
Rekenen aan de klap

Aart Spek, Jurrien Bijhold, Andre Hoogstrate
Nederlands Forensisch Instituut

a.spek@nfi.minjus.nl

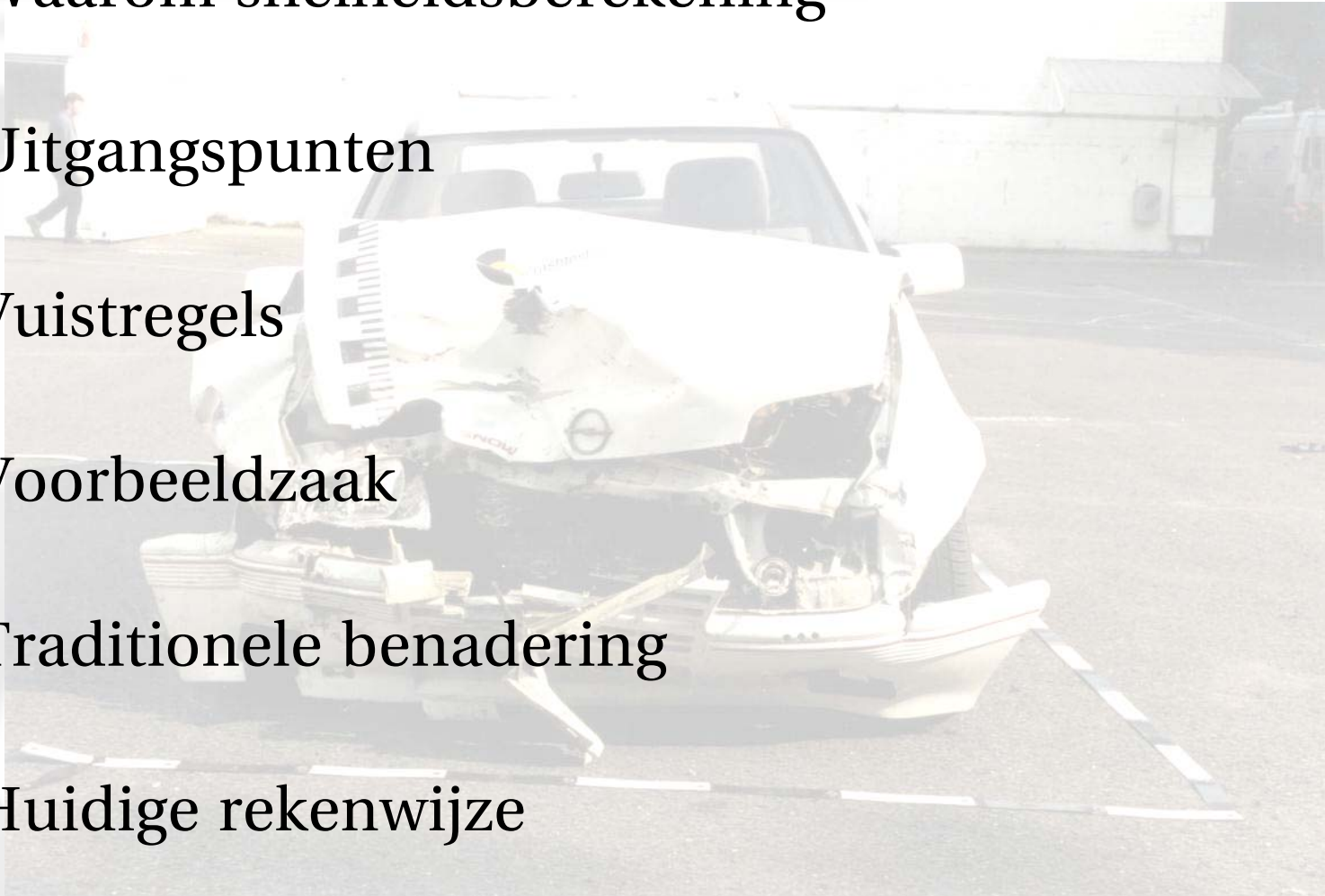


Justitie

Nederlands Forensisch Instituut

Rekenen aan de klap

- Waarom snelheidsberekening
- Uitgangspunten
- Vuistregels
- Voorbeeldzaak
- Traditionele benadering
- Huidige rekenwijze



Rekenen aan de klap

- **Waarom snelheidsberekening**
- **Uitgangspunten**
- **Vuistregels**
- **Voorbeeldzaak**
- **Traditionele benadering**
- **Huidige rekenwijze**

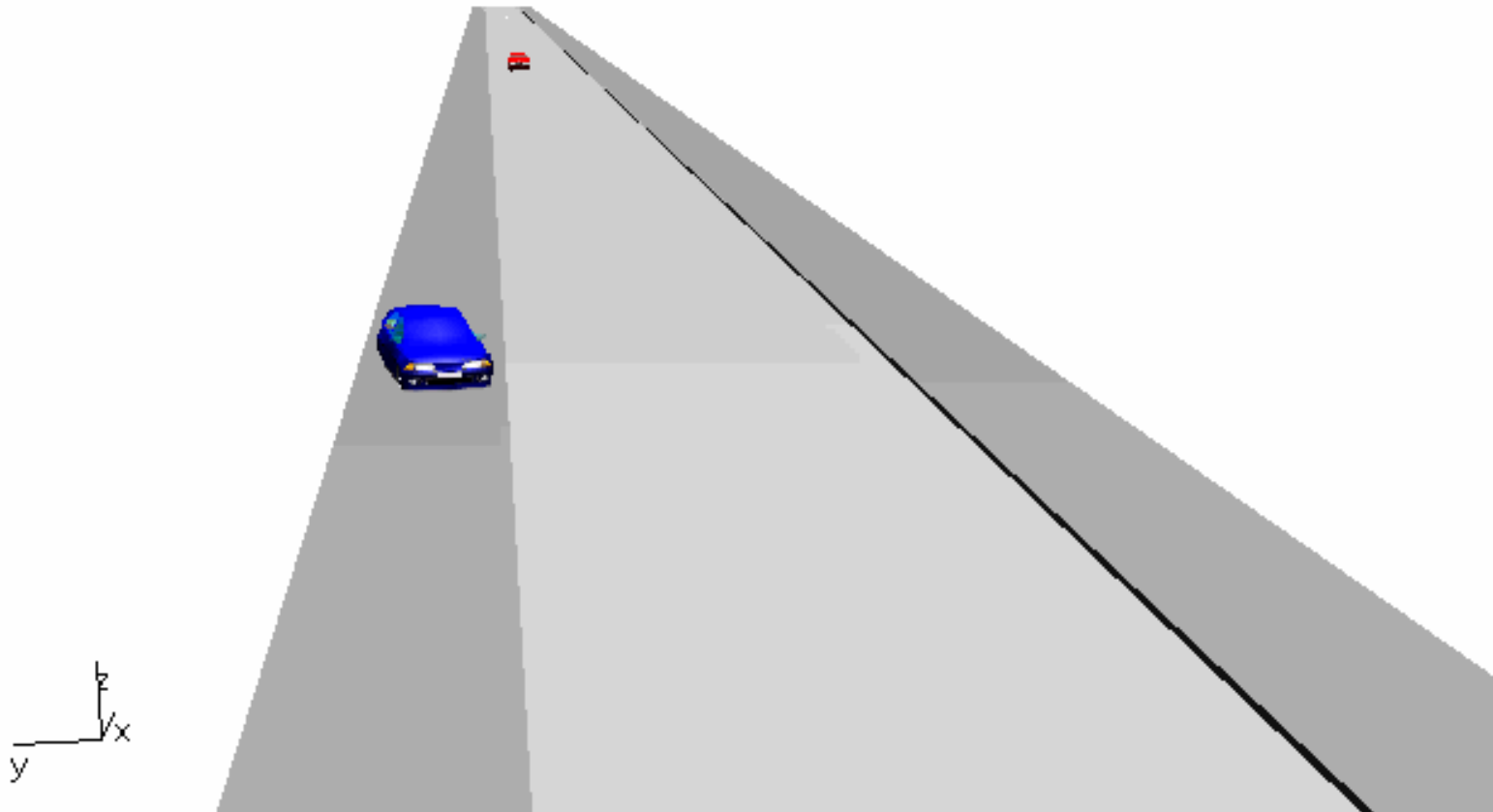


Reden snelheidsberekening



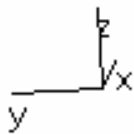
Reden snelheidsberekening

$t=0.00$ s
 $v_1=99.0$ [km/h]
 $v_2=0.0$ [km/h]



Reden snelheidsberekening

$t=0.00$ s
 $v_1=60.0$ [km/h]
 $v_2=0.0$ [km/h]



Rekenen aan de klap

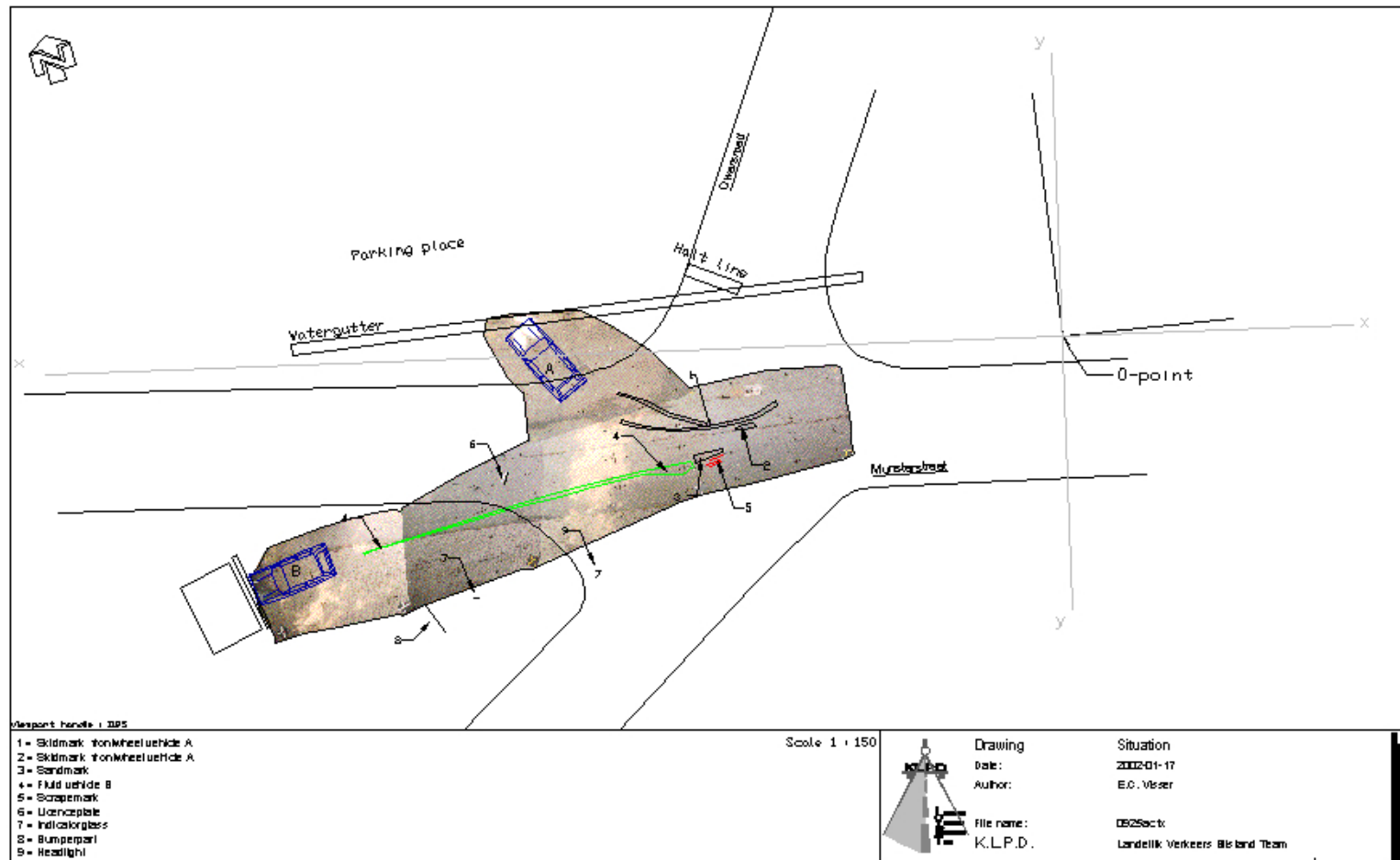
- Waarom snelheidsberekening
- **Uitgangspunten**
- Vuistregels
- Voorbeeldzaak
- Traditionele benadering
- Huidige rekenwijze



