

~ 1 ~

**FLANKEREND ONDERZOEK VOOR HET EXAMENPROGRAMMA WISKUNDE C  
HAVO**

Jenneke Krüger  
Curriculum onderzoek & advies  
Zwolle

September 2012

Jenneke Krüger  
leerplan onderzoek & advies  
jenneke.kruger@gmail.com

FLANKEREND ONDERZOEK VOOR HET EXAMENPROGRAMMA WISKUNDE C HAVO .....	1
Voorwoord .....	3
1 Inleiding.....	4
2 Onderzoeksmethode en planning .....	4
3 Docenten vo .....	6
3.1 De relatieve geschiktheid van (sub)domeinen .....	7
3.2 Eindtermen die niet altijd behandeld werden.....	7
3.3 Problematische eindtermen en ongeschikte eindtermen.....	8
3.4 Toe te voegen eindtermen.....	10
3.5 Samenvatting.....	10
4 Hbo.....	12
4.1 HBO-V .....	12
4.1.1 Literatuur .....	12
4.1.2 De opleidingspraktijk .....	13
4.1.3 Samenvatting.....	15
4.2 Leraar basisonderwijs (pabo).....	15
4.2.1 Bronnen .....	15
4.2.2 De opleidingspraktijk .....	16
4.2.3 Samenvatting.....	21
5 Discussie en advies .....	23
5.1 Doelstellingen .....	23
5.2 Afstemming binnen het curriculum van havo.....	25
5.3 Advies .....	25
Bronnen.....	26
Bijlagen.....	27

## Voorwoord

Dit rapport is de weergave van een beperkt onderzoek naar

- de ervaringen van docenten wiskunde met onderwijs aan havo-leerlingen in profiel Cultuur en Maatschappij;
- de wensen van docenten hbo wat betreft het niveau voor rekenen-wiskunde van beginnende studenten in de studierichtingen hbo-v en pabo.

Het doel van dit rapport is het geven van aanvullende informatie aan de programma commissie die op verzoek van OCW het concept examenprogramma wiskunde C voor havo formuleert. Het onderzoek is uitgevoerd op verzoek van de SLO.

Dit onderzoek zou niet op deze manier mogelijk zijn geweest zonder de bijdragen van een aantal mensen, die ik hierbij wil bedanken voor hun inzet. Met betrekking tot hoofdstuk 3.

Alle docenten die zo vriendelijk waren de digitale enquête in te vullen; Gemma Corbala en 'last but not least' Marco Zocca, zonder wiens enthousiaste en deskundige inzet niet zo veel en zo snel data verzameling plaats had kunnen vinden.

Met betrekking tot hoofdstuk 4.

Gertie Jonker en Patricia Jorritsma, voor de waardevolle informatie over de wensen voor rekenen-wiskunde aan studenten van opleidingen verpleegkunde en medische hulpverlening.

Ronald Keijzer, Marjolein Kool, Francis Meester en An te Selle, voor de waardevolle inzichten in de wensen voor en ontwikkelingen binnen rekenen-wiskunde op de pabo.

Jenneke Krüger

## 1 Inleiding

Havoleerlingen met profiel C&M hoeven sinds augustus 2007 geen wiskunde in hun vakkenpakket op te nemen, ze mogen wel wiskunde A of B volgen, mits de school het toestaat. Van 1998 tot 2007 was voor deze leerlingen wiskunde A1, afgesloten met een schoolexamen, verplicht. Bij nader inzien wordt het ontbreken van wiskunde in het curriculum voor deze groep onwenselijk geacht: alle havoleerlingen moeten een examenprogramma wiskunde volgen. Begin 2012 werd daarom een programma commissie samengesteld die in opdracht van de minister van OCW een concept examenprogramma wiskunde C voor het havo profiel C&M ontwikkelt. In het ontwikkelplan wiskunde C havo (SLO en cTWO, 22 februari 2012) is opgenomen dat een flankerend onderzoek uitgevoerd wordt. Dit onderzoek heeft betrekking op twee aspecten.

- 1) Een verkenning van de mogelijkheden voor de wiskundig zwakste groep leerlingen in havo.
- 2) Een verkenning van de wensen van het afnemend veld voor deze leerlingen.

