amsterdam
vrijdag 15.30-16.15 uur (eerste helft blok 2)

In de rechtszaken tegen de van meervoudige moord verdachte verpleegkundige Lucy de B. speelde de statistiek een belangrijke rol. De verdachte had tijdens haar diensten als verpleegkundige te maken gekregen met een opvallend groot aantal incidenten, en de vraag leek gerechtvaardigd of een dergelijk groot aantal incidenten eigenlijk wel in alle redelijkheid toevallig kan plaatsvinden tijdens de diensten van één enkele verpleegkundige. Statistiek lijkt de aangewezen discipline te zijn om uit te zoeken of we gebeurtenis-



sen redelijkerwijs aan toeval kunnen toeschrijven. Men zou kunnen denken dat dit leidt tot onaantastbare resultaten. Dat beeld is echter geheel onjuist. Tot het werk van een statisticus behoort het vertalen van een vraag naar een wiskundig model en het interpreteren van de uitkomsten. Beide activiteiten zijn essentieel niet wiskundig, en laten ruimte voor andere keuzes. In dit licht zijn resultaten die voortvloeien uit statistische berekeningen altijd relatief: statistici kunnen verschillen in hun modelkeuze, en bovendien ook nog in de methoden die zij acceptabel achten.

Het is naar mijn mening van groot maatschappelijk belang dat rechters zich van deze subjectiviteit van de statistiek bewust zijn. In deze presentatie staat de rol van statistiek in de strafzaak tegen Lucy de B. centraal. In die strafzaak is veel misgegaan, zowel bij de statistische berekeningen zelf, als bij de interpretatie van de uitkomsten. Enerzijds zijn de gebruikte modellen en de daarbinnen gemaakte berekeningen ondeugdelijk, waardoor de getallen vrijwel betekenisloos zijn. Anderzijds was de interpretatie van de getallen door de rechtbank in haar vonnis ook aantoonbaar incorrect.

Forensische statistiek: over boeven en dominees

Dr. Marjan Sjerps

Nederlands Forensisch Instituut, 's-Gravenhage
vrijdag 16.15-17.00 uur (tweede helft blok 2)

De meeste mensen weten dat DNA-profielen zeer sterk bewijsmateriaal kunnen leveren tegen een verdachte, of juist het bewijs kunnen leveren dat iemand onschuldig is. Programma's als Crime Scene Investigation hebben ook de mogelijkheden van ander technisch bewijs onder de aandacht gebracht van het grote (jeugdige) publiek. Het is

minder bekend dat de bewijskracht van technisch bewijs heel vaak op statistische of probabilistische overwegingen berust. Bijvoorbeeld, de grote bewijskracht van een DNA-match tussen het profiel van de verdachte en dat van de dader berust volledig op de zeldzaamheid: de kans dat een willekeurig gekozen andere persoon hetzelfde profiel heeft is minder dan één op de miljard.

De forensische statistiek heeft een algemeen model ontwikkeld voor het bepalen van de kracht van een bewijsmiddel. Dit model wordt toegepast op DNA-bewijs, maar ook op bijvoorbeeld schoensporen, wapen, glas-of vezelonderzoek. De kern van dit model berust op de beroemde regel van Bayes, een Engelse dominee uit de 18de eeuw. In mijn voordracht zal ik laten zien hoe deze eenvoudige regel gebruikt wordt om bewijskracht te definiëren, en zal ik een aantal sommetjes maken met technisch bewijs, die eventueel als spannende voorbeelden gebruikt kunnen worden in de klas.

De rechter en het bewijs

Dr. André Hoogstrate

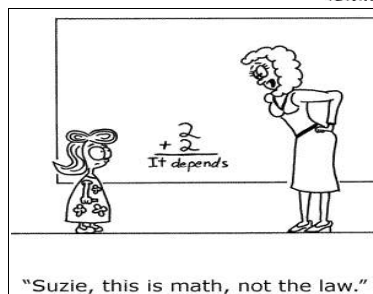
Nederlands Forensisch Instituut, 's-Gravenhage

zaterdag 9.15-10.00 uur

Steeds vaker krijgen rechters te maken met wiskundige of statistische redeneringen die als bewijs van schuld of onschuld wordt aangevoerd. De bekendste en meest spraakmakende zaak in Nederland is die van Lucy de B. Een vergelijkbare zaak speelde rond Bianca K. Maar er zijn veel meer zaken waarin wiskunde of statistiek een belangrijke rol speelt. Voorbeelden hiervan zijn: Hoe hard heeft deze auto gereden? Is Golden Ten een gok- of een behendigheidsspel?

Heeft de aanwezigheid van deze elektriciteitsleiding effect gehad op de aanwezigheid van een relatief groot aantal kankergevallen in de buurt? Twee gevallen van wiegendood in één gezin: is hier sprake van een misdrijf? De rechter, meestal zelf een leek op wiskundig of statistisch gebied, moet dan beoordelen wat hij met het wiskundige of statistische 'bewijs' gaat doen. Hoe gaat hij het controleren? Hoeveel waarde moet hij aan het bewijs hechten? Kan hij het wel toelaten?

In deze presentatie wordt ingegaan op deze vragen, zowel voor de situatie in Nederland als in de Verenigde Staten. Aan de hand van enkele voorbeelden zal geschetst worden hoe men in beide rechtssystemen omgaat met wiskundige en statistische redeneringen als bewijs.



Wiskunde en gecijferdheid

Onlangs zijn de resultaten bekend gemaakt van de vergelijkende studies van het Programme for International Student Assessment, PISA. Onder andere is in een groot aantal landen onderzocht in hoeverre vijftienjarigen hun kennis op het gebied van rekenen en wiskunde kunnen toepassen in alledaagse en praktijksituaties (www.pisa.oecd.org). Ofwel, hoe staat het met hun gecijferdheid of wiskundige geletterdheid?

Drie jaar geleden deed PISA in Nederland weinig stof opwaaien; we voldeden niet aan de vereiste steekproefomvang om in de resultaten te worden genoemd. In Duitsland daarentegen deed PISA het hele land op zijn grondvesten schudden omdat de resultaten uitermate teleurstellend waren. Gecijferdheid is ook een onderwerp dat een belangrijke rol speelt in de discussies over de invulling van de nieuwe kerndoelen van de basisvorming.

Binnen dit thema zullen voordrachten gegeven worden die ingaan op gecijferdheid in de meest brede zin van het woord, van basisonderwijs tot wetenschappelijk onderwijs.

Developing tasks for mathematical literacy: not only a question of good taste

Dr. Eva Jablonka

Freie Universität Berlin, Duitsland

vrijdag 14.00-14.45 uur (lezing in het Engels)

Mathematics is part of a variety of cultural traditions and is integrated in many different contexts and situations. The desirable competencies of distinct groups of people who live in 'different worlds' will be expressed differently. Mathematical literacy points to aspects of social and political life and it includes the ability to interpret a socio-political setting as open to change. It serves egalitarian rather than economic goals and thus involves tensions.

In activities and tasks for mathematical literacy the context becomes more than just an arbitrary situation in which (some) mathematics can be applied or developed. Should students compare the cost of one B-2 bomber to a four-year scholarship or should they model the cost of home ownership? Should they deal with voting systems or with renting office space? The selection of a context involves a political decision.

Another issue when developing tasks for mathematical literacy is the decision about how the context is introduced, for example by a little narrative-like description of a situation, by an account of a person who is reporting, or by an authentic text (for example from a newspaper). The description may (or may not) include statements about the importance of mathematical knowledge to the situation, or about the accuracy of data and the validity of the expected results. Supposedly little 'stylistic' differences can make a big difference in students' perceptions and competencies.

The talk will discuss these issues and introduce criteria for selecting, evaluating and constructing tasks for mathematical literacy. Examples from textbooks and international tests will be used to illustrate the key points.

Gecijferdheid / Wiskundige geletterdheid

Drs. Kees Hoogland

APS, Utrecht

vrijdag 15.30-16.15 uur (eerste helft blok 2)

De begrippen gecijferdheid en/of wiskundige geletterdheid zullen de komende jaren een belangrijke rol gaan spelen in de discussie over de invulling van wiskundeprogramma's. Inmiddels zijn deze begrippen al verschenen in de karakteristiek wiskunde voor de nieuwe onderbouw.

Ik zal u laten kennismaken met deze begrippen door middel van beelden, definities en voorbeelden. Deze discussie beperkt zich niet tot Nederland. In vele landen is er een discussie gaande over de rol die gecijferdheid moet of kan spelen in het voortgezet onderwijs, een somtijds heftige discussie zelfs.

En misschien meet PISA wel gewoon wiskundige geletterdheid in plaats van wiskundige kennis en vaardigheid. Maar wat is het verschil dan?



confectie

Nederland	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52
Duitsland	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52
Engeland, VS	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26
Belgie	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54
Frankrijk	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54
Italië	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56

Bent u zelf gecijferd?