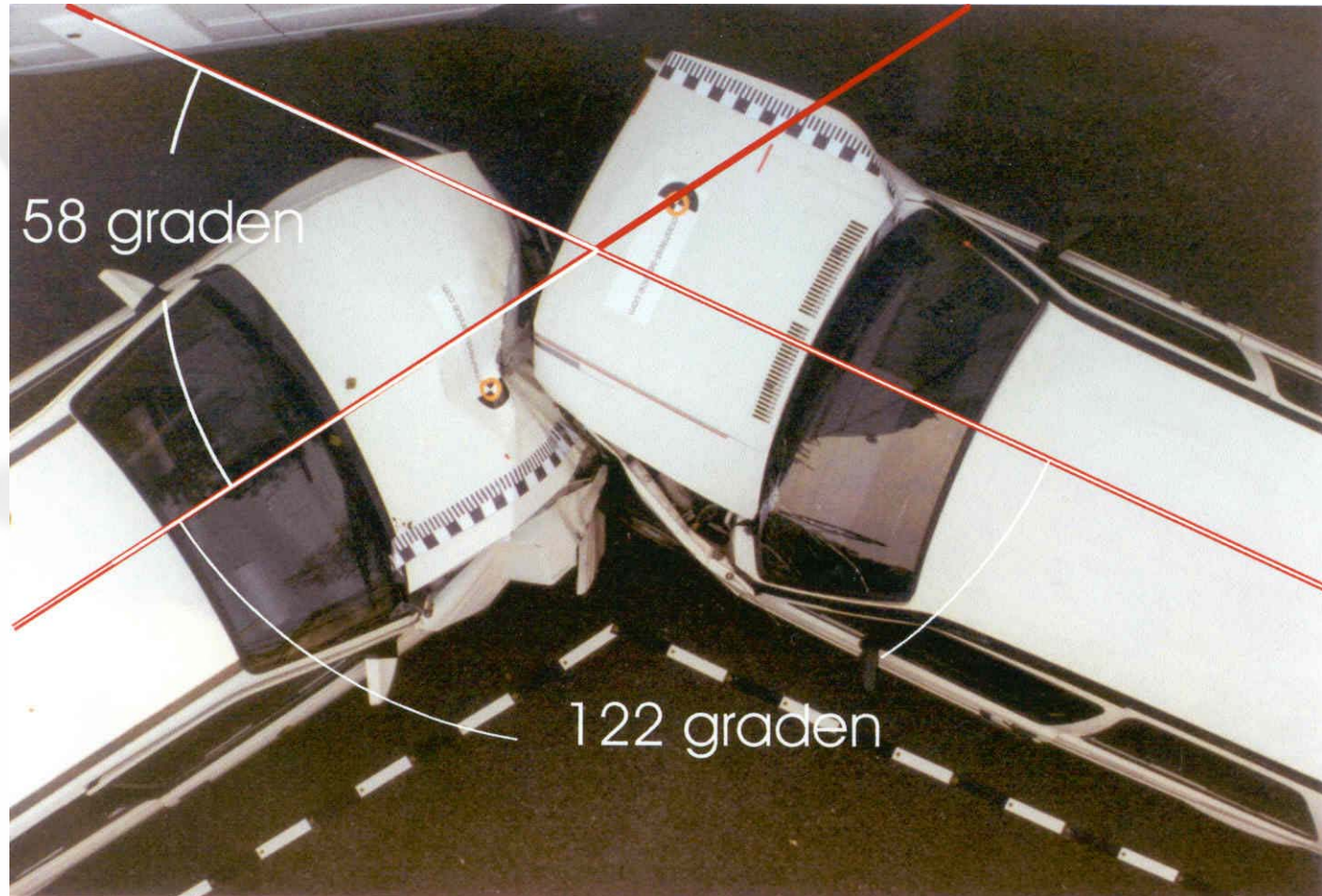
Uitgangspunten

- Metingen
 - Stilstandposities, -orientaties
 - Remafstand, remvertraging
 - Bewegingsverloop / wijze
- Kennis
 - “Blokkeervertraging op droog DAB tussen 6 en 9 m/s²”
- Inschatting/vergelijking
 - “Totale deformatie energie tussen 50 kJ en 150 kJ”
- Aannamen v/d aanvrager
 - “Voertuig 1 stond aanvankelijk stil”

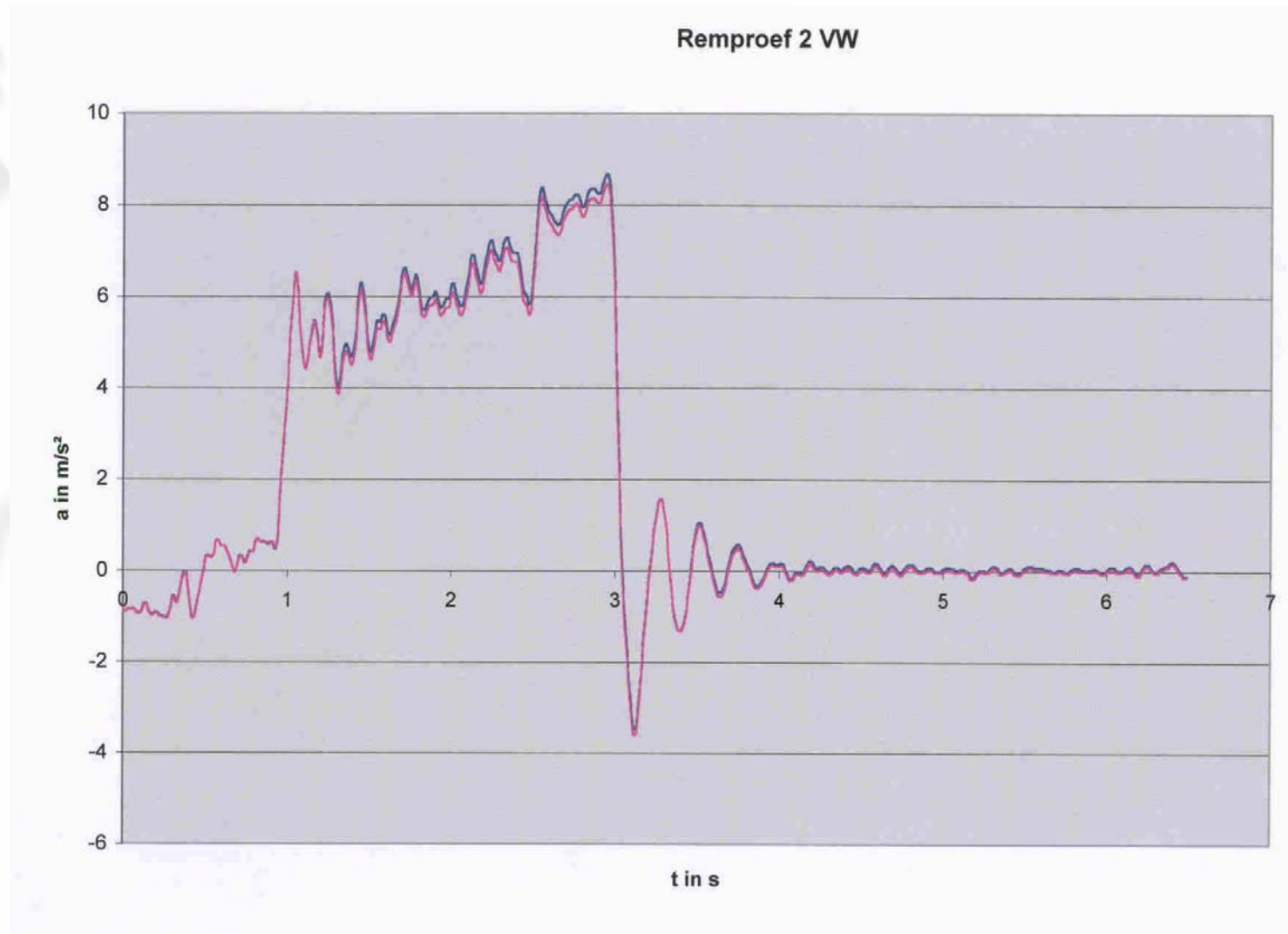
Situatietekening



Schadeinpassing



Remproef



Mechanica

- Traagheid (Newton/Euler)

- Behoudswetten

- Impuls:
$$\sum_{i=vtgn} m \cdot \vec{v}_{\text{voor botsing}} = \sum_{i=vtgn} m \cdot \vec{v}_{\text{na botsing}}$$

- Energie
$$\sum_{i=vtgn} m \cdot v^2_{\text{voor botsing}} = \sum_{i=vtgn} (2E_{\text{deformatie}} + m \cdot v^2_{\text{na botsing}})$$