Het flankerend onderzoek vond volgens planning plaats parallel met de werkzaamheden van de programmacommissie, van maart tot oktober 2012. In het ontwikkelplan wiskunde C havo zijn de volgende onderdelen gespecificeerd.

1. Een studie van de doelgroep, de leerlingen, middels raadpleging van docenten die in de periode 1998-2007 havo wiskunde A1 hebben gegeven.
2. Een probleemanalyse van het afnemende veld, in eerste instantie pabo en hbo-v opleidingen. Wat zijn precies de wiskundige vaardigheden die eerstejaars studenten horen te beheersen? Wat zijn eisen, wat zijn wensen?
3. Het identificeren van de moeilijkste onderwerpen van het concept curriculum.

NB! Raadpleging van de doelgroep zelf, leerlingen van havo zonder wiskunde en eerstejaars studenten pabo en hbo-v, is niet opgenomen in het ontwikkelplan.

## 2 Onderzoeksmethode en planning

Teneinde de programma commissie gelegenheid te bieden de resultaten van dit onderzoek in het concept examenprogramma wiskunde C te verwerken, is afgesproken dat het onderzoek versneld zal plaatsvinden, zodat de meeste resultaten begin juni bekend zouden zijn.

Ad 1 - Raadpleging van docenten vo, vond plaats van half maart tot half april, in de vorm van een digitaal survey onder docenten die in de periode 1998 – 2007 wiskunde A1 hebben onderwezen. De survey is opgezet in nauwe samenwerking met medewerkers van de afdeling Evaluatie van de SLO. De enquête is opengesteld op 30 maart, in het daar op volgend weekend (31 maart, 1 april) is er een oproep tot deelname geplaatst in de wiskundeBrief

en via LinkedIn groepen. Docenten hadden tot en met 16 april, d.w.z. twee weken, de tijd om de vragenlijst in te vullen.

De survey had betrekking op de eindtermen van de domeinen B tot en met E van het oude examenprogramma havo wiskunde A1, (zie Bijlage 1 Eindtermen havo wiskunde A1). Er waren zowel gesloten als open vragen. Zie Bijlage - Overzicht survey.

Na een beperkt aantal inleidende vragen werden per subdomein de genummerde eindtermen getoond. De volgende vragen werden voor elk subdomein gesteld.

*1a. In welke mate kwamen de eindtermen bij het subdomein X aan bod?*

*1b. Als niet alle eindtermen elk jaar behandeld werden, geef dan kort de reden aan.*

*2a. Hoe problematisch hebben de leerling het subdomein X ervaren?.*

*2b. Welke eindtermen gaven problemen? (nummer uit de lijst)*

*3a. Hoe geschikt vindt u het subdomein X voor havo leerlingen met profiel C&M?*

*3b. Welke van de eindtermen hierboven zou u niet willen opnemen in wiskunde C voor havo? Geef kort de reden(en) aan.*

*4. Welke onderwerpen (eindtermen) zou u willen toevoegen in een subdomein X? Geef kort de reden(en) aan.*

Het programma havo wiskunde A1 bevat 10 subdomeinen, er waren dus 10 series vragen te beantwoorden.

Tot slot waren er twee vragen over nieuwe onderwerpen voor wiskunde C.

*A. Welke onderwerpen die niet in dit examen programma voorkomen en nog niet door u genoemd zijn zou u aanbevelen voor havoleerlingen met profiel C&M?*

*B. Om welke reden beveelt u deze onderwerpen aan? (Denk aan studeerbaar, doorstroomrelevant, vinden ze interessant, .....)*

