Detectie van kosmische straling

3.8 Energie primair kosmisch deeltje

De energie van het primaire deeltje moet worden geschat uit het totaal van de energie van alle componenten van de airshower (zie 2.3 Airshowers). Daarvoor zijn gegevens nodig over het aantal deeltjes en de lengte van het spoor van elk van die deeltjes. Dat soort gegevens zijn niet met de HiSPARC-detectoren te meten. We maken daarom een schatting van de energie van het primaire deeltje uit de gemeten deeltjesdichtheid (het aantal deeltjes per m^2) bij een aantal verschillende detectiestations. Uit deze spreiding van de deeltjesdichtheid in het horizontale vlak is met een semi-empirische formule de energie van het primaire deeltje te schatten. Deze semi-empirische formule is niet geheel afgeleid van de theorie, maar uit waarnemingen gecombineerd met enkele algemene aannames. Dit is de zogenaamde Nishimura-Kamata-Greisen functie:

$$S(r) = k \cdot \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-\alpha} \cdot \left(1 + \frac{r}{r_0}\right)^{-(\eta-\alpha)} \qquad [1]$$

In deze NKG-functie is $S(r)$ de deeltjesdichtheid bij de detector op een afstand r van de showerkern, en zijn k, r_0, α en η constanten. De constante k is een factor die evenredig is met de primaire energie. De constante r_0 is de zogenaamde Molièrestraal die een maat is voor de mate waarin de atmosfeer de deeltjes verstrooit. De constanten α en η moeten uit de metingen worden bepaald, waarbij in de constante η bovendien de richting van waaruit het primaire deeltjes inslaat via de zenit-hoek θ is verwerkt.

1 De NKG-functie geeft de deeltjesdichtheid S als functie van de afstand r tot de showerkern, afhankelijk van de energie van het primair kosmisch deeltje (via de waarde van de constante k).

- Schets in een S,r-diagram het verloop van de deeltjesdichtheid met de afstand tot de showerkern voor een tweetal primaire kosmische deeltjes met verschillende energie-waarden. Geef een toelichting op deze schets: verklaar de vorm en de ligging van de beide lijnen in het diagram.

Hoe gaan we nu te werk bij het schatten van de energie E_0 van het primair kosmisch deeltje? We nemen aan dat uit de aankomsttijdmetingen de zenit-hoek θ bepaald is (zie 3.7 Richting primair kosmisch deeltje) en dat voor onze detectoren de constanten α, η en r_0 bekend zijn uit eerder onderzoek.
De metingen leveren de deeltjesdichtheid S voor elk detectiestation. Maar we weten niet welke waarde van r daarbij hoort. Want: de plaats van de showerkern is onbekend. We weten wel de posities van de detectiestations, zodat voor een willekeurig aangenomen positie van de showerkern de waarde van r voor elk van de detectiestations te berekenen is. We kiezen nu een bepaalde, betrekkelijk willekeurige positie van de showerkern. En we kiezen een bepaalde, betrekkelijk willekeurige waarde van de constante k. Met die aannames berekenen we met de NKG-functie de deeltjesdichtheid S voor alle detectie-stations. Over het algemeen zullen deze berekende waarden van S niet overeenkomen met de gemeten waarden van de deeltjesdichtheid. Maar we kunnen net zo lang proberen met verschillende waarden voor de positie van de showerkern en de constante k tot de verschillen tussen de berekende en gemeten deeltjesdichtheden zo klein mogelijk zijn. Deze positie van de showerkern en waarde van de constante k zijn dan de beste schatting. Met deze beste schattingen en de NKG-functie berekenen we nu de deeltjesdichtheid S op een afstand van 600 m van de showerkern – dus: $S(600)$. Met behulp van een tweede semi-empirische formule is dan een schatting te maken van de energie E_0 (in eV) van het primair kosmisch deeltje:

$$E_0 = c \cdot S(600)^{\varepsilon} \qquad [2]$$

In deze formule zijn c en ε weer constanten die bekend zijn uit eerder onderzoek. De keuze om $S(600)$ te gebruiken voor de berekening van de energie van het primair kosmisch deeltje is een betrekkelijk willekeurige: zo hebben de onderzoekers naar kosmische straling dat nu eenmaal tot nu toe gedaan.