- Draaiimpuls

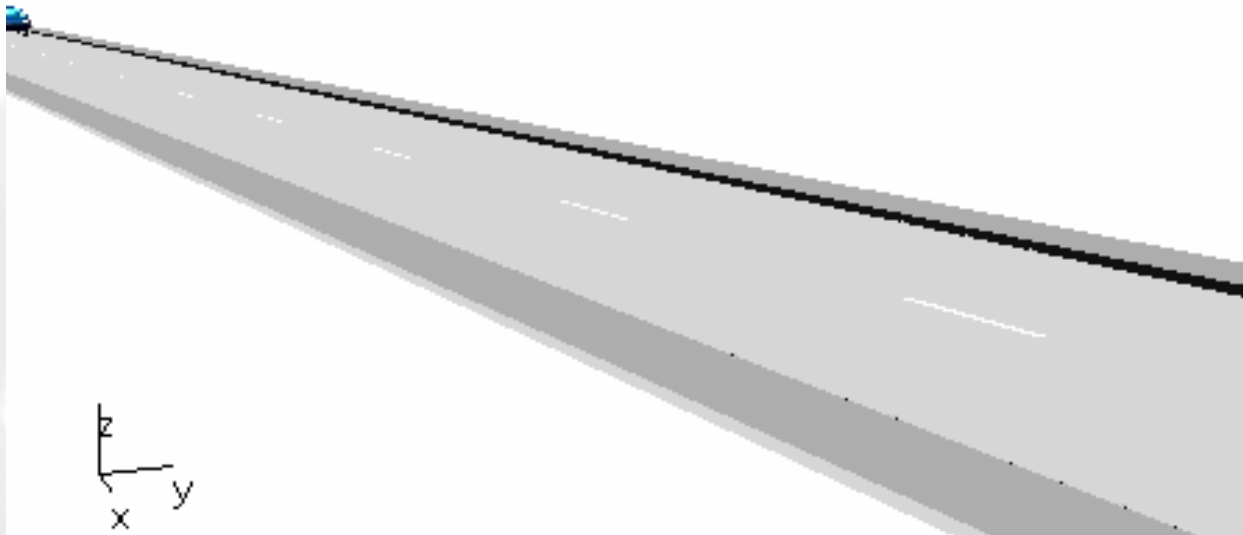
Rekenen aan de klap

- Vermijdbaarheid
- Uitgangspunten
- **Vuistregels**
- Voorbeeldzaak
- Traditionele benadering
- Huidige rekenwijze

Vuistregels

Remsporen: $v = \sqrt{2as}$

t=0.00 s
v1=80.0 [km/h]



Vuistregels

Remsporen: $v = \sqrt{2as}$

Remsporen met restsnelheid: $v_0 = \sqrt{2as + v_1^2}$

Vuistregels



Vuistregels

Remsporen: $v = \sqrt{2as}$

Remsporen met restsnelheid: $v_0 = \sqrt{2as + v_1^2}$

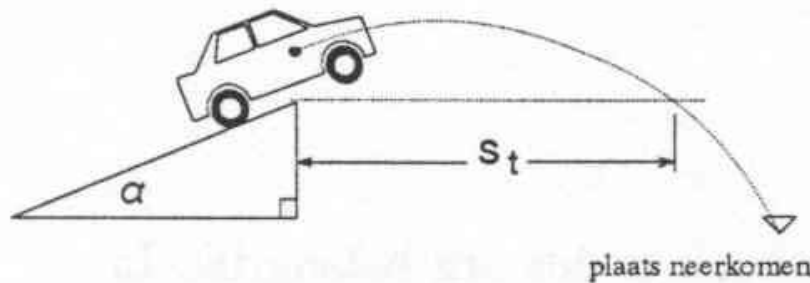
Driftsporen: $v = \sqrt{aR}$

Vuistregels

Remsporen: $v = \sqrt{2as}$

Remsporen met restsnelheid: $v_0 = \sqrt{2as + v_1^2}$

Driftsporen: $v = \sqrt{aR}$



$$v = \sqrt{\frac{S_t g}{\sin \alpha}}$$

Vuistregels

GEMIDDELDE VERVORMINGSDIEPTE (UPEX)

Vervormingsdiepte frontaal, volledige of partiële breedte, afhankelijk van impactsnelheid. (Opgeslorpte energie geeft enkel het snelheidsverschil (Δv) weer, tenzij de eindstand gelijk is aan de impactstand)

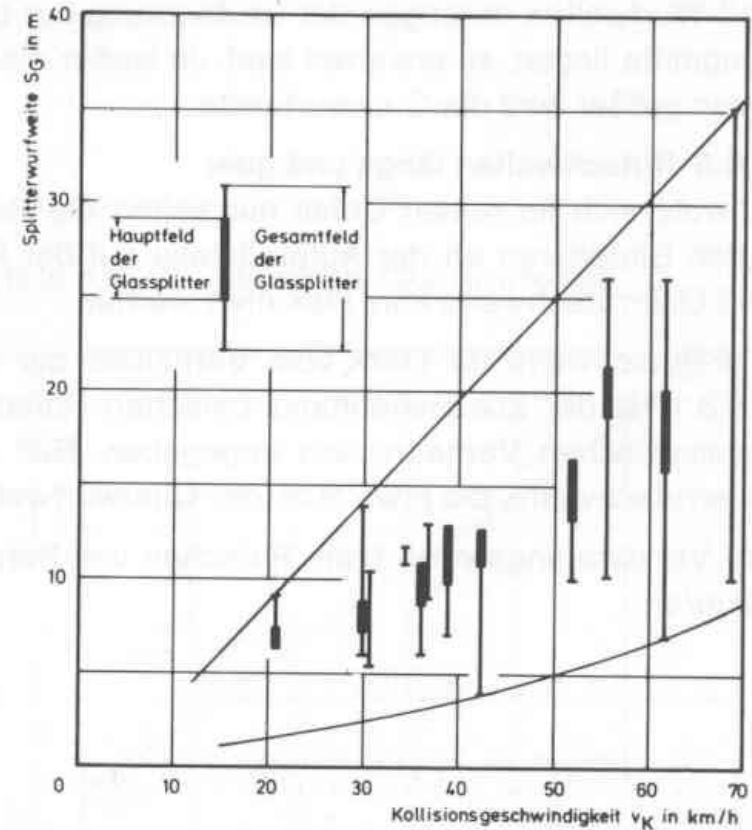
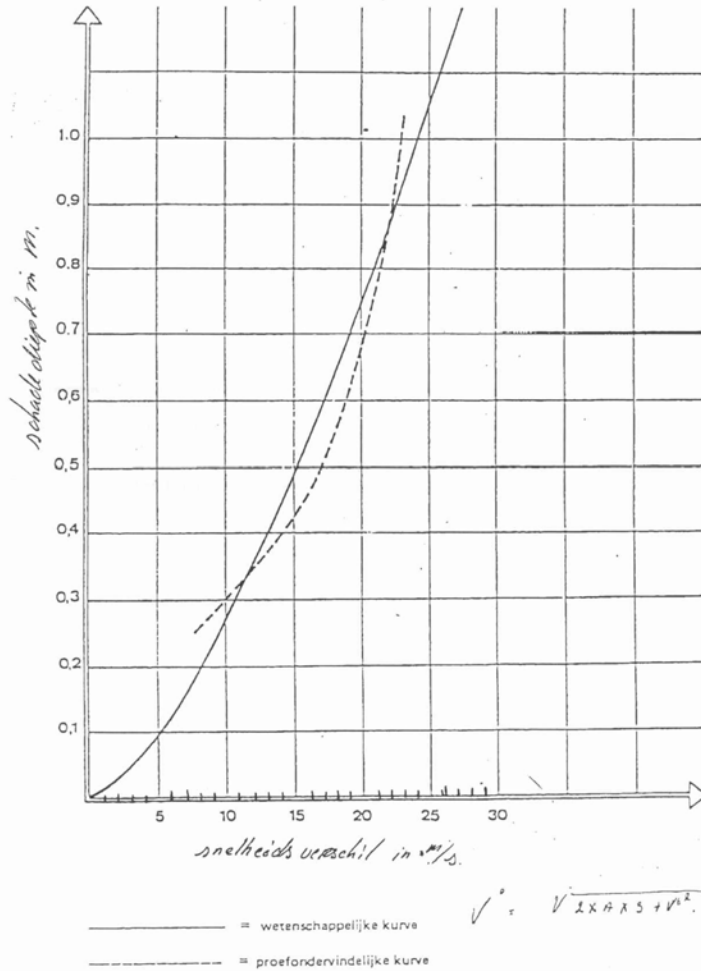


Bild 4.6.4.2 Scheinwerfersplitterwurfweite nach Kühnel [1]

Rekenen aan de klap

- Vermijdbaarheid
- Uitgangspunten
- Vuistregels
- Voorbeeldzaak
- Traditionele benadering
- Huidige rekenwijze



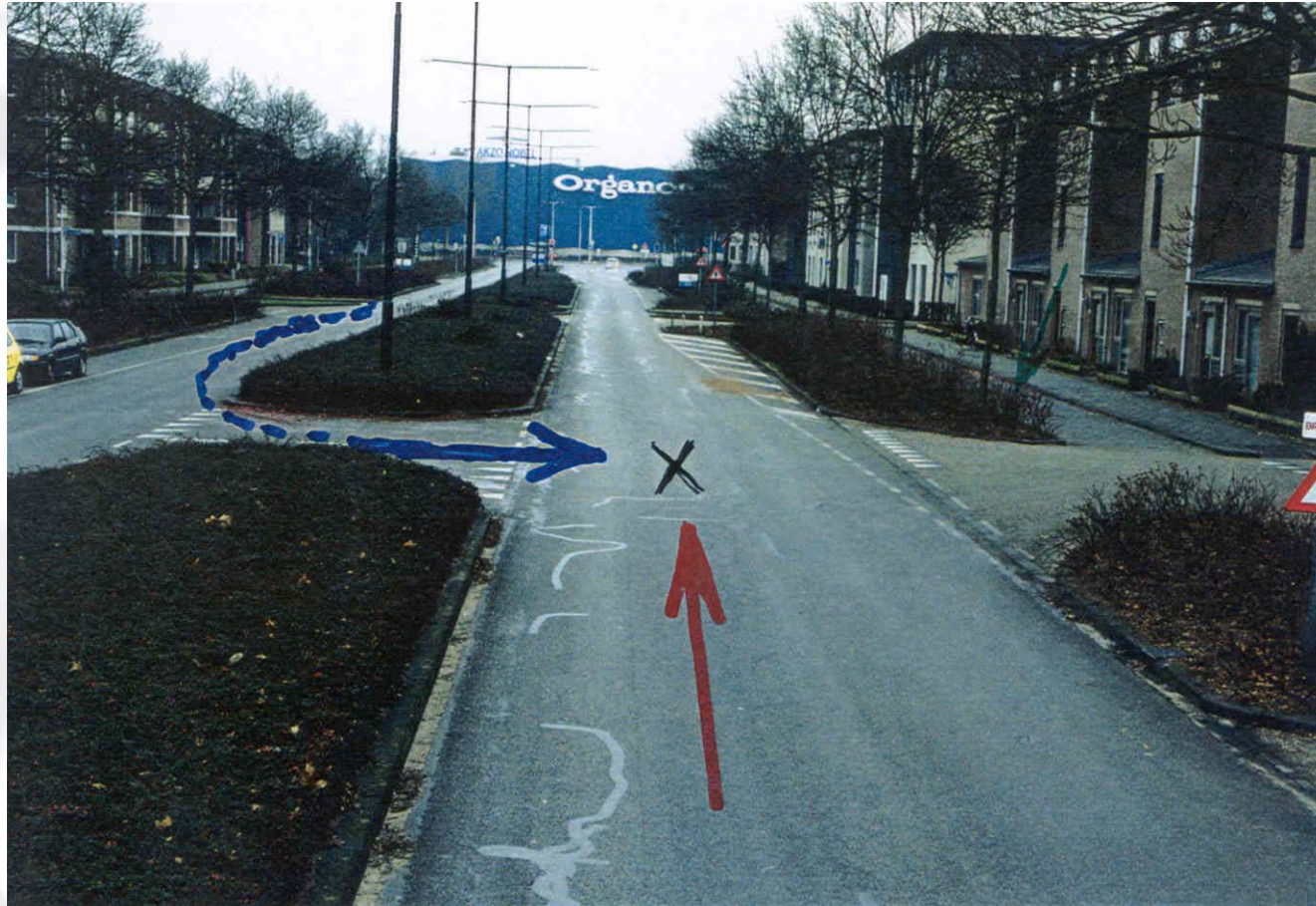
Voorbeeld



Voorbeeld



Voorbeeld



Remspoor

$$a = 5.5 \frac{m}{s^2}, \quad s = 21.15m$$

$$v = \sqrt{2 a s} = 54 \frac{km}{u}$$

Remspoor & restsnelheid



Remsporen & restsnelheid

$$a = 5.5 \frac{m}{s^2}, \quad s = 21.15m, \quad v_{bots} = 30 - 50 \frac{km}{u}$$