Dr. Mieke van Groenestijn, Hogeschool van Utrecht

Willem Uittenbogaard, Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

vrijdag 16.15-17.00 uur (tweede helft blok 2)

PISA staat in het middelpunt van de belangstelling. Het Programme for International Student Assessment onderzoekt wereldwijd onder de OECD landen hoe het er voor staat met de gecijferdheid vaardigheden van vijftienjarigen. Maar PISA is niet het enige onderzoek in zijn soort. Er zijn ook vergelijkbare onderzoeken die iets vertellen over onze leeftijdsgenoten, de volwassenen van nu. Wat weten zij van en kunnen zij met numerieke informatie? IALS (International Adult Literacy Survey) en ALL (Adult Literacy and Life Skills Survey) brengen deze gegevens in kaart. In deze presentatie wordt ingegaan op de resultaten van deze onderzoeken. Om de uitkomsten kracht bij te zetten

ziet u ook de resultaten van een video onderzoek dat bij wijze van spreken in de winkelstraat van uw eigen woonplaats gehouden zou kunnen zijn.

De huidige moderne westerse samenleving draait meer en meer op het kunnen interpreteren van getalsmatige en meetkundige informatie. We baseren ons uitgavenpatroon op percentages, we baseren ons stemgedrag op getallen die politici over ons uitstrooien en op de uitslag van enquête-onderzoeken, we kiezen een nieuwe woning op basis van plattegronden, enzovoorts. Maar wat te doen als blijkt dat ongeveer de helft van ons juist dat soort informatie helemaal niet zo goed kan doorgronden als wij, die toch enige affiniteit met dat soort informatie worden verondersteld te hebben, wel denken? Aanschouw de realiteit van het nu in deze presentatie...

How mathematically and pedagogically realistic is the goal of ‘realistic mathematics education’?

Dr. Tony Gardiner

Reader in Mathematics and Mathematics Education, University of Birmingham, UK
zaterdag 9.15-10.00 uur (lezing in het Engels)

Much of my inspiration to think more widely about mathematics education stemmed from visits to IOWO in the late 1970s. Everything I have tried to do with students and with teachers since that time has been driven by the imperative to bring mathematics ‘down from the clouds’. Yet – initially in the UK context, and subsequently more generally – it has gradually become clear that an even greater, and currently more neglected, imperative is that school mathematics must be faithful to the inner character of mathematics itself.

Freudenthal used to repeat the dictum ‘Mathematics is a mental universe’. In order to teach effectively, we must perhaps begin by rooting new ideas in the mental universe which our students have already developed which includes both (a) the worlds of their imagination and their previous mathematical abstractions, and (b) the world of their real – or imagined – ‘real world’ experience, such as the school they work in and such creations as ‘Blokberg’ and ‘Blokeiland’. But he never for one moment imagined that such ‘embodied’ ideas should remain forever trapped in this way – like some neglected Christmas present which was never unwrapped to reveal the gift concealed by the outer tinsel. Recent worldwide moves among educationists and in Ministries of Education have revealed the seductive attraction of the idea that hard mathematics can be replaced by ‘numeracy’ and ‘mathematical literacy’ naively construed. Yet they are misguided. School mathematics needs to be linked to reality; but once one moves beyond the first steps, proto-mathematical ideas which remain ‘situated’ – whether through low level abstractions, or through ‘realistic settings’ (‘street math’) – create obstructions to the learner’s subsequent mathematical development.

Wat is meer: 3% van 400 of 4% van 300? *

Prof.dr. Jan de Lange

Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

zaterdag 10.30-11.15 uur

Een nieuwe, maar ook al weer oude, hype is wiskundige geletterdheid of mathematical literacy. Recent in de aandacht gekomen door het OECD PISA onderzoek, maar zeker ook door de inspanningen van Lynn Steen en Bernie Madison in de US die al jaren pleiten voor een systematische aanpak van het probleem (de VS hebben relatief de meest ongeletterde bevolking van alle westerse landen, maar dat dacht u natuurlijk al een tijdje).

Naast het feit dat de OECD eerlijk uitkomt voor het feit dat het 'Mathematical literacy' denkt te meten, is er de observatie dat ze in het rapport dit graag afkorten tot 'mathematics'. Dat zorgt dus voor grote verwarring, of juist niet omdat de media het verschil irrelevant vinden. En ook dat valt weer goed te praten omdat de gehanteerde PISA definitie zó ruim is dat ook 'inner-mathematical problems' toegestaan zijn.



Aan de hand van voorbeelden van PISA zal getracht worden enig licht te laten schijnen in deze duisternis. Een belangrijk uitgangspunt daarbij zal zijn dat geletterdheid niet een absoluut begrip is maar zeer relatief: ook wiskundigen kunnen wiskundig ongeletterd zijn, en ook complexe wiskundige probleem kunnen tot geletterdheid gerekend worden. Het hangt maar net af van de 'community of practitioners' waarin je verkeert. Wellicht zijn er ook aanbevelingen naar de toekomst van het wiskundeonderwijs te trekken, naar uitdagend, aantrekkelijk, relevant onderwijs en vooral onderwijs dat 'mathematical thinking' voorop plaatst.

** Vraag in TV-quiz Herexamen die door drie architecten niet goed kon worden beantwoord.*

Wiskunde en verwondering

Verrassing en verwondering zijn onmisbare ingrediënten om de interesse van leerlingen op te wekken. Bij het vak wiskunde lijkt dit niet zo moeilijk. Wiskunde heeft naast zijn waardevolle toepassingen een facet van magie en mysterie. Dit kan leerlingen motiveren voor het leren van de gewone leerstof en het is een belangrijke aanvulling op de algemene kennis over wiskunde als wetenschap. In dit thema worden docenten verwonderd door het goochelen met getallen, door bijzondere patronen en door de wiskunde achter de wet van Murphy. Zij kunnen die verwondering gebruiken als inspiratiebron in de wiskundelees. De lespraktijk is het uitgangspunt en er zijn verschillende werkgroepen voor elk leerniveau: vmbo, havo/vwo onderbouw en bovenbouw.

Symmetrie in vlakke islamitische ornamenten

Prof.dr. Jan van de Craats

Universiteit van Amsterdam, Open Universiteit

vrijdag 15.30 -17.00 uur (90 minuten)

De cultuur van de Islam manifesteert zich onder andere in een grote rijkdom aan ornamentale kunst in moskeeën en paleizen. Prachtige voorbeelden daarvan zijn te vinden in het Alhambra in Granada, de grote moskee van Córdoba en het Alcazar van Sevilla. Voor Escher openden die patronen een geheel nieuwe wereld die hem zijn verdere leven is blijven fascineren en inspireren.

De verschillende symmetrievormen die in zulke patronen op kunnen treden, kan men wiskundig analyseren. In deze lezing zullen we laten zien dat er abstract gezien precies *zeventien* mogelijke onderliggende structuren bestaan. Van al die zeventien ‘behangpatronen’, zoals ze enigszins prozaïsch genoemd worden, geven we voorbeelden. Daarbij blijken translaties, rotaties, lijn- en puntspiegelingen op wonderlijke manieren met elkaar vervlochten te zijn. We zullen ook een classificatieschema geven waarmee je zelf symmetriepatronen kunt determineren.

Tijdens het werkgroepgedeelte gaan we samen symmetriepatronen determineren. Onze voorbeelden ontleen we aan allerlei vormen van islamitische kunst, maar dezelfde methodes zijn net zo goed toepasbaar op patronen uit andere culturen. En ook uw leerlingen kunnen ermee aan de slag.



Actief en zelfstandig leren van de telduivel

Dr. Rainer Kaenders

Faculteit NWI, Radboud Universiteit, Nijmegen

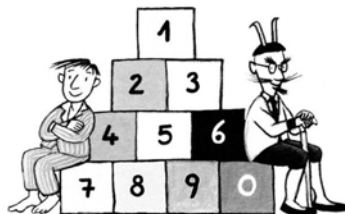
zaterdag 9.15 - 10.00 uur

‘Goed, je hebt me een heleboel trucs verklapt, dat is waar. Maar ik vraag me af: waarom? Waarom komt er met die trucjes uit wat eruit komt?... En waarom klopt alles wat jij zegt altijd?’, vraagt Robert aan de telduivel die hem twaalf nachten lang in zijn dromen bezoekt en over wiskunde ouwehoert.

Creatief zijn in het wiskundeonderwijs is voor leerlingen en ook leraren moeilijk – zeker als het om meer gaat dan om het creatief oplossen van gegeven problemen. In zijn boek *De telduivel*, is de schrijver Hans-Magnus Enzensberger er met veel fantasie en zonder secundaire motivatie in geslaagd bestaande wiskunde zodanig uit te leggen dat een kind het kan begrijpen. Elk figuur, elke achtergrond van het creatief geschreven verhaal is gemotiveerd door de achterliggende wiskunde die Enzensberger kennelijk goed onder de knie heeft.

Wij laten zien hoe wij met behulp van actieonderzoek een praktische opdracht voor 4 en 5 vwo ontwikkelen waarbij de leerlingen onder meer het verhaal van de telduivel uitbreiden met een dertiende nacht. Door antididactische ommissie in basisschool en basisvorming maken de meeste leerlingen hierbij voor het eerst kennis met elementair getalbegrip en wiskundig denken. De betrokken docenten in het AZL-project (Actief en Zelfstandig Leren-project) geven actief en zelfstandig les, werken aan de eigen ontwikkeling en ontplooiën onderzoeksactiviteiten, waarmee zij een in de praktijk beproefde vakdidactische bijdrage leveren aan het Nederlands wiskundeonderwijs.