Om een indruk te geven van de waarden van de constanten in de semi-empirische formules

gebruiken we die voor het AGASA-scintillatorarray in Japan.
Bij dit detectienetwerk gebruikt men de volgende waarden voor de constanten in formule [1]: α = 1,2; η = 3,97 – 1,79·((1/cos θ) – 1) en r_0 = 92 m. Hierin is θ de zenit-hoek van de richting van het primair kosmisch deeltje.
De energie E_0 (in eV) van het primair kosmisch deeltje wordt bij dit detectornetwerk berekend met de volgende constanten in formule [2]: $c = 2{,}15 \cdot 10^{17}$ en ε = 1,015. De deeltjesdichtheid S(600) – dus: op een afstand van 600 m van de showerkern – in deze formule moet worden berekend op basis van de waarnemingen die de beste schatting van de positie van de showerkern en de waarde van de constante k in formule [1] leveren.

2 In 3.7 heb je in opdracht 5 voor een gesimuleerde drievoudige coïncidentie de richting van het primair kosmisch deeltje bepaald. In de tabel hieronder staan de data van deze simulatie, maar nu met de (voor de richtingsbepaling) aangepaste plaats- en tijdcoördinaten en aangevuld met de gemeten deeltjesdichtheid S. Met behulp van deze data gaan we een schatting maken van de energie van het primair kosmisch deeltje. Daarbij nemen we aan dat de showerkern ergens binnen de driehoek ABC ligt.

detectiestation	x (m)	y (m)	t (μs)	deeltjesdichtheid S (m^{-2})
A	0	0	0,00	10
B	– 400	50	0,29	7
C	– 300	– 500	0,42	12

Bij het maken van een schatting van de energie van het primaire deeltje gebruiken we in formule [1] de constanten van het AGASA-detectienetwerk zoals hierboven weergegeven. Voor het bepalen van de constante η is de eerder in 3.7 bepaalde zenit-hoek van het primaire deeltje nodig: θ = 15°. De constanten in formule [1] zijn nu dus bekend: α =1,2; η = 3,91 en r_0 = 92 m. We kunnen nu met behulp van formule [1] en de gemeten waarden van de deeltjesdichtheid gaan zoeken naar de positie P van de showerkern en de bijbehorende waarde van de constante k die de beste overeenstemming geeft met de gemeten waarden van de deeltjesdichtheid. Als de waarde van de constante k gevonden is, volgt uit formule [2] een schatting van de energie van het primaire deeltje.

- Bij dat zoeken is het handig om voor de constante k in formule [1] een redelijke startwaarde te kiezen. Uit eerdere experimenten is bekend dat de deeltjesdichtheid aan het aardoppervlak op zo'n 100 m van de showerkern – dus: op een afstand ruwweg gelijk aan de Molièrestraal r_0 – bij een hoogenergetisch primair kosmisch deeltje een grootte-orde van 100 muonen per m^2 heeft. Dus: $S(r_0) \approx 100$. Bereken met formule [1] – met daarin de waarden van de bekende constanten – de bijbehorende waarde van k. Het resultaat van deze berekening kiezen we als een eerste schatting van de waarde van de constante k in formule [1].
- We maken nu een eerste schatting van de positie P van de showerkern binnen de driehoek ABC en een verbeterde, tweede schatting van de constante k.
Maak in Excel een rekenblad dat de $S(r)$,r-grafiek tekent voor de eerste schatting van de constante k – of gebruik daarvoor het beschikbare Rekenblad_1. Maak ook een tekening van het XY-vlak met daarin de posities van de drie detectiestations en de daarbij de gemeten waarde van de deeltjesdichtheid. Maak met behulp van de grafiek en de tekening een eerste schatting van de positie P (x- en y-coördinaat) van de showerkern binnen de driehoek ABC, en tegelijkertijd een verbeterde, tweede schatting van de constante k.
- Met het resultaat van de vorige stap maken we nu een laatste, beste schatting van de positie P van de showerkern en de waarde van de constante k.
Maak in Excel een rekenblad dat de afstand van de showerkern tot de drie punten A, B en C berekent, en daarmee de deeltjesdichtheid S in elk van de drie punten – of gebruik daarvoor het beschikbare Rekenblad_2. Speel binnen dit rekenblad met de plaats-coördinaten van de showerkern en de waarde van de constante k tot je een zo goed mogelijke overeenstemming hebt gevonden tussen de berekende en de gemeten waarden van de deeltjesdichtheid S in elk van de drie punten A, B en C.
- Bereken nu met formule [1] en [2] de energie E_0 van het primair kosmisch deeltje. Gebruik in die formules de beste schatting van de constante k uit de vorige stap en de constanten van het AGASA-detectienetwerk zoals eerder weergegeven.
- Leg uit waarom de gevonden energiewaarde de ondergrens voor de energie van het primair kosmisch deeltje is.

3 In opdracht 2 heb je een beste schatting voor de ondergrens van de energie van het primair kosmisch deeltje gemaakt. Daarbij heb je een bepaalde procedure doorlopen.
- Zet de opeenvolgende stappen van deze procedure zo kort en overzichtelijk mogelijk op een rij.