$$v = \sqrt{2 a s} = 54 \frac{km}{u}$$

$$v = \sqrt{2 a s} + v_{bots} = 83 - 104 \frac{km}{u}$$

Remsporen & restsnelheid

$$a = 5.5 \frac{m}{s^2}, \quad s = 21.15m, \quad v_{bots} = 30 - 50 \frac{km}{u}$$

$$v = \sqrt{2 a s} = 54 \frac{km}{u}$$

~~$$v = \sqrt{2 a s + v_{bots}^2} = 83 - 104 \frac{km}{u}$$~~

$$v = \sqrt{2 a s + v_{bots}^2} = 63 - 74 \frac{km}{u}$$

Remsporen & restsnelheid

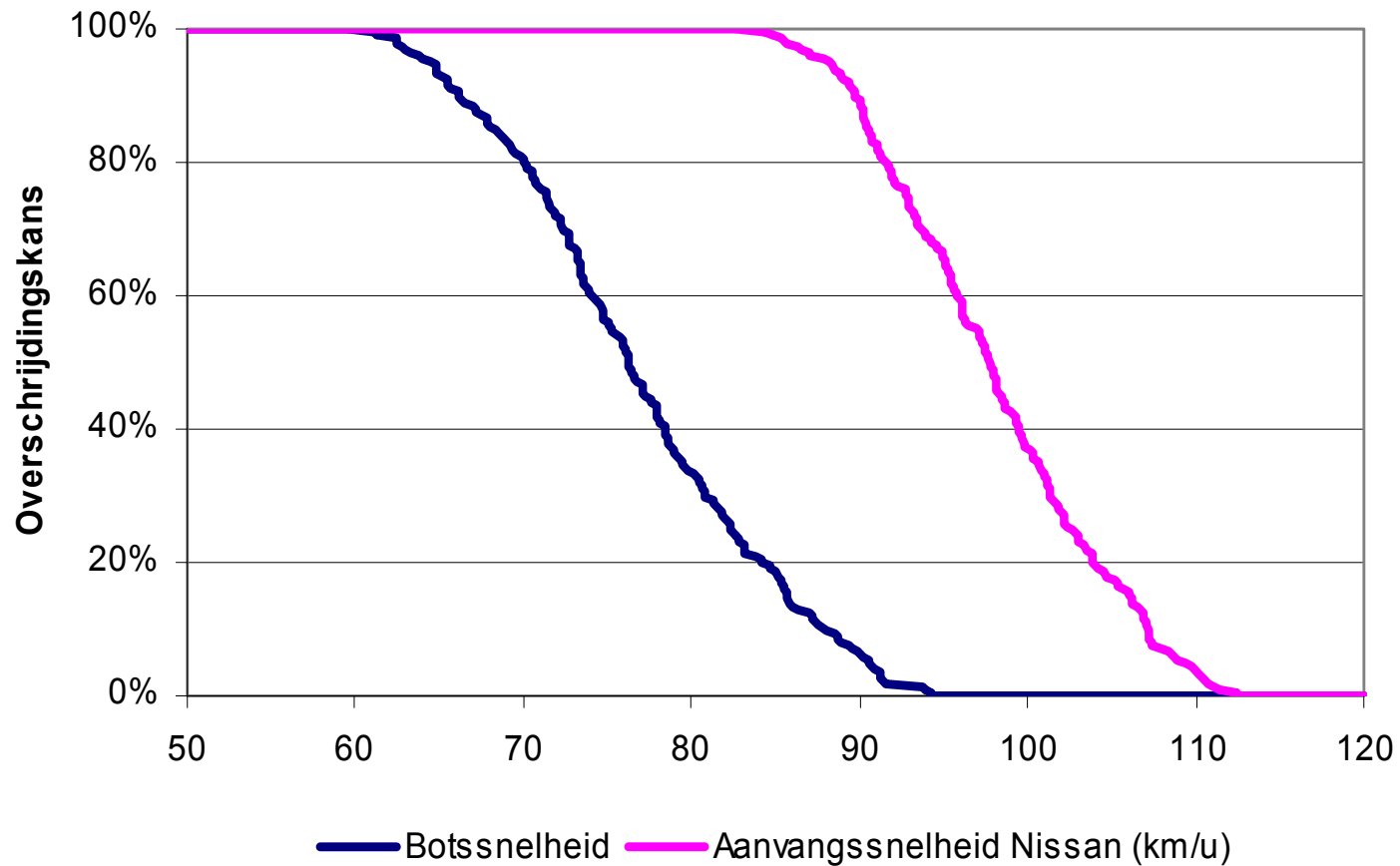
$$v = \sqrt{2 a s} = 54 \text{ km/u}$$

~~$$v = \sqrt{2 a s + v_{bots}^2} = 84 - 104 \text{ km/u}$$~~

$$v = \sqrt{2 a s + v_{bots}^2} = 63 - 74 \text{ km/u}$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 6 - 8 \text{ m/s}^2 \\ v_{bots} = 60 - 85 \text{ km/u} \end{array} \right\} \Rightarrow v = 81 - 107 \text{ km/u}$$

Resultaat NFI-berekening



Rekenen aan de klap

- Vermijdbaarheid
- Uitgangspunten
- Vuistregels
- Voorbeeldzaak
- Traditionele benadering
- Huidige rekenwijze



Traditionele benadering

Botssnelheid v :

$$v_1 = \frac{m_1 u_1 \sin(\beta_1 - \alpha_2) + m_2 u_2 \sin(\beta_2 - \alpha_2)}{m_1 \sin(\alpha_1 - \alpha_2)}$$

$$v_1 = \frac{1}{m_1 + m_2} \left(\frac{m_1 u_1 \cos(\beta_1 - \alpha_1) + m_2 u_2 \cos(\beta_2 - \alpha_1) + m_2 \sqrt{u_1^2 - 2u_1 u_2 \cos(\beta_1 - \beta_2) + u_2^2 - \left(\frac{m_1}{m_2} u_1 \sin(\beta_1 - \alpha_1) + u_2 \sin(\beta_2 - \alpha_1) \right)^2} + 2 \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} E_d}{m_2} \right)$$

Uitloopsnelheid u :



Parameteronzekerheid

- ~~Laagste/hogste waarden invullen.~~
- ~~Numeriek zoeken naar maximum/minimum~~
- ~~Analytisch maximum/minimum aantonen~~
- Stochastische simulatie
- Stochastische simulatie met selectie

Voorbeeld stochastische simulatie



Voorbeeld stochastische simulatie

Aanrijding **inhalende motorfiets** met **afslaan**de auto

Beschikbare informatie:

m_1 massa: 280 - 320 kg

m_2 massa : 1210 - 1340 kg

u_1 snelheid *na*: 29 - 58 km/u

u_2 snelheid *na*: 37 - 53 km/u

α_1 richting voor: 0 graden

α_1 hoek voor: 35 - 50 graden

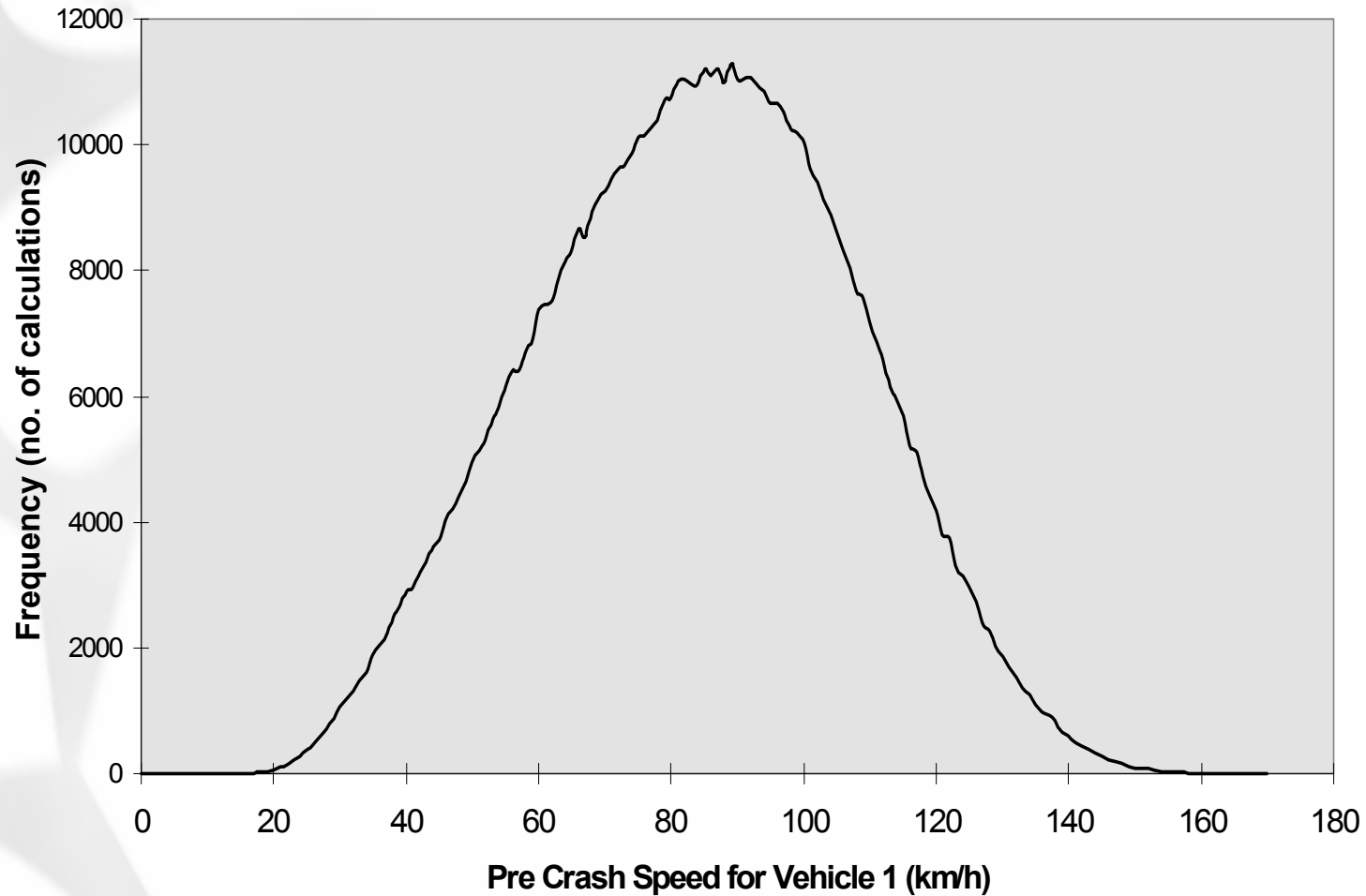
β_1 hoek *na*: 20 - 30 graden

β_1 hoek *na*: 35 - 50 graden

“Behoud van bewegingsimpuls”:

$$v_1 = \frac{m_1 \cdot u_1 \cdot \sin(\beta_1 - \alpha_2) + m_2 \cdot u_2 \cdot \sin(\beta_2 - \alpha_2)}{m_1 \cdot \sin(\alpha_1 - \alpha_2)}$$

Voorbeeld stochastische simulatie



Voorbeeld simulatie met selectie

Aanvullende informatie:

v_2 botssnelheid auto $v_2 < 40$ km/u (slaat links af)

E_d deformatie-energie $30\text{kJ} < E_d < 110$ kJ.

