

# Rijk aan betekenis



## HET DOCUMENT VAN cTWO IN VOGELVLUCHT

[ Dirk Siersma, Paul Drijvers ]

### Inleiding

Op dit moment worden wiskundesecties van havo en vwo in beslag genomen door de veranderingen rond wiskunde ABCD in de Tweede Fase zoals die het komende schooljaar in klas 4 hun beslag zullen krijgen. Voor wiskunde is deze verandering, onder andere door de invoering van wiskunde C en wiskunde D, ingrijpender dan voor de andere exacte vakken. Informatie over deze 2007-operatie vindt u in het artikel van Henk van der Kooij of op de website van de digitale school (zie referenties en Websites).

Zoals u wellicht weet, loopt er echter een tweede veranderingsproces dat leidt tot meer inhoudelijke herzieningen bij de verschillende bètavakken in de Tweede Fase met ingang van het schooljaar 2010-2011 in klas 4. Om aan dit tweede proces sturing te geven heeft het ministerie van OC&W voor biologie, scheikunde, natuurkunde, wiskunde en het nieuwe bètavak natuur, leven en technologie stuurgroepen of vernieuwingscommissies in het leven geroepen.

De vernieuwingscommissie wiskunde heet *commissie Toekomst WiskundeOnderwijs* (cTWO) en staat onder voorzitterschap van Dirk Siersma, hoogleraar wiskunde aan de Universiteit Utrecht. De opdracht van cTWO omvat het vaststellen van examenprogramma's voor wiskunde A, B, C en D voor havo en vwo per 2010 en het adviseren over doorlopende leerlijnen en didactische ontwikkelingen. Ook de invulling van wiskunde D per 2007 is door de commissie ter hand genomen (Drijvers, 2006).

Met alle begrip voor het belang van de korte termijn vraagt dit artikel uw aandacht voor de iets langere termijn, de operatie-2010. Na de installatie in november 2005 is cTWO begonnen met het schrijven van een visiedocument dat de uitgangspunten voor het toekomstige wiskundeonderwijs beschrijft en daarmee richtingbepalend is voor de te ontwerpen nieuwe examenprogramma's. In dit artikel wordt het ontwikkelproces van dit visiedocument kort beschreven, worden de hoofdpunten

toegelicht en wordt aangegeven op welke manier de commissie haar werk voortzet. De volledige tekst van het visiedocument is beschikbaar op [www.ctwo.nl](http://www.ctwo.nl).

### Proces

Het ontwikkelen en beschrijven van een visie op toekomstig wiskundeonderwijs is niet eenvoudig, zeker niet in een toch vrij heterogene commissie waarin verschillende invalshoeken zijn vertegenwoordigd. Binnen cTWO zijn uitgebreide discussies gevoerd over inhoud, opzet, stijl en vorm van het visiedocument. Terugkijkend kun je zeggen dat we in feite drie keer opnieuw zijn begonnen. Dat maakt kennelijk onderdeel uit van een dergelijk proces. Het resultaat hiervan is een convergentie van standpunten en ideeën zoals neergelegd in het concept-visiedocument. De commissie heeft gekozen voor een brede taakopvatting, waarin wordt geprobeerd het wiskundeonderwijs in al haar facetten te belichten. Dat komt tot uitdrukking in onderwerpen als de rol van de docent, professionalisering en nascholing, en ook in de wellicht geringe aandacht voor de concrete uitwerking van de taken, zoals de examenprogramma's. De concretisering van de visie is een volgende stap, die echter naar de overtuiging van de commissie beter kan worden gezet als eerst een heldere globale visie is ontwikkeld.

Het concept-visiedocument is onderwerp geweest van een brede veldraadpleging. Verschillende instanties, zoals VSNU, HBO-raad, NVvW, KNAW, is gevraagd op het concept te reageren. De door OCW ingestelde resonansgroep heeft eveneens commentaar gegeven. Voor docenten zijn bijeenkomsten belegd, die, ondanks de mogelijke discussiemoeheid na alle politieke koerswijzigingen van de afgelopen jaren, goed zijn bezocht. Daarnaast hebben velen gereageerd via het forum van de cTWO-website. Op deze site staat het merendeel van de schriftelijke reacties. cTWO is dankbaar voor de grote betrokkenheid die uit alle reacties naar voren komt en voelt zich daardoor gesteund in haar werk. Hoewel er in grote lijnen veel waardering

spreekt uit de reacties op het concept-visiedocument, zijn er veel plaatselijke suggesties ter verbetering gemaakt. Voor een deel betreffen die eenvoudige fouten of onduidelijkheden. Vanuit de veldraadpleging is vooral de wens naar voren gekomen om op een aantal punten wat concreter te zijn. Meer inhoudelijke commentaren betreffen vooral de rol van ICT, de plaats van vaardigheden en de manier waarop contexten in het leerproces zijn geïntegreerd. Deze commentaren zijn verwerkt in de eindversie, die dus op hoofdlijnen niet van het concept-visiedocument afwijkt, maar op veel onderdelen is aangescherpt en bijgesteld. Op dit moment is de eindversie in druk. De tekst zelf is al beschikbaar op [www.ctwo.nl](http://www.ctwo.nl).