4 In opdracht 2 heb je een beste schatting voor de ondergrens van de energie van het primair kosmisch deeltje gemaakt op basis van een drievoudige coïncidentie. Dus: met de data van een coïncidentie tussen drie detectiestations. Het zal duidelijk zijn dat hoe groter het aantal metingen van de deeltjesdichtheid *S* in een airshower is (dus: hoe groter het aantal detectiestations is), des te beter de positie van de showerkern en de waarde van de constante *k* (en daarmee de ondergrens voor de energie E_0 van het primair kosmisch deeltje) bepaald kunnen worden.
- Bedenk of het ook mogelijk is een beste schatting te maken voor de ondergrens van de energie van het primair kosmisch deeltje met een detectienetwerk dat bestaat uit slechts twee detectiestations. Welke extra aannames zijn in dat geval nodig?

5 In 3.7 heb je in opdracht 6 voor de gemeten drievoudige coïncidentie in het HiSPARC-cluster Nijmegen op 18 juli 2004 de richting van het primair kosmisch deeltje bepaald. In de tabel hieronder staan de data van deze meting inclusief de gemeten waarden van de deeltjesdichtheid *S*.
- Bepaal uit deze data de beste schatting voor de ondergrens van de energie van het primair kosmisch deeltje. Volg daarbij de procedure van opdracht 3.

detectiestation	*x* (m)	*y* (m)	*t* (µs)	deeltjesdichtheid *S* (m^{-2})
A	0,0	0,0	0,0	3
B	438,8	277,6	0,1	2
C	282,1	– 749,4	1,2	3

Voor het maken van een schatting voor de ondergrens van de energie van het primaire deeltje bij een gemeten coïncidentie tussen drie (of meer) detectiestations in een HiSPARC-cluster zijn in de formules [1] en [2] de waarden van de constanten α, η, r_0, *c* en ε in het AGASA-detectienetwerk gebruikt. Voor een HiSPARC-detectienetwerk moeten de waarden van deze constanten nog worden bepaald. En daarnaast is het dan nog de vraag hoe de tot nu toe steeds gegeven deeltjesdichtheid bij een detectiestation uit het detectorsignaal is af te leiden.

Procedure
In opdracht 3 heb je de gevolgde procedure voor het maken van een beste schatting voor de ondergrens van de energie van het primair kosmisch deeltje beschreven. Belangrijke stappen daarin zijn het zoeken naar een beste schatting voor de positie P van de showerkern en de waarde van de constante *k* in formule [1]. Dit redelijk systematisch zoeken kan ook op een andere, nog systematischer maar waarschijnlijk tijdrovender manier worden aangepakt.
- Teken een rooster met cellen van 100 bij 100 m en geef daarop de positie van de detectiestations A, B en C aan. Noteer de gemeten waarde van de deeltjesdichtheden G_A, G_B en G_C in de punten A, B en C.
- Maak in Excel een rekenblad met de coördinaten van alle roosterpunten (ofwel: alle mogelijke posities P van de showerkern op het rooster).
- Laat het rekenblad de afstanden r_{PA}, r_{PB} en r_{PC} van elk punt P tot de punten A, B en C berekenen.
- Laat het rekenblad met formule [1] de deeltjesdichtheden S_A, S_B en S_C in de punten A, B en C (dus: op de afstanden r_{PA}, r_{PB} en r_{PC}) berekenen. Gebruik in formule [1] de eerder bepaalde eerste schatting voor de waarde van de constante *k*.
- Laat het rekenblad de afwijking V^2 tussen de berekende deeltjesdichtheden S_A, S_B en S_C en de gemeten deeltjesdichtheden G_A, G_B en G_C berekenen met de volgende uitdrukking:
$V^2 = (G_A - S_A)^2 + (G_B - S_B)^2 + (G_C - S_C)^2$
- Zoek in de resultaten van het rekenwerk het minimum van de afwijking V^2. De bijbehorende roosterpositie is een eerste schatting van de positie P van de showerkern.
- Herhaal de bovenstaande stappen voor een fijnmaziger rooster rond de eerste schatting van de positie P van de showerkern. Probeer de waarde van de afwijking V^2 op ongeveer nul te krijgen door een keuze van de positie P en het variëren van de waarde

van de constante *k*. Controleer daarbij steeds of de berekende waarde van de deeltjesdichtheid *S* ruwweg overeenkomt met de gemeten waarde *G* op elk van de detectiestations.

- Stel ten slotte vast wat de laatste, beste schatting van de positie P van de showerkern en de bijbehorende waarde van de constante *k* is.