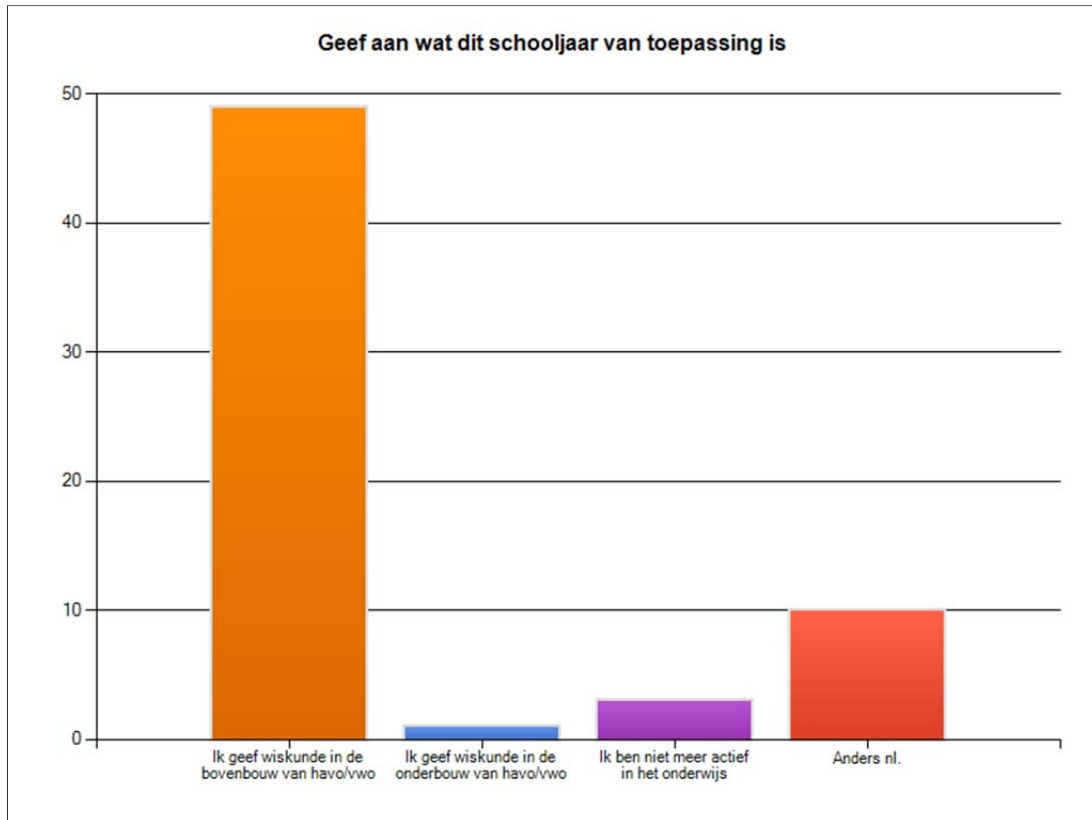
Ad 2 – Probleemanalyse van het afnemend veld, gepland in april.

Dit vond plaats middels literatuuronderzoek en bevraging van docenten en/of coördinatoren van relevante opleidingen. Het betreft docenten hbo, in eerste instantie van opleidingen verzorging en leraar basisonderwijs. Met deze groep moest individueel contact gelegd worden, het was gezien de korte tijd waarin onderzoek moest plaatsvinden niet mogelijk om alle opleidingen die havo leerlingen zonder wiskunde toelaten, te benaderen.

Ad 3 – Over de moeilijkheidsgraad van onderwerpen zijn vragen in de survey opgenomen.

### 3 Docenten vo

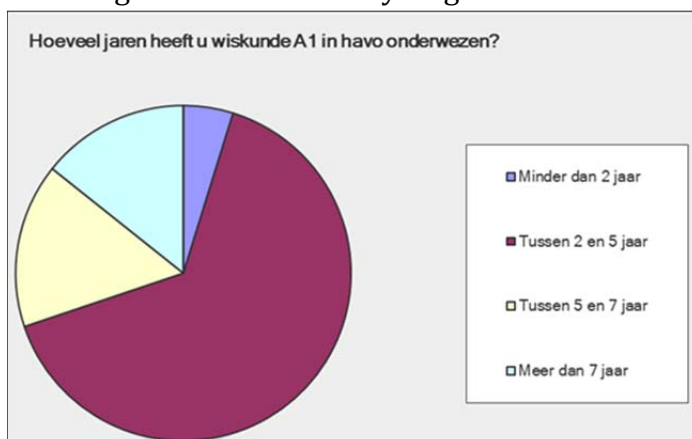
Het survey voor docenten is geheel of gedeeltelijk ingevuld door 63 personen, waarvan 32% vrouw en 68% man. De meeste respondenten, 95%, waren in april 2012 nog actief in het onderwijs (figuur 1).