Voor producten van de AZL-groep wiskunde zie:
www.ratio.ru.nl (Ratio Instituut, Nijmegen).



A tot de macht A tot de macht A

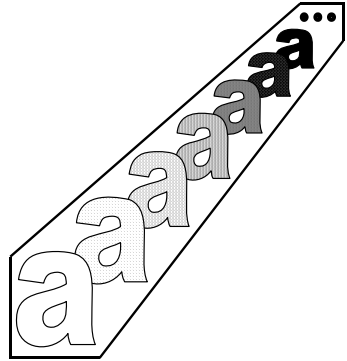
Luc Van den Broeck

Edugo De Toren, Oostakker, België

zaterdag 10.30-11.15 uur

De geschiedenisles is even wat minder interessant. Corneel speelt met zijn grafische zakrekenmachine en berekent $\sqrt{3}$. Van dit getal berekent hij opnieuw de vierkantswortel. Daarna blijft hij op het gelijkheidsteken drukken, eerst traag, dan vlugger en vlugger. Een getallenrij rolt over het display. Ook hier slaat de verveling toe. De getallenrij stagneert. Het scherm van het rekentoestel vult zich met enen. 'Hoogst merkwaardig', denkt Corneel. 'Zou dit rijtje ook zo eindigen als ik met $\sqrt{13}$ begonnen was?'

Iteraties kunnen onderzocht worden door steeds maar weer op dezelfde toetsen van je zakrekenmachine te drukken. In deze workshop onderzoeken we de convergentie van een eenvoudig iteratieproces: kettingmachten. Tijdens deze sessie worden de deelnemers naar alle uithoeken van de grafische zakrekenmachine geloodst. Wees dus gewapend met je rekenmachine en met wat schrijfgereij. Voorkennis over rijen en handigheid bij het gebruik van de grafische zakrekenmachine zijn niet vereist. Er worden overzichten uitgedeeld met begeleidende schermafdrukjes (Casio/Texas) zodat elke cursist voldoende vlot kan participeren.



Wiskunde en meetkunde

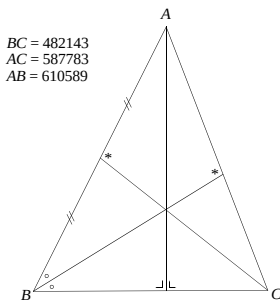
De *Elementen* van Euclides (ca. 400 BC) hebben een soortgelijke impact op de westerse beschaving gehad als *de Bijbel*. Grote delen van onze cultuur zijn doordeesemd met meetkunde. Zo heeft in de 17de eeuw Galileo reeds gezegd dat de natuur geschreven is in de taal der wiskunde, waarbij de letters bestaan uit driehoeken, cirkels en andere meetkundige figuren. Zonder kennis hiervan zou het de mens onmogelijk zijn er ook maar een enkel woord van te begrijpen. In de 20ste eeuw heeft Mandelbrot deze uitspraak verder genuanceerd door op te merken dat veel objecten in de natuur een fractale geometrie lijken te hebben.

In sterke samenhang met ontwikkelingen in de natuurkunde en andere toepassingsgebieden heeft de discipline een duidelijk eigen gezicht en een eigen onderzoekscultuur verkregen. Zo heeft de wiskundige vraag of het parallellen-axioma afhankelijk is van de overige axioma's van Euclides, eeuwenlang een belangrijke rol gespeeld. Het (ontkennende) antwoord hierop heeft grote gevolgen gehad, zowel voor de wiskunde als de natuurkunde. Tijdens dit thema zullen verschillende aspecten van Euclidische en post-Euclidische meetkunde aan bod komen.

Constructie van een niet-gelijkzijdige driehoek ABC

Prof.dr. Frederik van der Blij
Gorssel
vrijdag 14.00-14.45 uur

De heer Kletter vertelde mij over de constructie van een niet-gelijkzijdige driehoek ABC waarvan de hoogtelijn uit A, de bissectrice uit B en de zwaartelijn uit C door één punt gaan. Zijn constructie voerde tot reeds door de Grieken bestudeerde krommen. De aanleiding tot deze probleemstelling was van didactische aard.



Een extra conditie, namelijk dat de lengten van de zijden gegeven worden door gehele getallen maakt het probleem veel moeilijker. Hoe zijn deze te verkrijgen uit de oneindig vele oplossingen die door de constructie geleverd worden?

Dit leidt ons tot het onderzoek van krommen van de derde graad. Er blijkt een algemene methode te bestaan waar oneindig veel voorbeelden van zulke driehoeken met hele getallen als lengten van de zijden gevonden kunnen worden.

Tot hiertoe is het een onderwerp dat met enkele aanwijzingen voor een werkstuk in bijvoorbeeld vijf of zes vwo gebruikt kan worden.

Het getaltheoretische probleem vraagt er om gegeneraliseerd te worden, het blijkt een speciaal geval van een interessante familie te zijn. De uiteindelijke generalisatie voert tot de studie van een derdegraads oppervlak. Hoewel een klassieke stelling zegt dat op zo'n oppervlak in het algemeen 27 rechte lijnen liggen, vinden we hier een oppervlak waarop slechts 15 rechte lijnen liggen.

Zo blijkt een eenvoudige vraag over een speciale driehoek te voeren tot de studie van getaltheorie en meetkunde van derdegraads krommen en oppervlakken.

Symmetrie van (ruimte)figuren vergelijken

Michel Roelens

Kath. Hogeschool Limburg - Dep. Lerarenopleiding, Diepenbeek, België

vrijdag 15.30-17.00 uur (90 minuten)

Het veelvlak van Miller is minder symmetrisch dan de rhombische kuboctaëder (één van de dertien Archimedische lichamen). Maar kunnen we precies zeggen 'hoeveel' minder symmetrisch? Een maat voor symmetrie van een figuur is het aantal 'isometreën' waardoor de figuur op zichzelf wordt afgebeeld. Draaiingen en spiegelingen zijn isometreën omdat ze de afmetingen en de vorm van de figuren niet veranderen. Welke andere soorten isometrieën bestaan er in de ruimte? Hoe kun je 'alle' isometreën tellen die een figuur op zichzelf afbeelden? Dit alles ontdek je in deze workshop.



rhombische kuboctaëder



veelvlak van Miller

Bij dit telwerk ga je spontaan enkele slimme telstrategieën gebruiken. Je telt bijvoorbeeld de isometrieën die een bepaald zijvlak op zichzelf afbeelden, en je vermenigvuldigt dit aantal met het aantal zijvlakken die de plaats van dit ene zijvlak kunnen innemen. Zonder het goed te beseffen, zit je hiermee in de groepentheorie. Dat de slimme telmethode werkt, heeft te maken met een bepaalde stelling over groepen en deelgroepen. Misschien kunnen leerlingen via deze weg kennis maken met een stukje groepentheorie.

Om aan deze workshop deel te nemen, is geen voorkennis over groepen nodig.

Geschiedenis van de niet-Euclidische meetkunde als keuzeonderwerp voor vwo-leerlingen

Drs. Iris van Gulik-Gulikers

Faculteit der Economische Wetenschappen, Rijksuniversiteit Groningen

zaterdag 9.15-10.00 uur

In deze workshop staat de geschiedenis van de niet-Euclidische meetkunde centraal. Deze geschiedenis maakt duidelijk dat meetkunde niet iets is dat meer dan 2000 jaar geleden in Griekenland is afgerond, maar eeuwenlang een actief onderzoeksgebied van wiskundigen is geweest en nog steeds is.

De niet-Euclidische meetkunde wordt gepresenteerd aan de hand van een Zebra-boekje dat is ontwikkeld in het kader van een promotieonderzoek naar de waarde van historische elementen in wiskundeonderwijs. In het voorjaar van 2005 zal het boekje worden gepubliceerd in de Zebra-reeks van Epsilon Uitgaven.



*Cirkellimiet IV - M.C. Escher
Cordon Art - Baarn - Holland*

De geschiedenis start met de twijfel aan de opbouw van Euclides' *Elementen* en de pogingen die zijn ondernomen om het parallellenpostulaat af te leiden uit de andere axioma's en postulaten. Pas in de negentiende eeuw komen Bolyai en Lobaëevskii tot de ontdekking dat dit onmogelijk is. Zij bouwen een meetkunde op waarbinnen de ontkenning van het parallellenpostulaat wordt aangenomen. Er zijn twee varianten binnen de niet-Euclidische meetkunde: de elliptische en de hyperbolische meetkunde. Een model van deze hyperbolische meetkunde, de Poincaré-schijf, speelt een belangrijke rol in de cirkellimieten van Escher.

In de workshop zullen enkele voorbeelden uit het Zebra-boekje worden gegeven en ideeën worden aangedragen voor onderzoeksopdrachten voor leerlingen. Daarnaast krijgen workshopdeelnemers de mogelijkheid om resultaten van de hyperbolische meetkunde (waaronder de stelling dat hoekensom in een driehoek *niet* gelijk is aan 180°) te exploreren met behulp van het computerprogramma Cabri. Het geheel wordt toegelicht met enkele ervaringen uit de klas.

