

Wiskundig door de bocht met een Tangle



De 18 schakels ('elleboogjes') van de Tangle kunt u naar believen koppelen en ontkoppelen. De Tangle is een Amerikaans speeltje dat bijvoorbeeld afklickende rokers iets om handen geeft, maar het kan ook leuke wiskundige activiteiten uitlokken. Een paar voorbeelden willen we u niet onthouden. We bekijken daarbij vlakke en ruimtelijke circuits.

Idee 1 Vlakke circuits

De elleboogjes van de Tangle zijn op de aansluitpunten draaibaar ten opzichte van elkaar. Met bepaalde aantallen elleboogjes kunnen vlakke circuits (wiskundiger geformuleerd: gesloten, vlakke krommen zonder 'zelfdoorsnijdingen') worden gevormd.

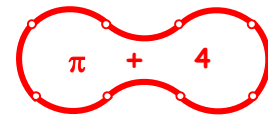
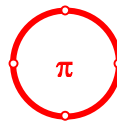
- ◆ Waarom is dat alleen mogelijk als het aantal gebruikte elleboogjes een viervoud is?

Idee 2 Omsloten oppervlakte

Wiskundig gezien (dus zie af van de dikte van het materiaal), zijn de elleboogjes kwartcirkels die met een gemeenschappelijke raaklijn op elkaar aansluiten.

De straal van een boogje nemen we gewoon 1.

De omsloten oppervlakte van een 4-circuit is dan π en van een 8-circuit is dat $\pi+4$ (zie figuur hiernaast).



- ◆ Zoek uit welke vormen mogelijk zijn voor vlakke n -circuits ($n = 4, 8, 12, 16, \dots$) en welke mogelijke expressies er zijn voor de bijbehorende oppervlakte. Bijvoorbeeld: wat zijn, bij gegeven n , de minimale - en de maximale oppervlakte en welke waarden daar tussenin zijn ook mogelijk?

Het is jammer om de Tangle alleen maar als plat object te zien. Geef hem de ruimte en u merkt dat boeiende, maar tegelijkertijd complexe, problemen zich aan u opdringen.

Idee 3 Ruimtelijke 6-circuits

Met 6 elleboogjes kunnen twee wezenlijk verschillende ruimtelijke circuits gemaakt worden. De ene is star en de andere is flexibel (dwz. zonder krachttoeren vervormbaar).

- ◆ Hoe is dat te verklaren?

(Moeilijk, behalve als u een geniale meetkundige inval volgt! Benieuwd? Leg contact met Aad Goddijn: aad@fi.uu.nl)

Idee 4 Ruimtelijke n -circuits

Ruimtelijke n -circuits zijn mogelijk voor alle (dus ook oneven) $n \geq 6$.

- ◆ Kunt u dat hard maken?
- ◆ En waarom lukt het niet bij $n = 5$?

Nieuwsgierig naar meer wiskundige activiteiten bij de Tangle (met name voor leerlingen van 5/6 vwo als Praktische Opdracht)?

Kijk dan eens op www.fi.uu.nl/wisbdag naar de Wiskunde B-dag opgave van 2003

NB. In Nederland is de Tangle heel moeilijk verkrijgbaar. In de FI-stand zijn ze te koop

