

## Interactie van kosmische straling en aardatmosfeer

### 2.2 Muon-verval

Op een hoogte van zo'n 12 km boven het aardoppervlak slaan energierijke deeltjes uit de kosmische straling in op de aardatmosfeer. Daarbij ontstaan onder andere muonen met een energie in de grootte-orde van 1 GeV ( $10^9$  eV). Nu heeft het muon een vrij korte levensduur van gemiddeld  $2,2 \cdot 10^{-6}$  s. De vraag is dan of de bij zo'n inslag geproduceerde muonen in die korte tijd het aardoppervlak wel kunnen bereiken en daar gedetecteerd kunnen worden.

- 1 Een muon heeft een massa van  $207 \cdot m_e$ , waarin  $m_e$  de massa van het elektron is. Neem aan dat het muon bij zijn ontstaan een energie heeft van 1056 MeV ( $\approx 1$  GeV) – even verderop zal wel duidelijk worden waarom we deze waarde uit de lucht vallende energie-waarde hebben gekozen.
  - Bereken de snelheid van het muon, ervan uitgaande dat de muon-energie uit kinetische energie bestaat.
  - Is een dergelijke snelheid van het muon mogelijk? Leg uit waarom wel of niet.

Het resultaat van de snelheidsberekening is een snelheid  $v$  van het muon die groter is dan de lichtsnelheid  $c$  ( $3,0 \cdot 10^8$  m/s). En dat kan niet. Op grond van deze berekening valt wel te verwachten dat de snelheid van het muon vrij groot zal zijn – zo groot dat deze niet meer verwaarloosbaar klein is ten opzichte van de lichtsnelheid. Volgens de relativiteitstheorie van Albert Einstein moeten we in dat geval rekening houden met een toegenomen massa van het muon. Voor de relativistische massa  $m$  van zo'n muon geldt volgens de relativiteitstheorie:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

In deze formule is  $m_0$  de rustmassa van het muon,  $v$  de snelheid van het muon en  $c$  de lichtsnelheid.

- 2 De rustmassa  $m_0$  van een muon is  $105,6 \text{ MeV}/c^2$ . Laat met een berekening zien dat dit 207 maal zo groot is als de rustmassa  $m_e$  van het elektron ( $9,1 \cdot 10^{-31}$  kg).
- 3 Volgens de relativiteitstheorie zijn de massa  $m$  en de energie  $E$  van een deeltje equivalent:  $E = m \cdot c^2$ .
  - Bepaal de rustenergie  $E_0$  van het muon. En laat daarmee zien dat voor het geproduceerde muon geldt:  $E_0/E = 0,1$ .
  - Laat met een afleiding zien dat de snelheid  $v$  van het muon gegeven wordt door:
$$v = c \cdot \sqrt{1 - E_0^2/E^2}$$
  - Bereken de snelheid van het muon.
  - Bereken de afstand die het muon in de aardatmosfeer aflegt tijdens zijn levensduur.

De berekening van de afstand die het relativistische muon in de aardatmosfeer tijdens zijn levensduur aflegt levert als resultaat dat het muon het aardoppervlak niet bereikt. Deze berekening is dan ook gedeeltelijk onjuist. Voor de snelheid  $v$  van het muon geldt in dit geval volgens de berekening bij opdracht 3:  $v = 0,995 \cdot c$ . Of, met andere woorden: de snelheid  $v$  van het muon is vrijwel gelijk aan de lichtsnelheid  $c$ . Daardoor moeten we voor het muon ook rekening houden met de relativistische tijdvertraging (of: tijdrek). Of, met andere woorden: voor het muon verloopt de tijd langzamer. Voor de relativistische levensduur  $t$  van het muon geldt dan volgens de relativiteitstheorie:

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

In deze formule is  $t_0$  de normale levensduur van het muon,  $v$  de snelheid van het muon en  $c$  de lichtsnelheid.

- 4 De snelheid  $v$  en de normale levensduur  $t_0$  van het muon zijn bekend, zodat de relativistische levensduur van het muon te berekenen is.

- Bereken de relativistische levensduur van het muon. Controleer dat – bij een muon-energie van tienmaal de rustenergie – de relativistische levensduur  $t$  tienmaal zo groot is als de normale levensduur  $t_0$ .
- Bereken de afstand die het muon in de aardatmosfeer aflegt tijdens zijn relativistische levensduur.

De conclusie is dat een muon met een energie  $E \approx 1$  GeV al een heel eind komt in de richting van het aardoppervlak, maar het nog steeds niet helemaal haalt. We hebben echter voor de muon-energie een ‘makkelijke’ rekenwaarde gekozen van tienmaal de rustenergie. Bij een wat grotere waarde van de muon-energie haalt het muon wel het aardoppervlak voordat het door verval verdwijnt. Afhankelijk van de energie van het inslaande kosmische stralingsdeeltje kunnen muonen ontstaan met een energie tot zo'n 100 TeV ( $10^{14}$  eV).

- 5** Een muon met een energie groter dan 1 GeV komt verder in de richting van het aardoppervlak.
- Beredeneer (of laat met een berekening zien) dat de snelheid van een muon met een tweemaal zo grote energie (dus:  $E \approx 2$  GeV) vrijwel gelijk is aan de snelheid van een 1 GeV muon.
  - Beredeneer (of laat met een berekening zien) dat zo'n 2 GeV muon wel het aardoppervlak bereikt.

Informatie over de relativiteitstheorie met zijn begrippen als relativistische massa en tijdvertraging is te vinden in:

> John Gribbin (1992), [De speciale relativiteitstheorie](#). *Natuur & Techniek* 60 (10).

We zijn er in de bovenstaande berekeningen van uit gegaan dat het muon een levensduur heeft van  $2,2 \cdot 10^{-6}$  s. Het verval van muonen is echter een statistisch proces. Vandaar dat er eerder ook sprake was van een *gemiddelde* levensduur. Dit betekent dat een deel van de bij de inslag van een kosmisch deeltje geproduceerde muonen een langere levensduur heeft en dus een grotere afstand kan afleggen richting het aardoppervlak. Of, met andere woorden: dat ook een muon met een energie van 1 GeV een bepaalde kans heeft om het aardoppervlak te bereiken.

De gemiddelde levensduur van muonen is experimenteel te bepalen. Dit experiment is te vinden op de website van het *VWO Bovenbouwpracticum Natuurkunde*, Universiteit Utrecht:

> <http://www.cdbeta.uu.nl/vo/bbp> > experimenten > muonlevensduur