Voor meer informatie over dit Zebra-boekje, zie:

<http://members.home.nl/gulikgulikers/WiskundePagina.htm>

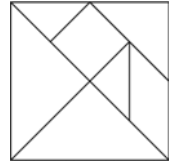
Tangram en het derde Probleem van Hilbert

Prof.dr. Duco van Straten

Department of Mathematics, Johannes Gutenberg-Universität, Duitsland

zaterdag 10.30-11.15 uur

Tangram is een bekend spel van Chinese oorsprong waarbij een vierkant is onderverdeeld in 7 stukken. Het spel bestaat erin met deze stukken een figuur uit te leggen, waarvan alleen de omtrek gegeven is.



Bij het iets minder bekende maar veel oudere Stomachion van Archimedes is een vierkant onderverdeeld in 14 stukken, maar de bedoeling is verder hetzelfde.



Bij een verhuizing van een kamer naar een andere kamer met gelijke oppervlakte stelt zich met betrekking tot de vloerbedekking een soort omgekeerd Tangram-probleem: twee figuren met gelijke oppervlakte zijn gegeven, en het is de opgave de ene figuur zó te verknippen dat met de verkregen stukken de tweede figuur uitgelegd kan worden. Een oplossing van dit probleem wordt in feite reeds door Euclides gegeven. Gauss en Hilbert stelden de vraag hoe het zit met drie-dimensionale figuren. Max Dehn ontdekte in 1900 een intrigerende invariant, waarmee hij aantoonde dat het omgekeerde tangram-probleem in dimensie drie in het algemeen niet oplosbaar is.



$$e^{\pi i} + 1 = 0$$

Deze vergelijking, zogenaamd ‘van Euler’, levert de inspiratie voor een serie van vier historische lezingen, met de kortste titels ooit, namelijk: e , π , i en 0 . Achter elk van deze getallen schuilt een geschiedenis. Zijn het trouwens getallen, of zijn het begrippen, of is daar geen verschil tussen? En wie zou zeggen dat e afstamt van de natuurlijke logaritme en niet omgekeerd? Grondige kennis van π maakte een einde aan een meetkundige droom. De introductie van i heeft maar weinig te maken met tweedegraadsvergelijkingen. En toen er nog geen 0 was, werd er wel al een plekje voor opengelaten. Kom en huiver.

Nul

Dr. Marjolein Kool
Hogeschool Domstad, Utrecht
vrijdag 14.00-14.45 uur

Hoe lang kun je over niets spreken?

Tijdens de Nationale Wiskundedagen 2005 hoop ik het record op drie kwartier te brengen. Ik ga spreken over nul, maar de geschiedenis van nul is bepaald niet niks! Die gaat minstens terug tot het jaar 450 voor Christus, toen de Babyloniërs op het idee kwamen om op hun kleitabletten door middel van twee wiggen aan te geven dat er binnen een getal sprake was van een ontbrekende positie.



Dat zou je het begin van ‘nul’ kunnen noemen, maar dat wil niet zeggen dat men sinds 450 voor Christus de nul ook zag als een getal of als een onmisbaar element in de reken- en wiskunde. In tegendeel. Griekse wetenschappers als Archimedes en Euclides maakten indrukwekkende berekeningen en deden belangrijke wiskunde, maar hadden daar geen nul bij nodig. Wie rekt op een rekentafel en de uitkomst bijvoorbeeld in Romeinse cijfers noteert hoeft geen nul te gebruiken. ‘Niets’ is gewoon een lege plek op tafel. Het is dan ook niet verbazingwekkend dat het rondje dat de Arabische wiskundige al-Khwarizmi in de achtste eeuw gebruikte, met achterdocht begroet werd. Men vond het een merkwaardig geval: nul is niks, maar je gebruikt er wel een teken voor en dat ‘niks’ kan wel de waarde van een getal beïnvloeden. In sommige kringen dacht men zelfs dat nul tovenarij en gevaarlijk zou zijn. Het geworstel met nul gaat door tot in de zeventiende eeuw, waar Willem Bartjens spreekt van *nullo* ofte niet. Dat klinkt als ‘niets of niets’. Is nul nou een getal of niet?

Tijdens mijn workshop stap ik met zevenmijlslaarzen door 25 eeuwen geschiedenis van nul, waarbij wiskundige vragen over rekenen met nul tot filosofische vragen over het bestaan van leegte aan bod komen. Mooi materiaal voor onder- en middenbouw. Kom kijken want het wordt een bijeenkomst van niets!

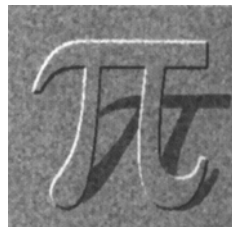
Het fascinerende getal π

Dr. Marianne Vincken

1005 Tekstproducties, Geldrop

vrijdag 15.30-16.15 uur (eerste helft blok 2)

We kennen het getal π voornamelijk als de verhouding tussen de omtrek van een cirkel en zijn diameter, maar het getal speelt ook bij de beschrijving van een talloze fysische en statistische verschijnselen een rol. Voor praktische doeleinden kennen we het getal goed genoeg; een paar cijfers achter de komma zijn meestal voldoende. Maar helemaal kennen we π niet en zullen we π nooit kennen. Er zijn weliswaar al meer dan een miljard cijfers achter de komma bekend, maar daarin is geen regelmaat te bekennen. Het ontdekken van steeds meer decimalen gaat maar door. In de loop van de geschiedenis hebben vele wiskundigen en ander geleerden, van Archimedes tot Plouffe, zich daarmee bezig gehouden. Onder hen zijn fascinerende figuren met zeer diverse achtergronden te vinden. Waarom ze zich bezig houden met iets wat nutteloos lijkt, is op zich al interessant. Een aantal van deze mensen en de manier waarop zij π zijn geheimen trachtten te ontfutselen, zal in de voordracht aan de orde komen. De voordracht is gebaseerd op het boek van Jean-Paul Delhaye met de titel 'Het fascinerende getal Pi'.



Literatuur

Delhaye, Jean-Paul (2003). *Het fascinerende getal Pi*. Wetenschappelijke Bibliotheek van Natuur en Techniek. ISBN 9076988 56 0

Website:

http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/history/HistTopics/Pi_through_the_ages.html
Een tamelijk complete lijst met links naar sites met meer informatie over π .

De genese van het getal e

Dr.ir. Teun Koetsier

Wiskunde FEW, Vrije Universiteit Amsterdam

vrijdag 16.15-17.00 uur (tweede helft blok 2)

De opkomst van het getal e , dat door Euler van zijn naam werd voorzien, hangt nauw samen met de grote veranderingen die zich in de wiskunde in de 17de eeuw voltrokken.

Het getal e duikt op in de sfeer van Napier's logarithmen. Het blijkt de waarde van een limiet bij bepaalde renteberekeningen. Het is ook de waarde van een mooie reeks.

Welke van al die eigenschappen is de meest wezenlijke? Of is dat een onzinnige vraag? Misschien is het kernpunt wel dat de exponentiele functie zijn eigen afgeleide is. In ieder geval plaatst die eigenschap e centraal binnen de ontwikkelingen die het gevolg waren van de ontdekking van de calculus door Leibniz en Newton.

We zullen de vraag wat e bijzonder maakt, trachten te beantwoorden met een historisch verhaal.

De realiteit van i

Joop Doorman M.sc.

Waarder

zaterdag 10.30-11.15 uur

Onze opvattingen over de aarde en over het karakter van wiskunde worden terecht sterk bepaald door het beeld dat wij hebben van de toepasbaarheid van wiskunde op de fysische realiteit.

Dat beeld moet antwoord geven op de vraag: *Waarom speelt wiskunde een cruciale rol in het modelleren van fysische verschijnselen?* En dit temeer in verband met historische voorbeelden waarbij zuiver wiskunde constructies anticiperen op latere fysische toepassingen (bijvoorbeeld de complexe getallen).

Pythagoras zal volgens zijn latere commentaren een curieus antwoord hebben gegeven op deze vraag: 'De realiteit is wiskundig, getallen zijn de echte werkelijkheid'. Hedendaagse kosmologische theorieën lijken op deze kwestie een bijna Pythagorisch antwoord te geven.

Literatuur

Hooft, Gerard van 't (1994). Questioning the answers or Stumbling upon good and bad Theories of Everything. In J. Hilgevoord (Ed.), *Physics and our view of the world*. Cambridge University Press (pp. 16-37).

Wiskunde en andere leergebieden

De Taakgroep Vernieuwing Basisvorming heeft het rapport 'Basisvorming: keuzes aan de school' geschreven. Het rapport bevat mogelijke scenario's voor de scholen. Scenario 4 is het meest ambitieus: niet de leerstofinhoud, maar thema's vormen het uitgangspunt voor het onderwijs. Een citaat over dat scenario:

'Deze school kent slechts vier leergebieden: natuur en techniek; gezondheid en welzijn; mens en maatschappij; kunst en cultuur. In bepaalde periodes worden intensieve trainingen ingelast op basisvaardigheden (Nederlands, Engels, wiskunde, informatieverwerking). De basisvaardigheden komen terug in de vier leergebieden.'

In dit thema wordt getracht een beeld te schetsen van mogelijke consequenties voor wiskunde, met name binnen de minder voor de hand liggende leergebieden. Welke plek is er voor wiskunde in thematisch onderwijs?