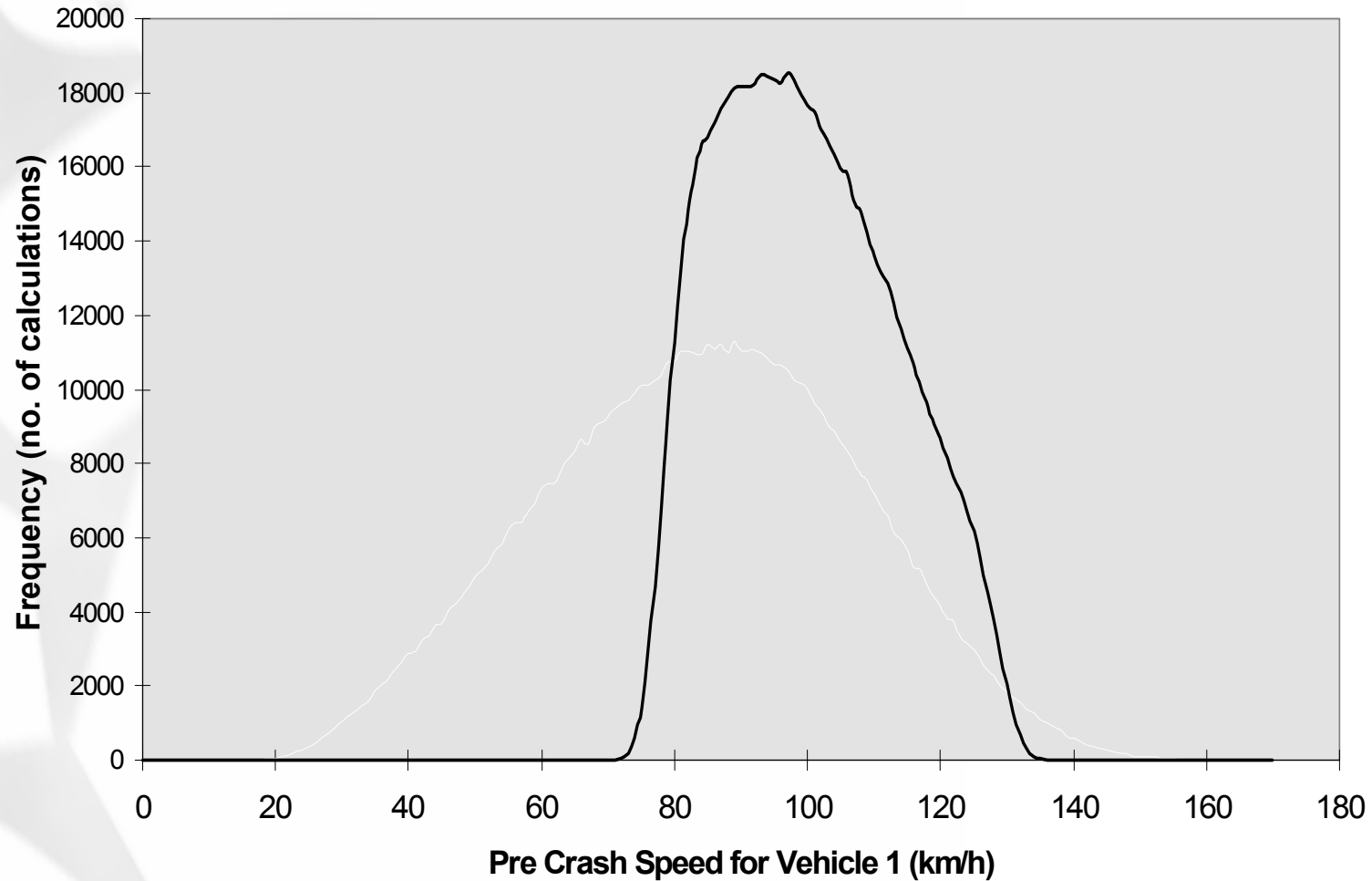
“Behoud van bewegingsimpuls”:

$$v_2 = \frac{m_1 \cdot u_1 \cdot \sin(\beta_1 - \alpha_1) + m_2 \cdot u_2 \cdot \sin(\beta_2 - \alpha_1)}{m_2 \cdot \sin(\alpha_2 - \alpha_1)}$$

“Behoud van energie”:

$$E_d = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot (v_1^2 - u_1^2) + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot (v_2^2 - u_2^2)$$

Voorbeeld simulatie met selectie



Rekenen aan de klap

- Vermijdbaarheid
- Uitgangspunten
- Vuistregels
- Voorbeeldzaak
- Traditionele benadering
- Huidige rekenwijze



Huidige rekenwijze

Nu nog meer detail...

Nieuw!

Ruimer toepasbaar

Geen uitloopsnelheid meer nodig!



Justitie

Nederlands Forensisch Instituut

Modellering

- Botsingen:
 - Behoud van impuls
 - Behoud van draaiimpuls
 - Behoud van energie
 - Definitie “elasticiteit”

algebra/gonio

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\vec{u}_{1,na}, \vec{u}_{2,na}, E_d \right] = g \left(\vec{u}_{1,voor}, \vec{u}_{2,voor} \right) \\ \left(\vec{u}_{i,na/voor} = \text{bew. toest. vtg. } i \text{ na/voor botsing, } E_d = \text{def.energ.} \right) \end{array} \right.$$

- Voertuigbeweging:
Voertuig als lichaam:
(Newton/Euler)

$$I \cdot \frac{\partial \vec{u}_t}{\partial t} = \sum_{j=1}^4 T_j^{-1} \cdot h \left(T_j \cdot \vec{u}_t \right) + \dots$$

gewone d.v.

PC-Crash

Crash Simulation [?] [X]

Vehicle: 1 VW-GO 2 OPEL-K

Pre-impact:
Vel. [km/h]: 16.26 64.62

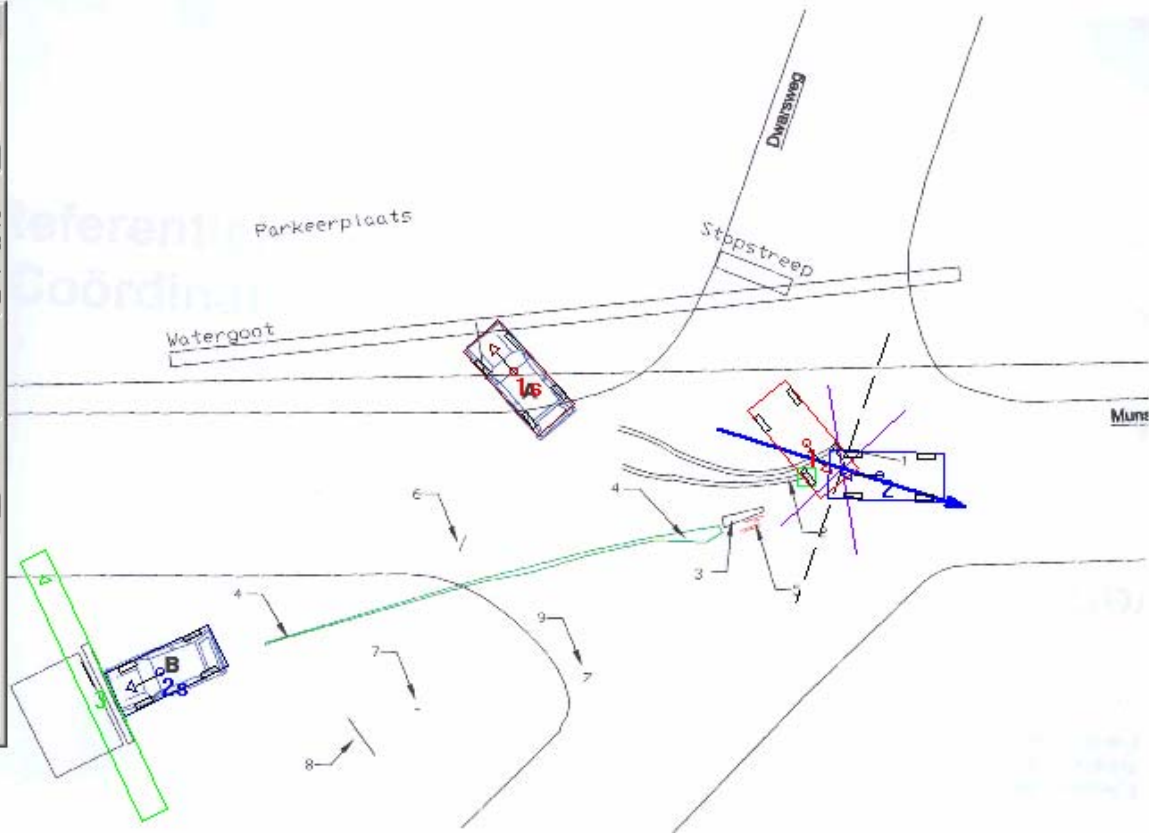
Post-impact:
Vel. [km/h]: 16.26 64.62
Dir. [°]: -50.02 178.33
Delta-v [km/h]: - -
Omega [rad/s]: 0.00 0.00

Deformation [cm]: 29 38
EES [km/h]: 32.75 36.87

sep. v: 4.00 [km/h] (Curr: 22.19)
Rest.: 0.29 Friction: 1.87

Coordinates [m]:
 Move Point of Impact
 Rotate Contact Plane
x: -12.26 phi
y: -13.86 -108.98
z: 0.43 psi