### Product

Wat zijn de hoofdpunten uit het product van dit alles, het visiedocument? Behalve een inleiding en enkele bijlagen kent het stuk de volgende opbouw in hoofdstukken:

1. Toekomstperspectief
  2. Wiskundeonderwijs rijk aan betekenis
  3. Gedifferentieerde onderwijsdoelen
  4. Wiskundige concepten en denkactiviteiten
  5. De docent centraal
  6. Didactische vormgeving
  7. De rol van ICT
  8. Aansluiting en leerlijnen
  9. Toetsing en examinering
  10. Implementatie, scholing en nascholing
- Elk van de hoofdstukken bevat een of meer standpunten, die de kern ervan samenvatten. In het bestek van dit artikel is het niet haalbaar om alle onderwerpen te bespreken. Daarom beperkt het vervolg zich tot de hoofdpunten die de meeste discussie oproepen, namelijk de rol van de docent, het gebruik van contexten, de plaats van ICT, het belang van vaardigheden en de veranderingen in de onderbouw.

### De rol van de docent

Op verschillende plaatsen in het visie-document wordt benadrukt dat de docent een cruciale rol speelt in het leerproces, die onder invloed van de studiehuisgedachte de laatste jaren te weinig erkenning heeft gekregen. Wiskunde leren doe je in interactie met medeleerlingen en met een vakinhoudelijk en vakdidactisch deskundige docent. Dit is een broos proces van geleidelijke groei, waarin leerlingen continu begeleid moeten worden. Interactie is niet alleen nodig voor het ontstaan van inzicht maar ook voor het verwerven van vaardigheden. Daarom is voor goed wiskundeonderwijs uitgebreide contacttijd nodig. Als vuistregel dient elk uur studielast ook werkelijk op jaarbasis in minimaal  $\frac{3}{4}$  uur contacttijd te worden vertaald, wat op dit moment op veel scholen niet het geval is. Behalve van contacttijd benadrukt de commissie ook het belang van vakinhoudelijke en vakdidactische expertise. Dat dit in de wet op de Beroepen in het onderwijs (BIO) slechts één van de zeven competenties vormt, is natuurlijk onterecht. In de lerarenopleidingen dienen vakinhoud en vakdidactiek een grotere plaats te krijgen. Verder kan structurele samenwerking tussen post-hbo eerstegraads lerarenopleidingen en de universitaire eerstegraads lerarenopleidingen de kwaliteit en kwantiteit van de uitstroom van gekwalificeerde eerstegraads wiskundeleraars vergroten. In het verlengde van het voorafgaande is er behoefte aan een permanent professionaliseringsaanbod voor docenten, dat enerzijds een niet te vrijblijvend karakter moet hebben maar anderzijds ook moet kunnen leiden tot verbeterde carrière- en salarispectieven.

### Het gebruik van contexten

Het gebruik van contexten is niet onomstreden. Waar de andere exacte vakken de zogeheten *context-concept-benadering* propageren, constateert men binnen cTWO een zekere spanning tussen het gebruik van contexten en abstractie. Contexten schieten hun doel voorbij als ze niet uitnodigen tot abstractie. Horizontaal mathematiseren, het gebruik van wiskundige middelen om de wereld om ons heen te organiseren, zonder

verticaal mathematiseren, waarbij het bouwwerk van de wiskunde ontstaat door abstractie, is in het algemeen ongewenst. Ook is er bezwaar tegen een overdaad aan steeds wisselende ‘verhaaltjessommen’ die niet erg realistisch zijn.