Figuur 1 Relatie tot onderwijs, april 2012.

Alle respondenten vulden in dat ze in havo wiskunde A1 hebben gegeven, 65% tussen 5 en 7 jaar en 4,6% minder dan 2 jaar (figuur 2).

Hoewel getracht is de survey zo gebruikers vriendelijk mogelijk te maken,



hield toch ongeveer de helft van de respondenten voortijdig op met invullen.

In totaal hebben 32 respondenten alle vragen over eindtermen beantwoord. Van deze groep gaven 23 respondenten aan nu wiskunde A te geven in havo.

Figuur 2 Aantal jaren onderwijs in havo wiskunde A1 Er is minimaal vijf jaar verlopen sinds de docenten het havo programma wiskunde A1 onderwezen. Men mag verwachten dat herinneringen niet altijd even scherp zijn, soms gaven docenten dat zelf aan.

In de volgende paragrafen worden de hoofdzaken van de resultaten van de survey weergegeven op het niveau van subdomeinen en van eindtermen. Meer gedetailleerde informatie is opgenomen in de bijlagen. Bijlage - Overzicht survey - geeft een overzicht van het aantal respondenten per vraag en de relatieve verdeling over de verschillende antwoord mogelijkheden. Bijlage 1 - Eindtermen van examenprogramma havo wiskunde A1 - bevat de genummerde eindtermen van domein B tot en met E.

### 3.1 De relatieve geschiktheid van (sub)domeinen

*3a. Hoe geschikt vindt u het subdomein X voor havo leerlingen met profiel C&M?*

Zie Bijlage 2 - Geschiktheid van subdomeinen.

De volgende subdomeinen werd door een meerderheid van de respondenten zeer geschikt, dan wel matig geschikt geacht voor leerlingen in havo C&M. Geen enkel subdomein werd door een meerderheid niet geschikt geacht.

#### **Zeer geschikt**

Domein Veranderingen

subdomein Tabellen (92,5%)

subdomein Grafieken (62,2%)

Domein Statistiek

subdomein Populatie en Steekproef (80,6%)

subdomein Statistische gegevens (94,1%)

subdomein Normale verdeling (67,6%)

Domein Verbanden

subdomein Lineaire verbanden (56,3%)

#### **Matig geschikt**

Domein Veranderingen

subdomein Veranderingen (63,9%)

Domein Tellen en Kansen

subdomein Tellen en Kansen (61,1%)

Domein Verbanden

subdomein Formules met twee of meer variabelen (54,5%)

subdomein Exponentiële verbanden (46,9%)

#### **Ongeschikt**

Opmerkelijk is dat een relatief hoog percentage (20,6%) aangaf het subdomein *Normale verdeling* niet geschikt te vinden, terwijl een meerderheid van bijna 68% dit subdomein juist zeer geschikt vond. Dit zou kunnen wijzen op een verschil in behandeling van dit onderwerp. Het subdomein *Formules met twee of meer variabelen* werd door een nog hoger percentage docenten ongeschikt geacht (30,3%). Ook het subdomein *Exponentiële verbanden* werd door een relatief hoog percentage respondenten ongeschikt geacht (18,8%).

De overige subdomeinen werden door hoogstens enkele docenten ongeschikt geacht (0% tot 8,3%).

### 3.2 Eindtermen die niet altijd behandeld werden

*1a. In welke mate kwamen de eindtermen bij het subdomein X aan bod?*

*1b. Als niet alle eindtermen elk jaar behandeld werden, geef dan kort de reden aan.*

De meest genoemde redenen om eindtermen niet te behandelen zijn:

- tijdsdruk, vaak in combinatie met moeilijkheidsgraad;
- het onderwerp werd in het vijfde leerjaar behandeld en A1 had les samen met A1,2 (het programma van A1 werd meestal aan het eind van het vierde leerjaar afgesloten);
- het onderwerp was niet zinvol voor deze groep.