Crash
Options...
Crash
No.: 1
 Auto calc



PC-Crash

Crash Simulation

Vehicle: 1 VW-GO 2 OPEL-K

Pre-impact:
Vel. [km/h]: 16.26 64.62

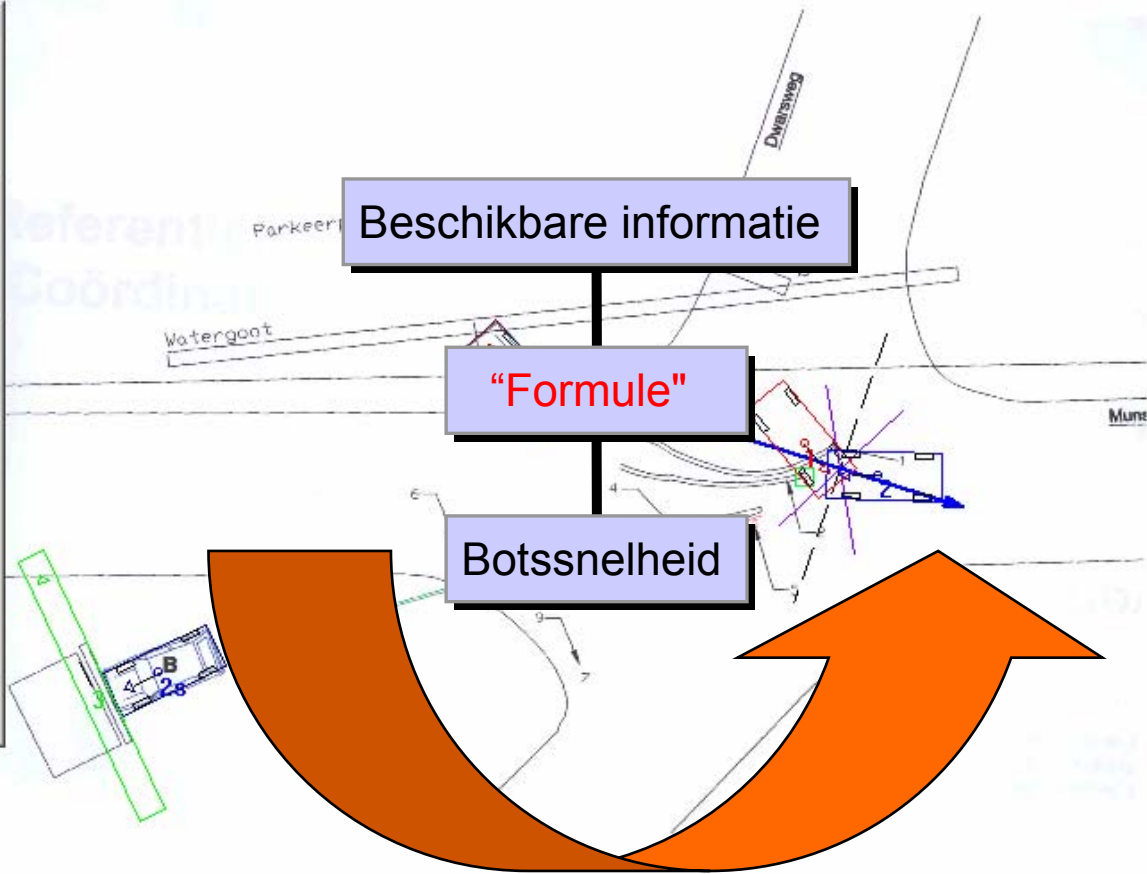
Post-impact:
Vel. [km/h]: 16.26 64.62
Dir. [°]: -50.02 178.33
Delta-v [km/h]: - -
Omega [rad/s]: 0.00 0.00

Deformation [cm]: 29 38
EES [km/h]: 32.75 36.87

sep. v: 4.00 [km/h] (Curr: 22.19)
Rest.: 0.29 Friction: 1.87

Coordinates [m]:
 Move Point of Impact
 Rotate Contact Plane
phi
x: -12.26 -108.98
y: -13.86 psi
z: 0.43 0.00

Crash
Options...
Crash
No.: 1
 Auto calc



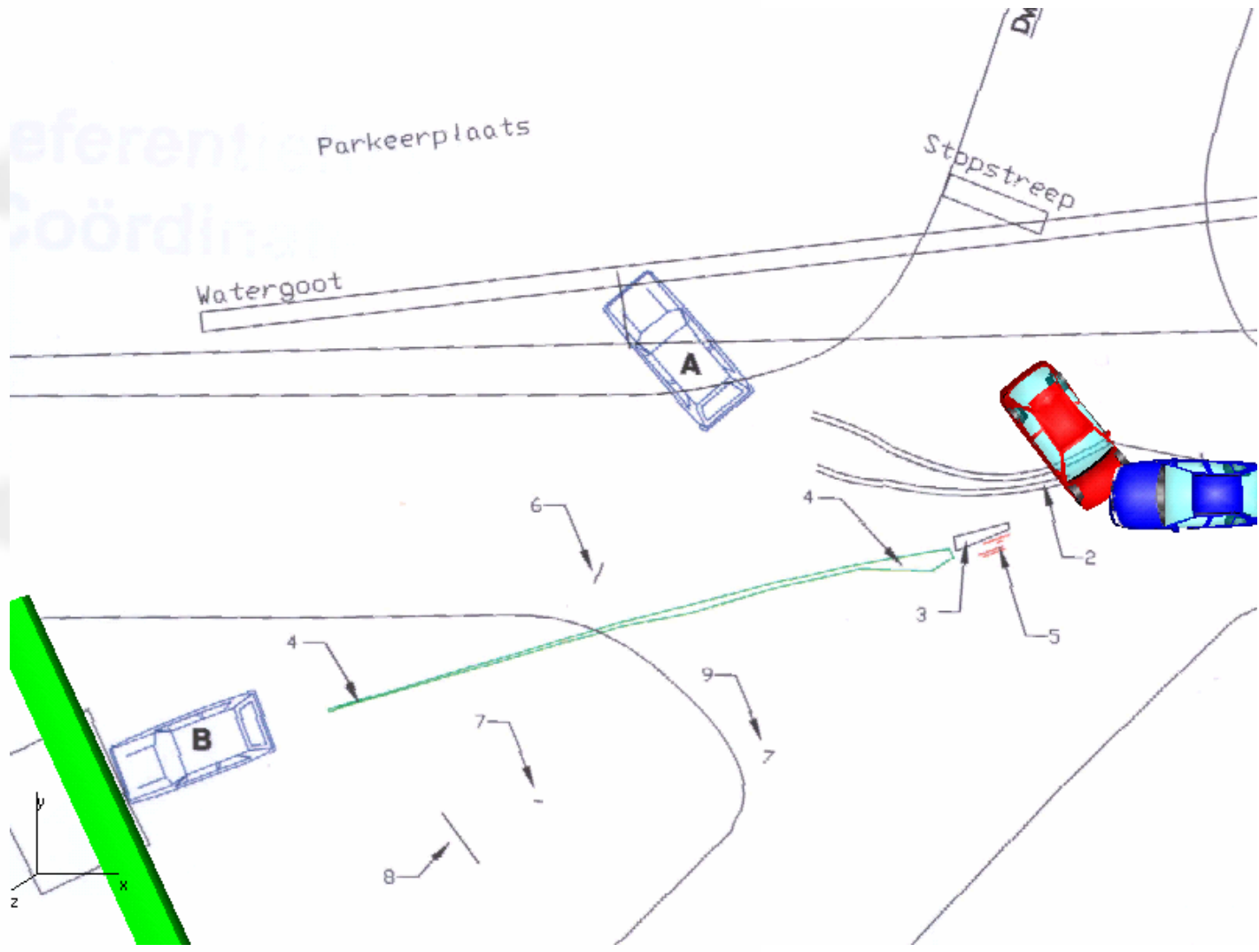
PC-Crash: “snelheidsbepaling”

- Minimalisatie van:

$$Q = w_1 \cdot \left| \vec{u}_{1,t=\infty} - \vec{y}_{s1} \right| + w_2 \cdot \left| \vec{u}_{2,t=\infty} - \vec{y}_{s2} \right| + w_3 \cdot \left| E_d - y_{E_d} \right| + \dots$$

(in PC-Crash door “*genetic*” algoritme)

PC-Crash



PC-Crash: “snelheidsbepaling”

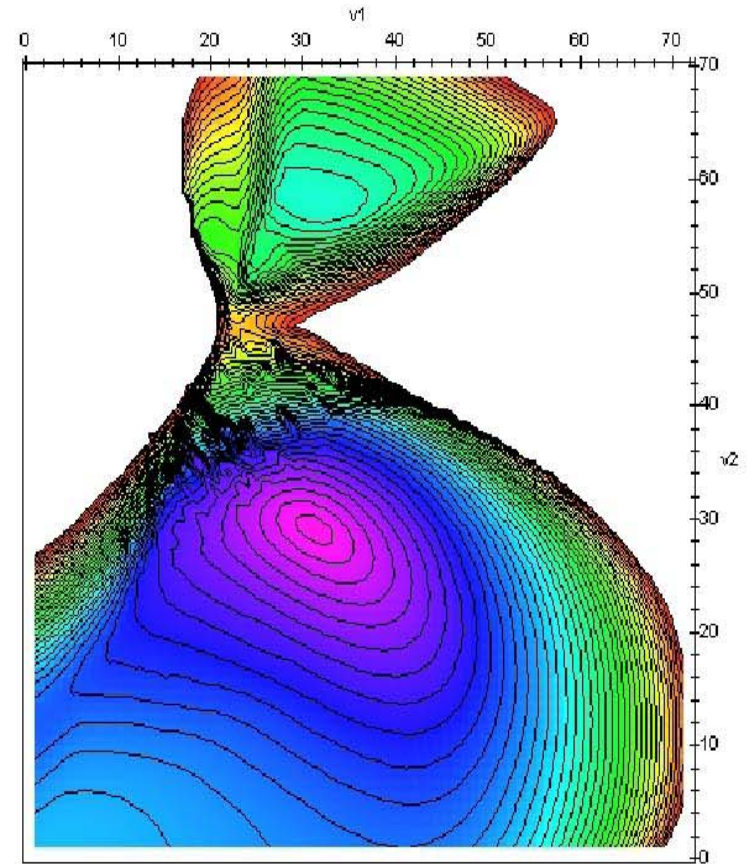
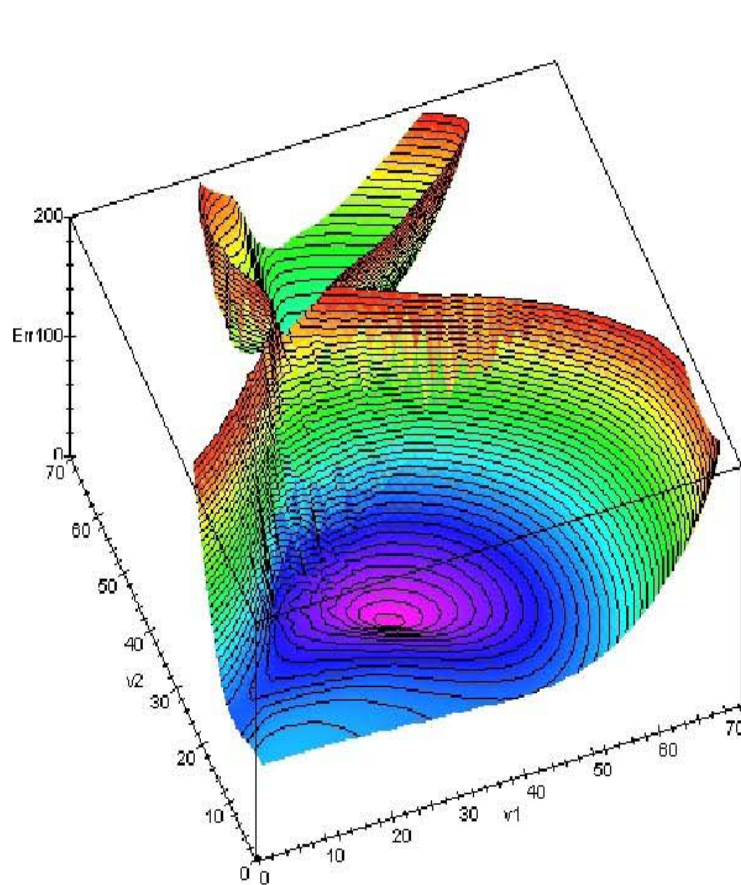
- Minimalisatie van:

$$Q = w_1 \cdot \left| \vec{u}_{1,t=\infty} - \vec{y}_{s1} \right| + w_2 \cdot \left| \vec{u}_{2,t=\infty} - \vec{y}_{s2} \right| + w_3 \cdot \left| E_d - y_{E_d} \right| + \dots$$