De commissie ziet verschillen tussen de wijze waarop contexten functioneren bij wiskunde A en C enerzijds en bij B en D anderzijds. Contexten bij wiskunde A en C hebben overwegend een didactisch en maatschappelijk karakter en worden gezocht in de belevingswereld van leerlingen en in maatschappelijke situaties of levenswetenschappen – denk aan populatiedynamica en exponentiële groei. De kracht van wiskundige concepten kan blijken uit hun toepasbaarheid in diverse contexten. Bij wiskunde B en D zijn wiskundige en toegepaste contexten van belang die bijdragen aan de versterking van interne structuur en samenhang van de verschillende onderdelen van de wiskunde. In dit verband pleit de commissie voor een beperkt aantal diep uitgewerkte contexten, die een intuïtief denkmodel vormen bij een concept of methode; vergelijk de paradigmatische voorbeelden, Freudenthal, 1978. Zulke contexten zijn afkomstig uit natuurwetenschappelijke domeinen zoals bijvoorbeeld mechanica of optica. Daarnaast zijn er didactische contexten die sterk gestileerd kunnen zijn zonder aan kracht te verliezen; denk bijvoorbeeld aan het vaasmodel in de kansrekening. In het algemeen kan bij wiskunde B en D, zeker op het vwo, directer op abstractie worden afgestevend.

Ook de rol van contexten bij het centraal examen verdient heroverweging. De contexten in de huidige examens wiskunde B zijn – met uitzondering van kansrekening en statistiek – soms irrelevant voor de getoetste kennis en vaardigheden; zulke contexten verlenen de examenvragen geen extra betekenis of zin, maar leiden af en maken het de kandidaat lastiger (Kleijne, 2006). Voor wiskunde B, en op termijn mogelijk voor wiskunde D, pleit de commissie er daarom voor buitenwiskundige contexten alleen te gebruiken wanneer de aard van de opgave daar specifiek om vraagt.

### De plaats van ICT

In samenleving en beroepspraktijk heeft ICT een steeds grotere plaats, die het onderwijs niet kan en mag negeren. Maar wat is de rol van ICT in het leerproces? De inzet van moderne ICT-middelen in het wiskundeonderwijs bevindt zich in de beginfase. De ervaringen met de invoering van de grafische rekenmachine zijn niet alleen positief: mede door de beschikbaarheid van de grafische rekenmachine is de toetsing van algebraïsche vaardigheden op het Centraal Examen in het verleden onvoldoende uit de verf gekomen, al geven de examens wiskunde B1 en B12 van 2006 een gunstiger beeld. De commissie adviseert dan ook om de rol van dit apparaat bij het huidige CE te herbezielen.

In de visie van de commissie dienen ICT-gereedschappen in handen van de leerling als verrijking en verdieping. Geavanceerde ICT-tools kunnen werk uit handen nemen en concentratie op hoofdzaken bevorderen. Het is echter van groot belang dat hiervan geen negatieve invloed uitgaat op de beheersing van basisvaardigheden. Voldoende basisvaardigheid en parate kennis zijn onontbeerlijk voor het wiskundig inzicht en voor een efficiënte probleemaanpak. Het ICT-gebruik dient gericht te zijn op ‘use to learn’ in plaats van ‘learn to use’. Een aantal fundamentele vragen is echter nog niet beantwoord. Hoe kunnen leerlingen bijvoorbeeld leren ICT op een verstandige manier bij het wiskundige werk te betrekken, zeg maar ‘use to apply’? Hoe gaan ‘learn to use’ en ‘use to learn’ op een natuurlijke manier hand in hand en zijn ze aanleiding tot het verwerven van wiskundig inzicht en vaardigheid? Daarnaast is het onderscheid tussen rekenmachine en computer snel aan het vervagen. Er is alle reden om aan te nemen dat in 2010 draagbaar materieel gebruikt zal kunnen worden dat meer lijkt op de huidige computers dan op de huidige grafische rekenmachine. De vraag is hoe de onderwijspraktijk daarvan het best kan profiteren. Om deze en andere vragen te beantwoorden zijn toegepaste didactisch onderzoek en goed gecontroleerde onderwijsexperimenten noodzakelijk die leiden tot een eenduidige wijze van inzet en bijbehorende nomenclatuur.

### Het belang van vaardigheden

In het visiedocument worden de kernconcepten getal, formule, functie, verandering, ruimte en toeval onderscheiden. Als centrale denkactiviteiten worden genoemd modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen. Het concept 'formule' en de activiteit 'formules manipuleren' staan sterk in de belangstelling, onder andere vanwege klachten uit het vervolgonderwijs over het gebrek aan vaardigheden op dit punt. Het omgaan met algebraïsche formules en expressies is een belangrijke vaardigheid, die echter zelden geïsoleerd op zichzelf staat. Het gericht omvormen van formules vraagt om inzicht in de structuur van de formule en om zicht op het te volgen oplossingsproces als geheel. In dit verband wordt van 'symbol sense' gesproken (Arcavi, 2005). Onderzoek toont aan dat dergelijk inzicht zich niet eenvoudig laat verwerven en toepassen en dat het variabele begrip hierin een grote rol speelt (Malle, 1993). Daarnaast dient de leerling over handma-

tige vaardigheden te beschikken om deze processen correct uit te voeren. Het gaat dus om een combinatie van 'symbol sense' en formulevaardigheid.