Ook werden specifieke eindtermen benoemd, deze worden meegenomen in **3.3**.

Voor elk subdomein gaven minstens twee respondenten aan niet alle eindtermen altijd behandeld te hebben. Gezien de gewoonte om wiskunde A1 alleen in het vierde jaar in te roosteren, zodat het vak op tijd afgesloten kon worden, is dit niet verwonderlijk. Niet behandelen van een eindterm ging vaak, maar niet altijd samen met het problematisch vinden van een eindterm, zie 3.3.

### **3.3 Problematische eindtermen en ongeschikte eindtermen**

*2a. Hoe problematisch hebben de leerling het subdomein X ervaren?.*

*2b. Welke eindtermen gaven problemen?*

*3b. Welke van de eindtermen hierboven zou u niet willen opnemen in wiskunde C voor havo?*

Zie Bijlage 3 - Problematische eindtermen en te schrappen eindtermen.

Toelichtingen op ervaren problemen zijn opgenomen in Bijlage 4 -

Opmerkingen van docenten bij problematische eindtermen.

De antwoorden op de vraag hoe problematisch leerlingen een bepaald *subdomein* vonden leverden weinig bruikbare informatie. Voor elk subdomein gaven enkele docenten aan dat geen enkele eindterm problemen opleverde, anderen dat een klein aantal eindtermen vaak problemen op leverde, dat veel eindtermen vaak problemen op leverden, en enkelen dat alle eindtermen problematisch waren. Meestal gaf de meerderheid aan dat een klein aantal eindtermen vaak problemen opleverde.

Dit komt overeen met de reacties op de vraag *welke* eindtermen problemen gaven. Slechts enkele eindtermen, in de subdomeinen Grafieken, Populatie en Steekproef en in Statistische gegevens, werden geen enkele keer problematisch genoemd.

De eindtermen die het meest genoemd werden (door minimaal 39%) als problematisch zijn de volgende.

Subdomein Grafieken (n = 23).

17 Gebieden begrensd door grafieken interpreteren en gebruiken om beslissingen te nemen (49%).

16 Conclusies trekken uit grafieken in verband met ongelijkheden (39%).

Beide eindtermen werden door enkele docenten ook genoemd als niet behandeld (**3.2**), Twee respondenten gaven voor beide eindtermen aan dat ze ongeschikt zijn voor het programma wiskunde C. Echter ook voor de



eindtermen 9, 13, 14 en 15 uit het subdomein Grafieken gaven docenten aan dat ze ongeschikt zijn voor wiskunde C, hoewel deze niet zo vaak als problematisch werden genoemd.

Subdomein Veranderingen (n = 23).

21 Veranderingen beschrijven en vergelijken met behulp van differenties, differentiequotienten of hellingscoëfficiënten (74%).

22 Een toenamendiagram bij een gegeven grafiek of tabel tekenen en daaruit conclusie trekken (65%).

Over beide eindtermen oordeelde 39% bovendien dat ze ongeschikt zijn voor de doelgroep.

Subdomein Tellen en kansen (n = 19).

30 Bij telproblemen vaststellen of er sprake is van rangschikken met herhaling of van rangschikken zonder herhaling (68%).

29 Het aantal routes in een rooster berekenen, bijvoorbeeld met de driehoek van Pascal (53%).

28 Naar aanleiding van een tekst voor een telprobleem een geschikte visualisatie kiezen zoals een boomdiagram, een wegendiagram of een rooster en daarmee het probleem oplossen (42%).

Geen van deze eindtermen werd genoemd bij de niet behandelde eindtermen. Wel werden daar 24 en 27 genoemd, waarvoor veel minder docenten aangaven ze problematisch te vinden. Voor bijna alle eindtermen uit dit domein gaven tussen een en acht docenten aan dat ze ongeschikt zijn voor wiskunde C.

Subdomein Populatie en steekproef (n= 13).

34 Toevalsmechanismen gebruiken voor het nemen van een aselechte steekproef (77%).

Dit was tevens de enige eindterm uit dit subdomein die ongeschikt werd bevonden voor wiskunde C. Samen met eindterm 32 werd deze eindterm ook genoemd bij de niet behandelde lesstof.