WINST: wiskundeprestaties in de praktijk

Fred Buijtendijk, Zuiderpark College, Rotterdam

Mieke Abels, Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

vrijdag 14.00-14.45 uur

Leerlingen uit klas 3 en 4 van de sector Techniek in de kaderberoepsgerichte leerweg krijgen op het Zuiderpark College les volgens het nieuwe leren. Een kernteam van zes docenten begeleidt daarbij 90 leerlingen en verzorgt al het onderwijs. Er wordt maar gedeeltelijk gewerkt met een rooster: de leerlingen plannen grotendeels hun eigen onderwijsprogramma.

Voor wiskunde werken ze aan verschillende opdrachten: deels uit het boek, en deels met behulp van Prestaties. Ze hebben daarbij veel keuzemogelijkheden.

Hoe dat in de praktijk gaat? Daarvan kunt u in deze presentatie getuige zijn. U ziet beelden en hoort ervaringen met deze manier van wiskunde doen, zowel van de docent als van een leerling.

SONaTe: (ver)banden versterken met de andere bèta-vakken

Henk van der Kooij, Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

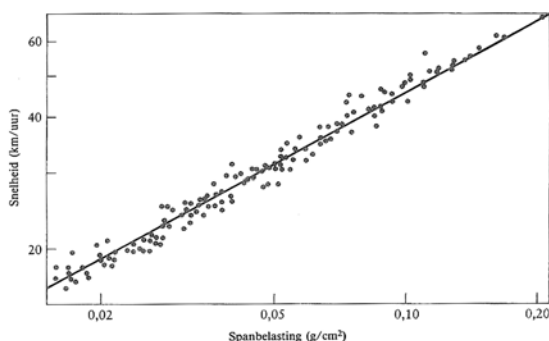
Ad Mooldijk, Faculteit Natuur & Sterrenkunde, Universiteit Utrecht

vrijdag 14.00-14.45 uur

In het SONaTe-project (Samenhangend Onderwijs in NA&TE) wordt gewerkt aan het nader tot elkaar brengen van de kernvakken in de N-profielen. Met het oog op de aanpassing van de tweede fase in 2007 en de langere termijn plannen van de profielcom-

missie lijkt dat nuttig. Onderzoek naar verbanden tussen grootheden zoals tijd, lengte, massa, snelheid of druk wordt vaak via metingen aan proefopstellingen gedaan. In veel gevallen gaat het daarbij om evenredigheden. Metingen zijn behept met fouten dus de data zijn bijna nooit zo mooi als we bij de wiskundelessen vaak denken.

De drie ingrediënten, evenredigheid, grootheden en werken met onnauwkeurige getallen, missen in het huidige wiskundecurriculum. Voor 4 vwo zijn daarom twee leerstofpakketjes ontwikkeld: 'Verbanden onderzoeken' voor natuurkunde en 'Evenredigheden & Machten' voor wiskunde. De natuurkundige en wiskundige benadering zijn daarbij op elkaar afgestemd, in de hoop dat leerlingen leren zien dat de twee vakken elkaar nodig hebben en kunnen versterken. In de workshop zullen een paar natuurkundeproeven worden gedaan en gaan we op zoek naar verbanden. Neem vooral een grafische rekenmachine mee!



De vliegsnelheid met minimale inspanning (km/h) van een groot aantal vogels is uitgezet tegen de spanbelasting (g/cm^2): de massa gedeeld door het kwadraat van de vleugelspanwijdte. Deze vliegsnelheid blijkt evenredig te zijn met de spanbelasting tot de macht 0,5. (Bron: DE MAAT VAN HET LEVEN, NATUUR & TECHNIEK)

The laws of the universe inside us: the human body, the measure of all things

Leonarda Fucili en dr. Rupert Genseberger

Mordini comprehensive school, Rome, Italië

vrijdag 15.30-17.00 uur (90 minuten, werkgroep in het Engels)

The workshop will be about how, starting with measurements of their body, students can use mathematics in order to discover general laws in nature, to acquire a scientific method and to understand the meaning of laws in Science and Mathematics. It was developed in a course of 'Scuola Media', from grades 6 to 8, with students of all abilities, in the age of 11–14 when they are becoming aware how fast their body is growing and

changing. In the course students measure lengths and surfaces, build models to estimate their volumes, understand the relationship between volume and weight, draw diagrams, look for relations between their results, and discover that also in other aspects of nature similar regularities can be found, in art as well.

So students become aware of the power of mathematics for discovering regularities and laws and become ready to understand the words of Galilei: 'Nature is an open book, readable for those who know the language of mathematics'.

In the workshop, participants will be involved actively and didactical materials will be shown.



Wakker worden met wiskunde op het JCU

Rob Wiedemeijer, docent wiskunde JCU; Werkplaats Kindergemeenschap, Bilthoven
Aad Goddijn, Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht
zaterdag 9.15-10.00 uur

Het Junior College Utrecht (JCU) is een minischooltje: één vwo-5 klas van 24 leerlingen die slechts twee dagen in de week bestaat, dinsdag en woensdag. De andere dagen zijn de leerlingen op hun 'eigen' school. De speciaal op exacte belangstelling en motivatie geselecteerde leerlingen van scholen in de omgeving van Utrecht doen hun exacte vakken samen, op het terrein van het University College Utrecht. Alle vier de vakken, dus Wi én de volle BiNaSk of je nu N&G of N&T doet. Voor sommige leerlingen is de slaapverwekkende traagheid van het voorgaande onderwijs de motivatie aan de JCU-bel te trekken. Ze begrijpen best wel waarom dat zo moest zijn, maar toch ... Het oorspronkelijke plan was de hele 5-6 vwo stof op pittig niveau in 1 jaar te doen en daarna met veel inbreng vanuit de Universiteit Utrecht een rijk beeld te geven van de exacte vakken. Compacten en verrijken heet dat in hoogbegaafd jargon, al kan die term ook wel anders ingevuld worden.

De leerlingen pakken het echter anders aan. Ze houden het tempo graag wat lager; door regelmatig vragen te stellen naar aanleiding van de stof – de gewone! – waar je makkelijk drie weken onderwijs aan kunt besteden. Zo volgt op een korte herhaling rond de vierkantsvergelijking de vraag of er naast de abc-formule ook een abcd-formule is en zo verder voor hogere graden dan 2. Ja, maar dat ‘en verder’ is helaas beperkt tot 4e-gradsvergelijkingen, zeggen we. We vertellen er iets bij over de jeugdige Galois en Abel. Teleurstellend is dat wij die formules niet uit het hoofd kennen. Meer vragen volgen: Hoe doet de grafische rekenmachine dat dan met zijn intersect-knop? En die HBO-jongen uit Eindhoven, die kon volgens het NOS-journaal toch wél alle vergelijkingen oplossen? (Het ging om de affaire Geert-Jan Uytendewilligen; zie het archief van www.kennislink.nl en ook de lezing op deze NWD door Jan van Neerven.) Een mooie aanleiding om het onderscheid tussen ‘exact’ en ‘benaderd’ nog eens toe te lichten, want dat was de eigenlijke achtergrond bij deze publicitaire stunt.

We zijn nog volop in de fase van bijstellen van plannen om het onderwijs voor deze groep inderdaad zo uitdagend te maken en te houden als de ruime voorpubliciteit rond het JCU beloofde, én het voor leerlingen en docenten leef- en werkbaar te houden.

In deze werkgroep vertellen we wat meer over onze ervaringen tot nu toe, leggen we u een aantal vragen van de leerlingen voor en we presenteren reacties van leerlingen op ónze vragen in de cyclus ‘Probleem van de Week’. We laten u enerzijds delen in onze zorgen, maar tonen anderzijds zeker het plezier dat we er in hebben om met zo’n topgroepje lange tijd te kunnen werken onder deze bijzondere omstandigheden.



Hoe te werk te gaan bij vakkenintegratie?

Willem Klopman en Jaap van der Wielen
Katholiek Drents College, Emmen
zaterdag 9.15-10.00 uur

De leerlingen van de afdeling Techniek Breed van het vmbo op het KDC in Emmen bouwen een luidsprekerbox. Eén van de vragen die daarbij gesteld wordt, luidt: ‘Welke wiskunde hoort bij deze opdracht?’

Vanuit deze praktijkopdracht wordt gekeken welke wiskunde er in wordt toegepast en hoe wiskundige activiteiten in de praktijkopdracht kunnen worden geïntegreerd. De wiskunde B- en de praktijkdocent stemmen dit samen af. Hierbij wordt gebruik gemaakt van verschillende wiskunde methoden.

Deze opdracht moet geschikt zijn voor leerlingen uit de basisberoepsgerichte leerweg en voor leerlingen uit de kaderberoepsgerichte leerweg.

Wiskunde in scenario 4: integreren of differentiëren?