Het huidige onderwijs schiet op beide aspecten tekort. Veel leerlingen beheersen de algebraïsche basistechnieken (rekenen met machten, wortels en breuken, werken met haakjes, ontbinden in factoren, rekenen met rationale uitdrukkingen) niet meer met de hand; daarnaast kunnen velen niet inzichtelijk omgaan met variabelen, formules en vergelijkingen.

Formulevaardigheid dient inzichtelijk verworven te worden en moet dan op een routineniveau uitgevoerd kunnen worden – met inzicht, gegeneraliseerd, doelbewust, snel en zonder haperen. Per schooltype en wiskundevak wordt een repertoire aan basistechnieken voor het aanpakken van echte problemen en het zinvol inzetten van apparatuur vastgesteld, waarover leerlingen moeten beschikken. Dit repertoire moet afzonderlijk worden getoetst op een hoog niveau van beheersing. Ook op de centrale examens moeten dergelijke vaardigheden aan de orde komen.

### Veranderingen in de onderbouw

De uniformiteit in gemeenschappelijke doelen, niveaus en wiskundige inhoud, waarvan de basisvorming indertijd uitging, is slecht gebleken voor de ontwikkeling van de talenten van leerlingen van met name havo en vwo. Deze krijgen in de onderbouw te weinig kansen om vaardigheden te ontwikkelen en inzicht te verwerven in de onderliggende wiskundige concepten. Dit is één van de oorzaken van de slechte aansluiting van onderbouw op bovenbouw. Bovenop de gemeenschappelijke doelen van algemeen wiskundeonderwijs voor de gehele populatie van 12-16 jaar moeten er dan ook duidelijke differentiële doelen komen voor (delen van) de groep havo-vwo leerlingen. Dit bevordert de aansluiting op de bovenbouw en ontwikkelt de talenten van leerlingen beter dan nu het geval is. Wiskunde kent, ook als schoolvak, een sterk gestapelde structuur. Elk nieuw concept bouwt voort op het gebruik van en inzicht in eerder geleerde begrippen. Vandaar het belang van zorgvuldig vormgegeven doorlopende leerlijnen. In het bijzonder

## AANKONDIGING /

## DOE MEE AAN TIMSS-ADVANCED 2008

Hoe goed scoren onze bèta-leerlingen aan het einde van het vwo ten opzichte van andere landen? Deze vraag staat centraal in *TIMSS-Advanced*.

Sinds 1995 meet 'Trends in International Mathematics and Science Study' (TIMSS) elke vier jaar de leerprestaties van leerlingen in de exacte vakken in het basis- en voortgezet onderwijs. Tot nu toe hebben Nederlandse leerlingen het in TIMSS heel goed gedaan. Nederland staat zowel voor rekenen en wiskunde als voor de natuurwetenschappelijke vakken in de top tien van de best presterende landen. Het instroomniveau van studenten die met een exacte studie beginnen, blijkt echter niet altijd overeen te komen met de verwachting van universiteiten en hogescholen.

Om meer te weten te komen over het niveau van vwo-eindexamenleerlingen in de exacte vakken neemt Nederland in 2008 voor de eerste keer deel aan het internationale project *TIMSS-Advanced*. 'Advanced' verwijst naar de doelgroep: leerlingen die op het meest gevorderde niveau eindexamen doen in wis- en natuurkunde. In elk deelnemend land wordt een toets afgenomen en informatie verzameld over de leercontext. Binnenkort zullen zo'n 270 vwo-afdelingen benaderd worden om in het vroege voorjaar van 2008 de wiskunde- of de natuurkundetoets af te nemen. De Universiteit Twente kijkt alle toetsen na en informeert uiteraard de scholen over de resultaten. *TIMSS-Advanced* zal niet alleen meer duidelijkheid geven over hoe goed Nederlandse vwo-leerlingen in wis- en natuurkunde zijn ten opzichte van vergelijkbare leerlingen in andere landen, maar zal ook meer inzicht geven in de knelpunten die scholen, docenten en leerlingen in deze vakken tegenkomen.

### Verdere informatie

Meer informatie over *TIMSS-Advanced* is te vinden op <http://timss.gw.utwente.nl>.

*TIMSS-Advanced* is een NWO/PROO-onderzoek.

Projectleider: dr. Martina Meelissen, Faculteit Gedragwetenschappen, Universiteit Twente.