Subdomein Statistische gegevens (n = 12).

43 De relevantie afwegen van elk van de genoemde centrummaten en spreidingsmaten binnen de context (75%).

42 Statistische gegevens samenvatten met behulp van de centrummaten gemiddelde, modus en mediaan en de spreidingsmaten spreidingsbreedte, kwartielfstand en standaardafwijking (58%).

Eindtermen 41 en 43 werden genoemd als niet altijd behandeld. Vier eindtermen werden door een of twee docenten ongeschikt geacht voor wiskunde C.

Subdomein Normale verdeling (n = 17).

47 Een normale verdeling met (geschat) gemiddelde  $m$  en (geschatte) standaardafwijking  $s$  vertalen naar de standaardnormale verdeling en voor berekeningen standaardnormale tabellen (of een overeenkomstige functie op de rekenmachine) hanteren (65%).

46 De twee vuistregels hanteren voor het percentage afwijkingen van het gemiddelde in relatie tot de standaardafwijking bij een normale verdeling (41%).

Eindterm 47 was niet altijd behandeld.

Subdomein Formules met twee of meer variabelen (n = 20).

49 Een formule opstellen aan de hand van andere formules (45%).  
Eindtermen 49 en 50 waren niet altijd behandeld en werden door 25% niet geschikt gevonden voor wiskunde C.

Subdomein Lineaire verbanden (n = 18).

53 Waarden vinden door lineaire interpolatie en extrapolatie (50%).  
Voor dit domein werd geen enkele eindterm ongeschikt geacht voor wiskunde C.

Subdomein Exponentiële verbanden (n = 23).

60 Een formule opstellen bij een exponentieel verband tussen twee grootheden (48%).

Eindtermen 59, 60 en 61 werden niet altijd behandeld. De zelfde eindtermen vond 22 – 26% van de respondenten ongeschikt voor wiskunde C.

### 3.4 Toe te voegen eindtermen

4. Welke onderwerpen (eindtermen) zou u willen toevoegen in een subdomein X?

A. Welke onderwerpen die niet in dit examen programma voorkomen en nog niet door u genoemd zijn zou u aanbevelen voor havoleerlingen met profiel C&M?

B. Om welke reden beveelt u deze onderwerpen aan? (Denk aan studeerbaar, doorstroomrelevant, vinden ze interessant, ....)

In Bijlage 5 - Toe te voegen onderwerpen per subdomein - zijn de door docenten genoemde onderwerpen per subdomein opgenomen. Docenten noemden niet alleen nieuwe onderwerpen, ze gaven ook didactische voorkeuren aan en redenen om gebruik te maken van bepaalde software. ICT in het algemeen werd een aantal keren genoemd, evenals Excel in het bijzonder. Er werden door sommige docenten bedenkingen geuit tegen het gebruik van de grafische rekenmachine.

In Bijlage 6 - Toe te voegen geheel nieuwe onderwerpen - is een overzicht opgenomen van onderwerpen en van de redenen om onderwerpen op te nemen. Op deze vraag noemden 17 respondenten een of meer onderwerpen die niet in het programma wiskunde A1 voor kwamen.

- Rekenen, eventueel inclusief het gebruik van Excel (doorstroomrelevant en ter voorbereiding op de rekentoets).
- Meetkunde, zowel vlakvulling (studeerbaar) als ruimte meetkunde (doorstroomrelevant).
- Geschiedenis van wiskunde, wiskunde en kunst (past bij het profiel, doorstroomrelevant).
- Grafen en matrices, lineair programmeren (goed studeerbaar).
- Eenvoudig logisch redeneren, toegepast op actuele situaties, toegepaste wiskunde in de sociale wetenschappen (algemene voorbereiding op hbo).
- Beschrijvende statistiek (doorstroomrelevant).
- Logica (geen reden gegeven).

Docenten verwezen een aantal keren in positieve zin naar het programma van wiskunde C voor vwo.

### 3.5 Samenvatting

1 - Geschiktheid van subdomeinen (3.1, Bijlage 2).