(in PC-Crash door “*genetic*” algoritme)

- Problemen:
 - Locale minima
 - Parameteronnauwkeurigheid

PC-Crash: “snelheidsbepaling”



PC-Crash: “snelheidsbepaling”

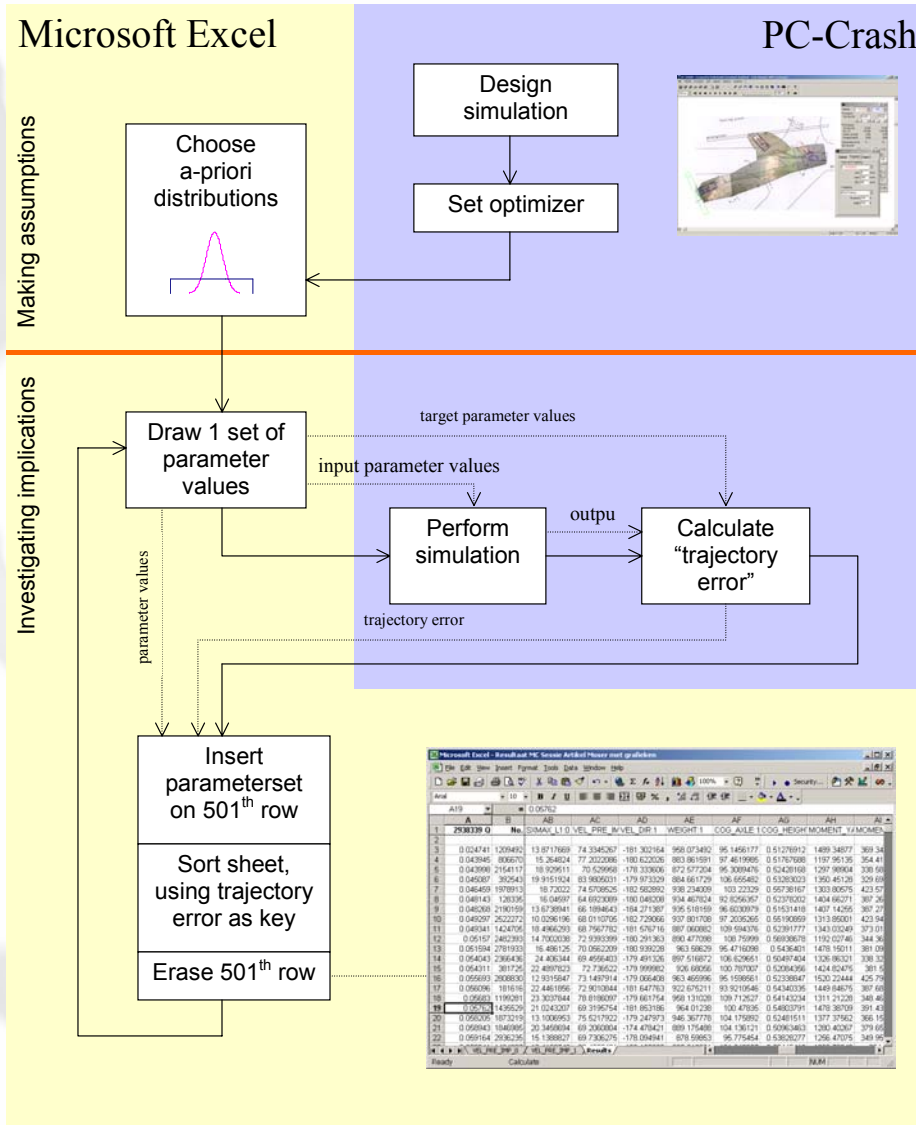
- Minimalisatie van:

$$Q = w_1 \cdot \left| \vec{u}_{1,t=\infty} - \vec{y}_{s1} \right| + w_2 \cdot \left| \vec{u}_{2,t=\infty} - \vec{y}_{s2} \right| + w_3 \cdot \left| E_d - y_{E_d} \right| + \dots$$

(in PC-Crash door “*genetic*” algoritme)

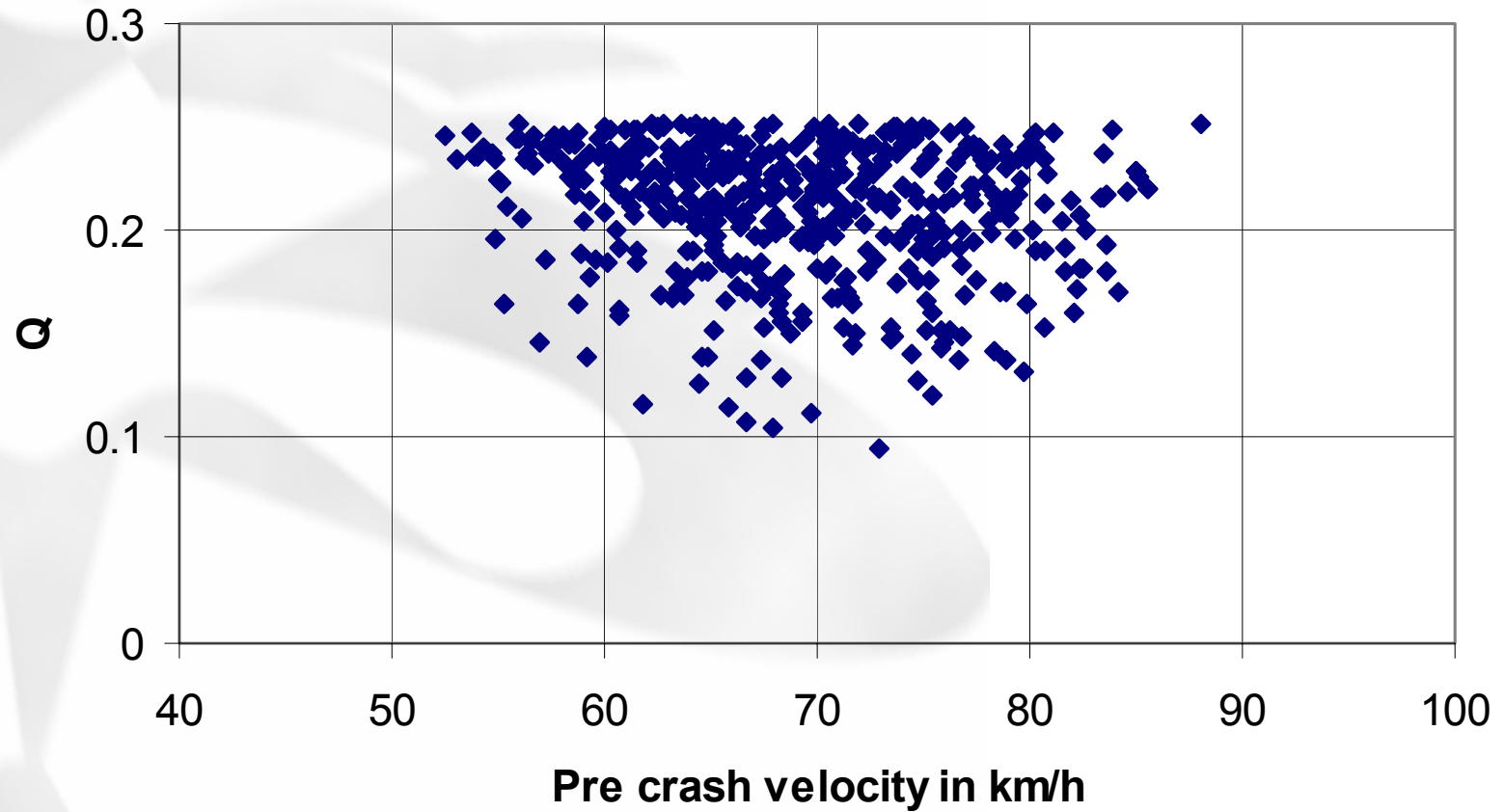
- Problemen:
 - Locale minima
 - Parameteronnauwkeurigheid
- Oplossing: **MC-Crash**