Tom Goris (UniC, Utrecht), en anderen
zaterdag 10.30-11.15 uur

Slash 21, Quest, UniC, Amadeus, Vathorst, de Nieuwste School: allemaal scholen die in meer of mindere mate het nieuwe leren, het natuurlijk leren, het thematisch leren omarmd hebben. De grootste gemeenschappelijke deler in het didactisch concept van deze scholen is het aanbod van geïntegreerde vakken in leerstofgebieden. Voor veel vakken kunnen we ons waarschijnlijk heel goed voorstellen dat die vakintegratie heel goed mogelijk is. Maar hoe zit dat met wiskunde? Kunnen alle onderwerpen wel ondergebracht worden in een thematische aanpak? En technische vaardigheden, is daar nog plaats voor? Maakt het verschil of je het nieuwe leren toepast op vmbo, havo of vwo? En voor die laatste twee: kan of moet het dan ook in de tweede fase? Zijn het de zwevers die zeggen dat het allemaal moet kunnen of juist de doemdenkers die zeggen dat we ons vak kwijt raken?

Kortom, deze nieuwe ontwikkelingen in het onderwijs roepen veel vragen op. Vragen die wellicht beantwoord gaan worden door drie medewerkers van respectievelijk Slash 21, Quest en UniC. Zij geven eerst een schets van de positie van het vak wiskunde op hun school. Vervolgens wordt er een forumdiscussie gehouden aan de hand van gepeperde stellingen die we van u vooraf willen ontvangen op nwd@fi.uu.nl

Overige werkgroepen en lezingen

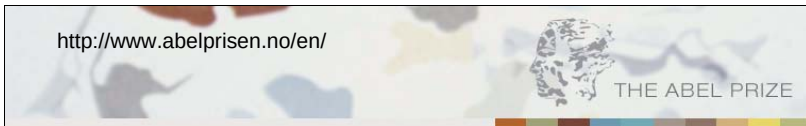
De indexstelling van Atiyah en Singer

Prof.dr. Klaas Landsman

IMAPP, Radboud Universiteit, Nijmegen

vrijdag 14.00-15.00 uur (60 minuten)

Deze werkgroep geeft een inleiding in de indexstelling van Atiyah en Singer, uitgaande van elementaire kennis van lineaire algebra en analyse. De aanleiding voor dit onderwerp is, afgezien van de grote schoonheid ervan, de toekenning van de Abelprijs voor 2004 aan Atiyah en Singer.



De wiskundige context van de indexstelling is als volgt. Bij klassieke analyse kijkt men in het algemeen naar één enkele functie, die dan wordt gedifferentieerd of geïntegreerd. Dit soort analyse ontstond in de tweede helft van de 17de eeuw, en werd door Newton en Leibniz mede ontwikkeld met het oog op de wiskundige beschrijving van de klassieke mechanica, die in hetzelfde tijdvak ontstond. Later, in de 19de eeuw, werd hier het begrip convergentie van een rij functies aan toegevoegd. Dit begrip is in feite al een brug naar de moderne of abstracte analyse, maar in de klassieke aanpak ging het niettemin ook in dat geval om die ene limietfunctie.

De essentie van de abstracte analyse is dat men een zeer grote hoeveelheid functies op een gegeven verzameling tegelijk bekijkt, en dergelijke functies beschouwt als punten in een bepaalde oneindig-dimensionale ruimte. Dit perspectief werd in de periode 1900–1930 ontwikkeld, met name door Hilbert, Banach, en Von Neumann. De laatste werd daarbij in hoge mate geïnspireerd door de in 1925–1926 door Heisenberg en Schrödinger ontwikkelde kwantummechanica. Dit leidde hem tot de definitie van zogenaamde Hilbert-ruimten, die in de indexstelling van Atiyah en Singer een centrale rol spelen.

Het is de bedoeling om uit te leggen waar de indexstelling over gaat. Aan de stelling zelf komen we helaas niet toe, omdat die gebruik maakt van onderwerpen als functionaalanalyse, topologie, en differentiaalmeetkunde. Toen een journalist Singer vroeg of hij de stelling aan krantenlezers uit kon leggen antwoordde hij kortaf ‘No, I can’t!’ Niettemin zullen we een heel eind komen.

Inzien en Bewijzen

Presentatie naar aanleiding van het binnenkort te verschijnen gelijknamige boek bij Amsterdam University Press.

Prof.dr. Jan van Eijck, CWI, Amsterdam

Prof.dr. Albert Visser, Filosofisch Instituut, Universiteit Utrecht

vrijdag 14.00-14.45 uur

De bedoeling van het boek is het inzicht in het belang van bewijzen bij leerlingen te stimuleren. Wij hopen ook docenten te overtuigen van het belang van hernieuwde aandacht voor vaardigheid in bewijsvoering. Tijdens onze presentatie zullen we in interactie met het publiek een aantal voorbeelden de revue laten passeren van de manier waarop doorgronden van bewijzen kan leiden tot dieper inzicht.

Uit de flaptekst van ons boek:

‘De notie ‘bewijs’ vormt het hart van de exacte wetenschappen. De ontdekking van de methode om een onderwerp te presenteren in termen van axioma’s, definities en bewijzen is een van de grote uitvindingen van de mensheid. Het beroemdste voorbeeld van deze axiomatische methode is de systematische presentatie van meetkundige inzichten in de *Elementen* van Euclides, geschreven rond 300 voor Christus.

Om toegang te krijgen tot cultuurschatten zoals deze moet je vertrouwd raken met de gebruikte manier van presenteren.’

Formele bewijzen leren begrijpen en zelf opzetten vormde eeuwenlang de hoofdmoot van het wiskundeonderwijs. Vandaag de dag is dat niet meer zo, omdat ‘inzicht verwerven’ belangrijker wordt geacht dan vaardigheid krijgen in het bewijzen. Bewijs en inzicht zijn echter twee kanten van dezelfde medaille: door te proberen bewijzen te leveren of te doorgronden kom je tot inzicht, en om verworven inzichten over te dragen op anderen zijn bewijzen nodig.

Van Superformule naar de vormen van de dingen van morgen

Ir. Johan Gielis

Plantengenetica, Radboud Universiteit, Nijmegen

vrijdag 14.00-14.45 uur

De Superformule is een veralgemenisering van de vergelijking voor cirkel en ellips, en van de Euclidische afstandsmaat. De naam is gebaseerd op supercirkels en superellipsen. Met de formule kunnen punten op een éénheidscirkel tussen nul en oneindig worden getransformeerd, maar behoudt de figuur haar initiële symmetrie. Met de Superformule kunnen op een eenvoudige manier (zowel conceptueel als wiskundig gespro-

ken) talrijke natuurlijke vormen zoals bloemen, zeesterren en schelpen, en abstracte meetkundige vormen worden beschreven, zowel in 2-D als 3-D.



In deze werkgroep wordt getoond hoe dit onze ideeën over vormen en symmetrie kan beïnvloeden en er worden diverse wetenschappelijke toepassingen besproken. Zo is deze formule een uitstekend wetenschappelijk model voor de studie van bloemen en kristallen, maar ondertussen is er ook al een link aangetoond naar ruimte-tijd zelf.

Daarnaast zal uitgebreid worden ingegaan op toepassingen in computergraphics in de grafische kunsten, voor ontwerpers en kunstenaars.

De Superformule opent een compleet nieuw universum van vormen en patronen.

Er zal ook bijkomende informatie en software beschikbaar zijn voor de aanwezigen.

Übungensammlung revisited

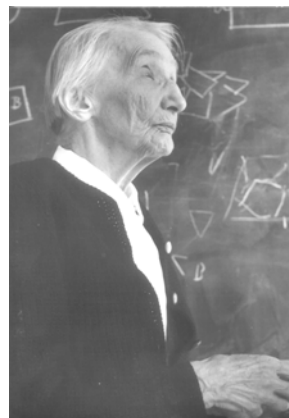
Dr. Ed de Moor, Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

Dr. Sieb Kemme, ThiemeMeulenhoff, Zutphen

vrijdag 15.30-17.00 uur (90 minuten)

Zoveel als er over Tatiana Ehrenfest-Afanassjewa (1876-1964) geschreven is, zo weinig is bekend van haar eigen praktisch-didactische werk. Het meest geciteerd is haar *Übungensammlung zu einer geometrischen Propädeuse* uit 1931, een verzameling ideeën voor een intuïtief meetkundeprogramma, dat aan het meer systematisch en later axiomatisch meetkundeonderwijs vooraf zou moeten gaan. Directe invloed heeft dit werkje in de jaren voor WO-II nooit gehad, maar later is er door didactici als de Van Hieles, Van Albada, Bruno Ernst en vooral door Freudenthal naar verwezen en ook gebruik van gemaakt. De Moor heeft er in zijn dissertatie op gewezen dat er ook een sterke invloed van dit boekje is uitgegaan naar het meetkundewerk van het IOWO van de jaren zeventig, zowel voor het basisonderwijs als de onderbouw van het voortgezet onderwijs.

Een Nederlandse vertaling van deze verzameling opgaven is in 1960 verschenen in de *Didactische Opstellen Wiskunde* (Thieme) van Tatiana Ehrenfest. Ook dit werk heeft weinig bekendheid gekregen. Sieb Kemme en Ed de Moor werken al enige jaren aan een nieuwe vertaling van de *Übungensammlung*. Voor het eerst worden nu alle vraagstukken, stuk voor stuk, nauwkeurig geanalyseerd en geannoteerd. Verder wordt aan elke paragraaf van de opgavenverzameling een commentaar toegevoegd, waarin de kern van de didactische betekenis wordt beschreven en in historisch perspectief wordt geplaatst. Dit laatste betekent dat de auteurs een aantal van de principes van Tatiana Ehrenfest voor het huidige meetkundeonderwijs in een nieuw daglicht willen stellen.