E-mailadres: [m.r.m.meelissen@gw.utwente.nl](mailto:m.r.m.meelissen@gw.utwente.nl)

betekent dit dat deze lange leerlijnen al moeten aanvangen in de nieuwe onderbouw. Hetzelfde geldt voor de routinematig te beheersen vaardigheden en de parate kennis van eigenschappen en begrippen die op hun beurt weer bouwstenen vormen voor nieuw te ontwikkelen concepten. De commissie pleit dan ook voor een geleidelijke differentiatie voor wiskunde in de derde klas, zonder dat dit tot een overladen programma of onomkeerbare keuzes leidt. Geschikte onderwerpen stellen leerlingen in staat zich in klas 3 een adequaat beeld te vormen van de wiskunde in de verschillende profielen van de Tweede Fase en maken een oriëntatie op en determinatie voor de nieuwe wiskundevakken in het vierde leerjaar mogelijk.

### Vervolg

Tot zover de schets van enkele hoofdpunten uit het visiedocument. Hoe nu verder? Het is zaak de mooie maar wellicht ook wat idealistische ideeën uit het visiedocument te concretiseren en te specificeren voor de verschillende schooltypes (havo en vwo) en voor de wiskundevakken ABCD. Inmiddels is de commissie in hoog tempo bezig globale concept-examenprogramma's voor 2010 op te stellen. Dat gebeurt in programmacommissies, die bestaan uit leden van cTWO aangevuld met docenten en externe deskundigen. Daarnaast is een aantal werkgroepen actief om de plannen verder uit te werken in lesmateriaal. Afstemming met de ontwikkelingen bij andere vakken vindt plaats in de afstemmingsgroep wiskunde-natuurkunde, in het bètaoverleg waarin alle vernieuwingscommissies participeren en in de coördinatiecommissie, waarin ook OCW, CEVO en Cito zitting hebben. Ook met de uitgevers vindt regelmatig overleg plaats.

De kortetermijnplanning is dat de concept-examenprogramma's in het voorjaar van 2007 aan het veld worden voorgelegd in een zo breed mogelijke reactieronde. Op basis van de reacties worden rond de zomer nieuwe versies van de concept-examenprogramma's opgeleverd. Deze vormen de basis voor uitwerkingen in de vorm van syllabi en handreikingen, die de experimenterscholen houvast moeten bieden voor de examenexperimenten, die in het schooljaar 2008-2009 van start gaan. Al eerder, in 2007-2008, zullen de experimenten plaatsvinden.

Het is duidelijk dat cTWO voor een belangrijke taak staat die in een krap en intensief tijdschema moet worden gerealiseerd. We gaan ervan uit dat de betrokkenheid van het veld, zoals we die ervaren, ook de komende tijd bijdraagt aan de totstandkoming van vernieuwd wiskundeonderwijs in de Tweede Fase.

### Websites

- [www.ctwo.nl](http://www.ctwo.nl)
- [www.digischool.nl/wi/wiscoml/examenprog-2007.htm](http://www.digischool.nl/wi/wiscoml/examenprog-2007.htm)

### Referenties

- A. Arcavi (2005): *Developing and using symbol sense in mathematics*. In: *For the Learning of Mathematics*, 25(2), pp. 42-47.
- P. Drijvers (2006): *Wiskunde D, uitdagend en relevant*. In: *Euclides*, 81(7), pp. 327-330.
- W. Kleijne (2006): *Contexten in de examens wiskunde B*. In: *Euclides*, 82(1), pp. 20-22.
- H. van der Kooij (2006): *De wiskunde-examenprogramma's havo en vwo vanaf 2007*. In: *Euclides*, 81(7), pp. 322-326.
- H. Freudenthal (1978): *Weeding and Sowing - Preface to a Science of Mathematical Education*. Dordrecht Kluwer Academic Publishers.
- G. Malle (1993): *Didaktische Probleme der elementaren Algebra*. Braunschweig: Vieweg.

### Over de auteurs

Dirk Siersma is hoogleraar wiskunde aan het Mathematisch Instituut van de Universiteit Utrecht. Hij schrijft dit artikel als voorzitter van de commissie Toekomst WiskundeOnderwijs.

Paul Drijvers is senior onderwijsontwikkelaar bij Fisme (spreek uit fi-es-em-ee), het Freudenthal Instituut voor didactiek van wiskunde en natuurwetenschappen van dezelfde universiteit. Dit artikel schrijft hij als secretaris van de commissie Toekomst WiskundeOnderwijs.

De commissie is bereikbaar via e-mailadres [info@ctwo.nl](mailto:info@ctwo.nl) en URL [www.ctwo.nl](http://www.ctwo.nl).