MC-Crash

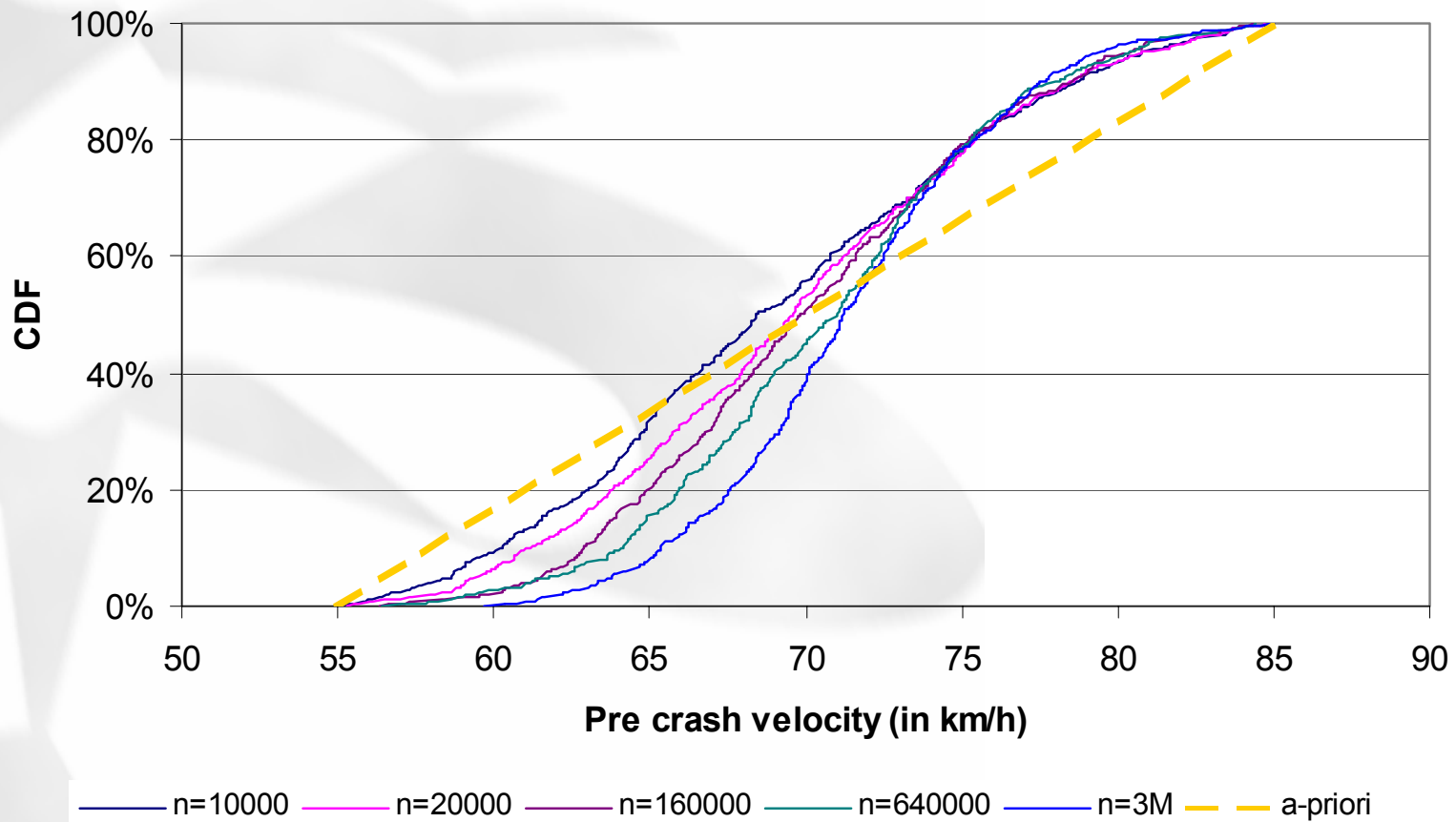


- Stochastische simulatie met selectie.
- Criterium: vast aantal (500) parametersets met laagste Q.
- Implementatie: PC-Crash in “loop” vanuit Excel-macro aanroepen.

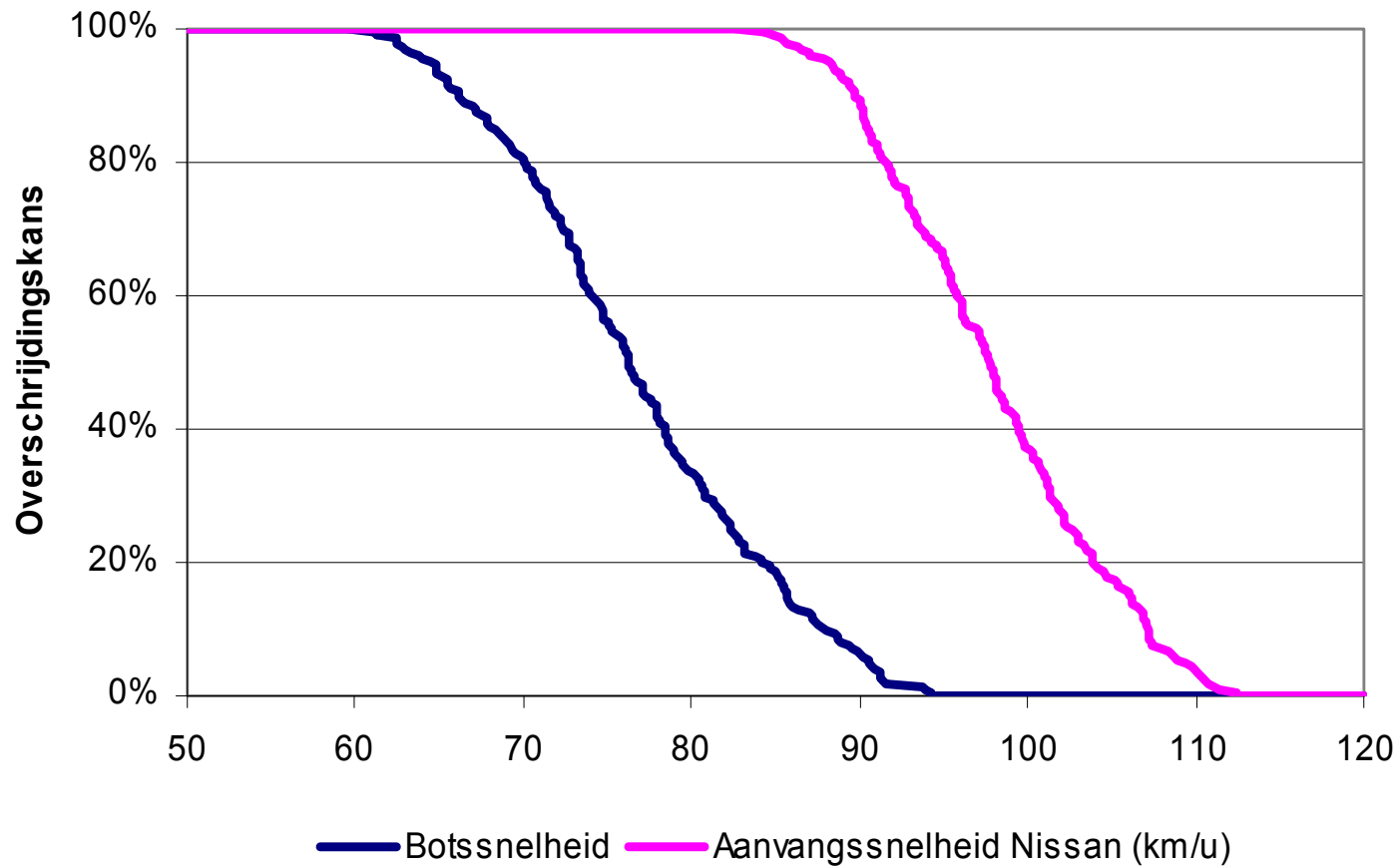
MC-Crash: resultaat



MC-Crash: convergentie



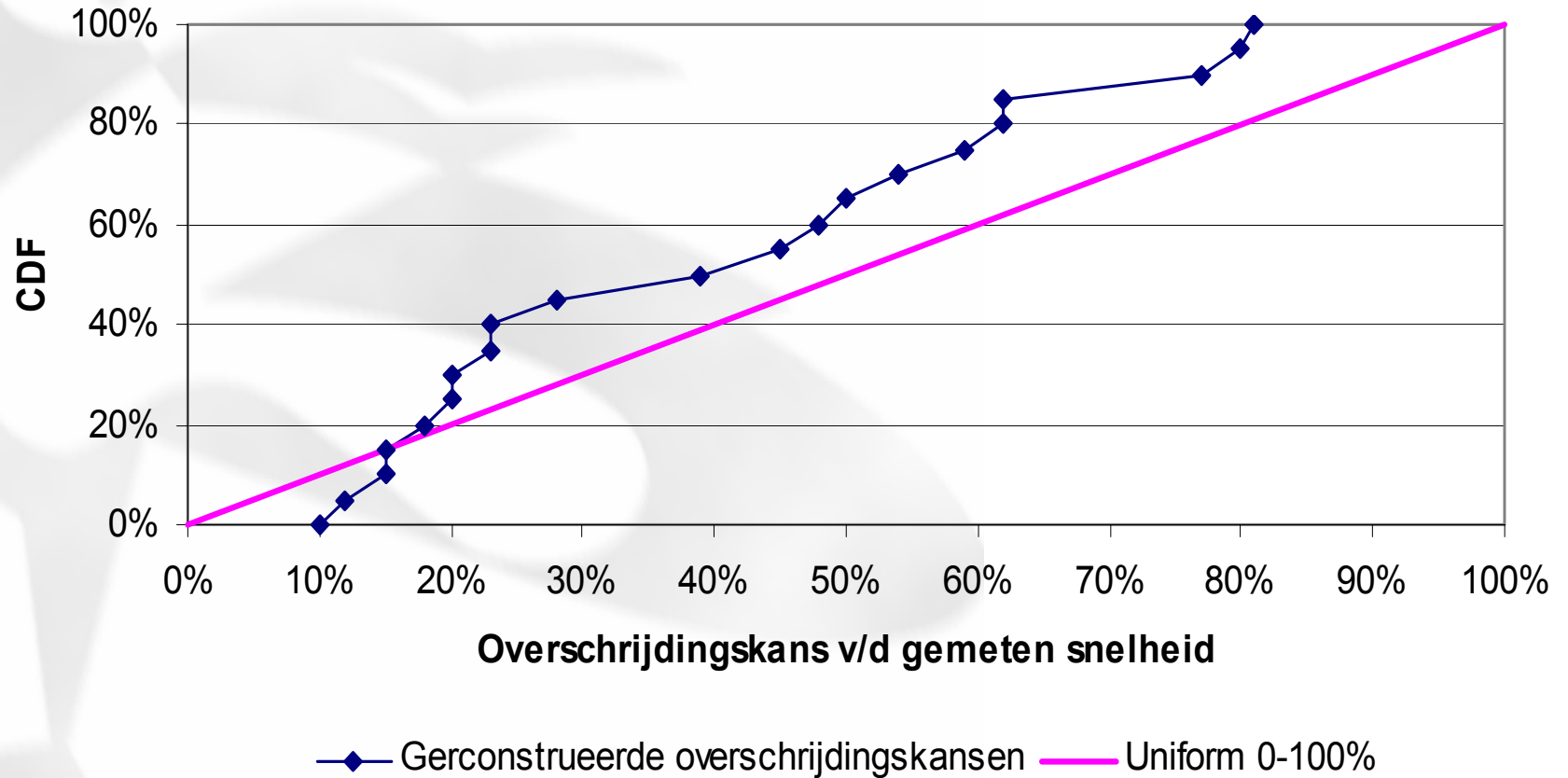
MC-Crash: overschrijdingskansgrafiek



MC-Crash: validatie

- Het resultaat van MC-Crash is een kansverdeling voor de werkelijke snelheid.
- Er is maar één werkelijke snelheid.
- Als die bekend is, kan de bijbehorende *overschrijdingskans* (1-CDF) afgelezen worden.
- De overschrijdingskansen zijn idealiter uniform verdeeld tussen 0 en 100%.

MC-Crash: validatie



Samenvatting

- Snelheid is belangrijk voor schuldtoedeling.
- Algebra en goniometrie volstaan voor traditionele rekenwijze.
- Bij de huidige rekenwijze komen dv's kijken; botssnelheid is beginvoorwaarde.
- Doorrekenen van onzekerheden: stochastische simulatie.
- Presentatie en interpretatie van verdelingen: “overschrijdingskansgrafiek”.

Rekenen aan de klap

Aart Spek, Jurrien Bijhold, Andre Hoogstrate
Nederlands Forensisch Instituut

a.spek@nfi.minjus.nl



Justitie

Nederlands Forensisch Instituut