Goochelen en Wiskunde

Peter Woerde

Praedinius Gymnasium, Groningen

vrijdag 15.30-17.00 uur (90 minuten)

Goochelaars gebruiken geregeld wiskunde bij de uitvoering van hun trucs. In deze workshop toont Peter Woerde, wiskundedocent en goochelaar, u enkele trucs waarin wiskunde een grote rol speelt (of lijkt te spelen). Daarna zullen een aantal trucs getoond en uitgelegd worden die te gebruiken zijn in de wiskundelessen als illustratiemateriaal voor verschillende onderwerpen. De deelnemers zullen deze trucs in groepjes oefenen en demonstreren aan de rest van de groep, waarbij er hopelijk veel ideeën naar voren komen hoe een dergelijke truc het best in een wiskundeles gepresenteerd kan worden.

Penningrekenen

Chris Standaert en Patrick Tijdtgat
KATHO-departement ReNo, Torhout, België
vrijdag 15.30-17.00 uur (90 minuten)

‘Die conste van te adderen, abstraheren, multipliceren ende divideren, voor personen die scryven noch leesen cunnen. Geheel onbruikbaar in de leringhe, maar uysterst merkwaardig ende intressant. Comt dat allen sien. We zeggen en scryven anno MMIV’

Wij garanderen u een verrassende kennismaking met een ambachtelijke rekenmethode die in onze contreien langer standhield, dan Simon Stevin lief was. Geschikt voor iedereen van 8 tot 88, van leerling tot professor. Een persoonlijke, ambachtelijke rekenmachine wordt ter beschikking gesteld.



Wachten voor een verkeerslicht duurt altijd veel te lang

Ir. Ad Wilson
Internationale Hogeschool NHTV, Breda
zaterdag 9.15-10.00 uur

De tijd die de weggebruiker dagelijks voor een verkeerslicht stil staat is gemiddeld gezien vele malen groter dan de tijd die hij in de file staat. Door het gebruik van betere ontwerpmethoden kan wat aan die lange wachttijden voor verkeerslichten worden gedaan en tijdens deze workshop wordt duidelijk dat wiskunde daarbij een belangrijk stuk gereedschap is.

Voor de berekening van bijvoorbeeld ontruimings-, cyclus- en groentijden van een verkeerslichtenregeling wordt gebruik gemaakt van eenvoudige wiskunde. Voor meer complexere zaken worden nogal dure simulatieprogramma's gebruikt, maar door toepassing van wiskundige modellen kunnen vaak veel sneller en goedkoper resultaten worden geboekt.

In deze werkgroep komt een selectie van het volgende aan bod:

- de berekening van de totale wachttijd voor een verkeerslicht;
- de berekening van de noodzakelijke lengte van een opstelvak voor afslaand verkeer (doorgaans op basis van de geaccepteerde kans dat het vak te kort is);
- het berekenen hoe de staart van de wachtrij voor een verkeerslicht dat groen is nog doorgroeit, teneinde te kunnen bepalen of uitritten of zijwegen worden geblokkeerd;
- de (eenvoudige) wiskunde waarmee aangetoond kan worden dat alleen onder zeer strikte voorwaarden een perfecte groene golf op een streng van geregelde kruispunten gerealiseerd kan worden;
- ‘Fuzzy logic’ als beslissingslogica in de verkeerslichtenregeling;
- eventueel andere onderwerpen uit de verkeerskunde, zoals verkeersstromentheorie en ‘pelotondiffussie’.



Sommen en Spiralen

Martin Kindt

Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

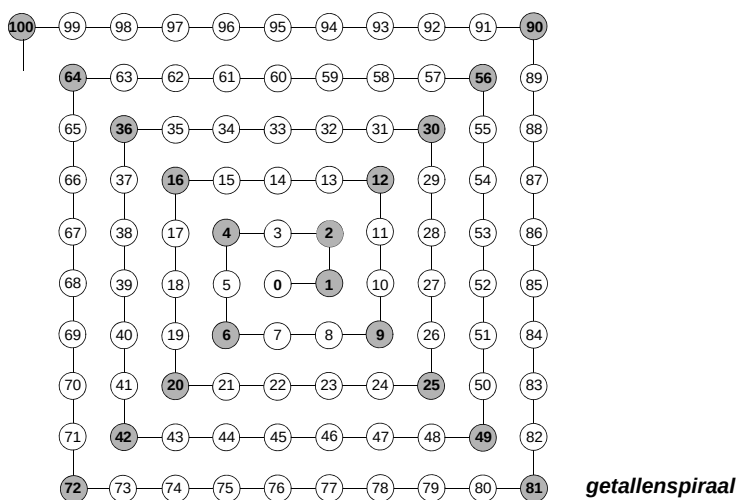
zaterdag 10.30-11.15 uur

Ooit wilde ik voor een leerlingentekst een getallenlijn maken waarop honderd natuurlijke getallen een zichtbare plaats kregen. Dat leidde bijna vanzelf tot het idee van de getallenspiraal. Na wat probeersels kwam ik tot een hoekige figuur en tot mijn verrassing bleken de hoekplaatsen te worden ingenomen door oude bekenden: kwadraten en rechthoeksgetallen. Het verklaren van dit verschijnsel leidt direct tot stukjes aardige wiskunde, vooral als dit samengaat met de voorstelling van getallen door stippenpatronen. Het idee van zulke patronen stamt uit de Pythagorese school en is zo’n zes eeuwen later (zeg 100 na Chr.) opgepakt en verdiept door Nicomachos.

Ergens halfweg de tijdlijn tussen Pythagoras en Nicomachos leefde Archimedes en die heeft zich bezig gehouden met een meer vloeiende spiraal, hij schreef er zelfs een boek over. Zijn berekening van de oppervlakte van een schelpvormig vlakdeel, begrensd door een stukje van zijn spiraal, was een absolute topprestatie in de oudheid. Archimedes baseerde zich daarbij op een paar interessante somformules.

Vorig jaar bedachten we op het Freudenthal Instituut dat het leuk zou zijn om een poster van de getallenspiraal te maken en daarbij een boekje met ideeën voor bijpassende

lessen te ontwerpen. Al doende ontdekte ik dat de spiraal nog een rijkere bron voor beginnersalgebra was dan ik destijds had onderkend. Je kunt er bijvoorbeeld allerlei kwadratische verbanden in vinden en het samenspel met de stippenpatronen voert naar klassieke formules van Nicomachos en Archimedes. In de werkgroep wil ik, mede aan de hand van de ontwikkelde poster, de deelnemers laten proeven van de mogelijkheden die getallenspiraal en stippenpatronen bieden voor ‘natuurlijk’ algebraonderwijs voor jong en oud.



Nulpunten van polynomen

Jan van Neerven

Faculteit EWI, TU Delft

zaterdag 10.30-11.15 uur

In het najaar van 2004 is het werk van Geert-Jan Uytendewilligen uitgebreid in het nieuws geweest. Kranten, radio, televisie en internetbronnen maakten melden van een ‘enorme wiskundige doorbraak’. Geert-Jan Uytendewilligen, student aan de Fontys Hogeschool Toegepaste Natuurwetenschappen in Eindhoven, zou een methode hebben gevonden om nulpunten te vinden van polynomen van willekeurige graad. Daarmee zou hij Galois – die alleen nulpunten van polynomen tot en met graad 5 kon vinden – ‘verbeterd’ hebben.

In deze workshop bespreken we de preprint van Uytendewilligen, en hoe zijn werk past in de context van de algebra en analyse als geheel.

Winnaars workshop

Negen docenten stuurden dit jaar een voorstel in om een werkgroep op de NWD te verzorgen. De jury koos er twee uit.

Spreekbeurten in de wiskundeles

Bart Zevenhek en leerlingen

Barlaeus gymnasium, Amsterdam

zaterdag 9.15-10.00 uur

Sinds enkele jaren experimenteer ik in mijn vwo wiskundelessen met spreekbeurten door leerlingen, met uiteraard een wiskundig onderwerp.

Spreekbeurten dagen leerlingen uit en motiveren hen op een heel andere manier met de wiskunde bezig te zijn dan het obligate sommen maken. Spreekbeurten vormen een welkome afwisseling en verdieping van de les. Anderszins zwakke leerlingen hebben een kans om ook eens te schitteren. Onderwerpen die in het gewone curriculum geen plaats hebben komen aan bod. Leerlingen doen ervaring op met zelf voor de klas staan en voor de docent is het prettig dat de rollen eens omgedraaid zijn. De docent kan er zelf trouwens veel van leren. In de hogere klassen zijn spreekbeurten zeer geschikt als praktische opdracht: in vergelijking met werkstukken nauwelijks fraudegevoelig en veel eenvoudiger te beoordelen.

Thema's die de afgelopen jaren bij de spreekbeurten aan de orde zijn geweest of waaromheen een project is ontstaan, zijn bijvoorbeeld:

- veelvlakken (bouw en vertel erover);
- vlakke meetkunde;
- wiskunderaadsels en rekentrucs;
- applets (leerlingen presenteren hun favoriete applet aan de klas en begeleiden vervolgens medeleerlingen in het werken ermee);
- Escher (powerpointpresentaties over zijn werk en wiskunde door A1 leerlingen, afgesloten met bezoek aan museum);
- geschiedenis van de wiskunde;
- Kangoeroeopgaven en wiskunde Olympiade;
- kunst en wiskunde (powerpointpresentatie).

In de workshop zal daadwerkelijk een spreekbeurt gegeven worden door mijn leerlingen. Daarna zal ingegaan worden op voor- en nadelen, onderwerpsuggesties, beoordeling, organisatie, valkuilen, onderhandhaving tijdens de spreekbeurten, enzovoort.

Combi-uren wiskunde-natuurkunde

Petra van Loon

Bisschoppelijk College Weert-Cranendonck, Weert

zaterdag 10.30-11.15 uur

Sinds het voorjaar van 2002 ben ik als docent wiskunde actief betrokken bij het bewerkstelligen van een betere afstemming tussen de vakken wis- en natuurkunde. Zo verzorg ik sinds het schooljaar 2003-2004 op mijn school, samen met de docent natuurkunde, combi-uren wiskunde-natuurkunde voor vwo 5 en vanaf dit schooljaar ook voor vwo 6. Deze uren worden gegeven aan leerlingen met het N&T profiel en zijn ontstaan doordat de vakken wiskunde B1,2 en natuurkunde 2 wekelijks één lesuur hebben ingeleverd. In de twee ontstane lessen, waarbij zowel mijn collega natuurkunde als ik aanwezig zijn, wordt aandacht besteed aan raakvlakken en verschillen tussen de twee vakken.

Het vinden van geschikte onderwerpen lijkt niet moeilijk, de praktijk is echter anders: veel onderwerpen (bijv. differentiaalvergelijkingen) kunnen namelijk niet behandeld worden omdat de leerlingen nog niet over de vereiste voorkennis beschikken. Een simpele gedachte is dan: breng de leerlingen deze voorkennis bij en het onderwerp kan dan wel aan bod komen tijdens de combi-uren. Dit bleek echter ook niet mogelijk te zijn, vanwege de samenhang van de verschillende onderwerpen in het curriculum van zowel het vak wiskunde als het vak natuurkunde.

In deze presentatie laat ik zien hoe onderwerpen opnieuw gerangschikt zijn en welk lesmateriaal er is ontwikkeld om samenhangend onderwijs mogelijk te maken. In het bijzonder zal ik ingaan op ervaringen met de combi-uren en de organisatie daarvan. Ook wordt er stilgestaan bij de toekomst van een initiatief als de combi-uren. Passen deze combi-uren bij de nieuwe ontwikkelingen rond de herziening van de tweede



fase in 2007? Zal het nieuw in te voeren bètavak een vak zijn zoals de combi-uren? De stof van de vakken onderling en het moment waarop deze stof wordt behandeld, moeten dan goed op elkaar afgestemd worden. Wordt hiermee geen rekening gehouden, dan wordt het moeilijk om voor dit bètavak geschikte onderwerpen op niveau te vinden.

Informatiemarkt

Op de informatiemarkt in de Rotonde, de zalen B2-B4 en in de gangen kunt u stands vinden van organisaties, instellingen en instituten die zich op een of andere wijze met wiskunde of wiskundeonderwijs bezighouden.

Er zijn stands van:

- Aarde-NU, Universiteit Utrecht
- Algemeen Pedagogisch Studiecentrum
- Antiek en Design Linnengoed
- Busy Brains, Le Clercq
- Daedalus Onderwijsproducties
- Datoma Electronics, Casio
- Educatieve Partners Nederland
- Epsilon Uitgaven
- Freudenthal Instituut
- Kennislink
- Lekopro
- Malmberg
- Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren
- NWO
- PMOT
- Productief
- Pythagoras
- Ratio
- Scheltema
- Texas Instruments
- ThiemeMeulenhoff
- Vierkant
- Visiria Uitgeversmij
- Wolters-Noordhoff

De openingstijden van de informatiemarkt zijn:

vrijdag 10.00 - 11.00 uur
 12.00 - 18.00 uur
 19.30 - 20.30 uur

zaterdag 8.30 - 11.45 uur

Overige activiteiten

De NWD is in belangrijke mate bedoeld als ontmoetingsplaats. De koffie-, thee- en lunchpauzes bieden u de gelegenheid van gedachten te wisselen met collega's. Maar, zoals u hieronder kunt lezen, er is meer te doen!

Avondprogramma

Na de lezing op vrijdagavond wacht u nog een daverend en gevarieerd avondprogramma; ontspanning en inspanning, spellen en spelen, dansen en drinken. In het Dali-restaurant treedt DJ Fons op (www.dj-fons.nl). Kom lekker swingen op muziek van vroeger en nu, en DJ Fons draait ook verzoeknummers.



In de foyer en in de zalen in de B-gang zijn er demonstraties van diverse spellen en kunt u ook zelf spelen. Een van de hoogtepunten is de schaaksimultaan door Hans Duistermaat (die eerder op de dag de plenaire lezing verzorgt). Hij zal tegen maximaal twintig NWD-ers spelen. Wilt u een van de tegenstanders zijn, meldt u dan op het secretariaat van de NWD.

Wim Berkelmans en Frank Jansen van de Nederlandse Go-bond (www.gobond.nl) verzorgen een Go-demonstratie. David Shaman en Jan de Graaf van de Othello-vereniging Nederland (www.othello.nl) geven een demonstratie van dit bijzondere bordspel. Busy Brains (www.denkspellen.nl), die ook een stand op de informatiemarkt van de NWD heeft, pakt uit en biedt NWD-ers de gelegenheid om de diverse spellen zelf te spelen en uit te proberen. Jan Grashuis van Arabesk (www.arabesk.nl) brengt een aantal luxe puzzels mee die u zelf kunt oplossen.

Natuurlijk kunt u alle spellen en puzzels ook zelf doen. Tenslotte ligt er gedurende de hele NWD een labyrint van tapijttegels uitgestald waar u vrijdagavond ook eens op uw gemak doorheen kunt lopen.

We wensen u veel plezier!

Funrun

Een vast onderdeel van de Nationale Wiskunde Dagen is de funrun op zaterdagochtend. We lopen weer het bekende rondje van precies 6 km. Deelname is gratis en als beloning ligt er een prachtig T-shirt voor u bij de finish te wachten. Voor de snelste dame en de snelste heer is er een echte (wissel)beker.

De snelste tijd in 2004 was 21:45 gelopen door Jos Tolboom. Anneleen Post liep met 29:13 de snelste tijd bij de vrouwen.

De start van de funrun 2005 is stipt om 7.00 uur in de morgen, voor de ingang van NH Leeuwenhorst. Om 6.30 uur staat er koffie en thee klaar in de lobby.

Er is geen tijdslimiet, maar u wordt vriendelijk verzocht vóór de eerste lezingen terug te zijn. Wandelen mag trouwens ook, maar dan adviseren we u het halve rondje van 3 km te doen en wat eerder te vertrekken. U kunt de funrun ook skeeleren.



Nationale Wiskunde Dagen 2006

De twaalfde Nationale Wiskunde Dagen zijn gepland op *vrijdag 3 en zaterdag 4 februari 2006*. Bij het organiseren van deze twaalfde NWD hopen we gebruik te kunnen maken van uw opmerkingen en suggesties naar aanleiding van de NWD van dit jaar. U ontvangt daartoe ter plekke een *evaluatieformulier*.

Wij hopen dat u uw opmerkingen gedurende de twee dagen wilt noteren en het formulier aan het eind wilt deponeren in de blauwe bakken. Wij stellen uw mening zeer op prijs!

Programmacommissie

J.M. Aarts	J. van Lint
H. Broer	J.A. van Maanen
Mw. J. Daemen	J.B.M. Melissen
S.J. Doorman	S.W. Rienstra
S. Garst	M. Roelens
J.B. van de Groep	D. Siersma
J. Hop	J.J. Tuininga
Mw. M. Kool	Mw. L. Wesker
J. de Lange	

Uitvoerend comité

Mieke Abels	Henk v.d. Kooij
Peter Boon	Jan de Lange
Michiel Doorman	Sonia Palha
Paul Drijvers	Martin v. Reeuwijk
Sylvia Eerhart	Liesbeth Walther
Tom Goris	Chris Zaal
Ank v.d. Heiden	

Nationale Wiskunde Dagen
Freudenthal Instituut
Postbus 9432, 3506 GK Utrecht
tel. 030-263 55 54, fax 030-266 04 30
email: nwd@fi.uu.nl, website: www.fi.uu.nl/nwd

De Nationale Wiskunde Dagen worden georganiseerd door het Freudenthal Instituut (Universiteit Utrecht) onder auspiciën van de Nederlandse Onderwijs Commissie voor Wiskunde van het Wiskundig Genootschap en de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren, in samenwerking met het Interfacultair Instituut voor Lerarenopleiding, Onderwijsontwikkeling en Studievaardigheden (IVLOS) van de Universiteit Utrecht.



NH Leeuwenhorst
Langelaan 3
2211 XT Noordwijkerhout
telefoon: 0252-37 88 88



De elfde NWD wordt mede mogelijk gemaakt door bijdragen van NH Leeuwenhorst Hotel en van Texas Instruments.