Jenneke Krüger  
leerplan onderzoek & advies  
jenneke.kruger@gmail.com

Op het niveau van subdomeinen was er voor geen enkel subdomein een meerderheid die het betreffende subdomein helemaal ongeschikt vond. Een relatief groot percentage gaf aan de volgende subdomeinen **ongeschikt** te vinden: *formules met twee of meer variabelen, de normale verdeling en exponentiële verbanden*. Een meerderheid gaf echter aan de *normale verdeling* juist zeer geschikt te vinden. **Zeer geschikt** vond een meerderheid de volgende subdomeinen (in afnemende volgorde van percentage kiezers): *statistische gegevens, tabellen, populatie en steekproef, normale verdeling, grafieken en lineaire verbanden*.

De overige subdomeinen vond een meerderheid matig geschikt.

2 - Niet behandelde eindtermen (3.2).

Zoals verwacht meldden docenten dat niet alle eindtermen in elk cohort behandeld werden. Daar voor was een aantal redenen: **tijdsdruk, behandeld in het 5<sup>e</sup> leerjaar, ongeschikt voor de doelgroep** (zie 3 – Problematische eindtermen).

3 – Problematische eindtermen en ongeschikte eindtermen (3.3, Bijlage 3, Bijlage 4).

Wat betreft de moeilijkheidsgraad werden **15 van de 61 eindtermen** door een relatief hoog percentage respondenten (minimaal 39%) als **problematisch** bestempeld. Dat was niet altijd een reden om zo'n eindterm ongeschikt te vinden voor het nieuwe programma wiskunde C. De redenen voor problemen werden soms aangegeven, waarbij opvalt dat het gebruik van ict (grafische rekenmachine) zowel positief als negatief beoordeeld werd. Respondenten waren voorzichtiger over het niet opnemen van bepaalde eindtermen in het toekomstige programma wiskunde C, voor problematisch beoordeelde eindtermen gaf een kleiner aantal docenten aan ze niet geschikt te vinden.

4 – Nieuwe onderwerpen per subdomein en geheel nieuwe onderwerpen (3.4, Bijlage 5, Bijlage 6).

Per subdomein zochten respondenten uitbreiding in de richting van **praktische toepassingen** en het gebruik van ict.

Er werd door **17 docenten** een **aantal geheel nieuwe onderwerpen** voorgesteld, met als redenen doorstroomrelevantie, studeerbaar voor deze doelgroep of algemeen belangrijk.

## 4 Hbo

Het hbo telt meer dan 80 studierichtingen waartoe het diploma havo, profiel C&M, zonder wiskunde, recht op toegang geeft (Staatscourant nr. 6197, 30 maart 2012, bijlage D). De twee opleidingen waar een gebrek aan vaardigheden in rekenen/wiskunde veel problemen opleveren zijn de opleidingen verpleegkunde (hbo-v) en leraar basisopleiding (pabo).

Een overzicht van toelatingseisen en aanbevolen vakken van NHL Hogeschool, Stenden Hogeschool en Hogeschool Van Hall Larenstein (Nauta, 2009) geeft voor een aantal studierichtingen van de betreffende hogescholen aanvullende eisen of aanbevelingen voor aanvullende vakken. De opleiding hbo-v en pabo stellen geen aanvullende eisen, noch worden er aanbevelingen gegeven, ook niet wat betreft rekenen of wiskunde.

In de praktijk hanteren deze opleidingen een vorm van 'high-stakes testing'; indien een student, na herkansing, niet slaagt voor de rekentoets in het eerste jaar, volgt een bindend negatief studie advies.

De Nederlandse Vereniging van Wiskundedocenten (NVvW) heeft een Werkgroep hbo (<http://www.nvww.nl/>). Deze houdt zich tot nu toe vooral bezig met de aansluiting van havo en mbo met de hbo sectoren Techniek en Economie.

Het project Reken VOort, uitgevoerd door de NVvW en het Freudenthal Instituut (FI) gedurende 2008 -2010 richt zich op leerlingen van havo C&M die zich willen voorbereiden op de pabo. Er is lesmateriaal ontwikkeld dat aansluit bij de referentieniveaus voor rekenen (<http://www.nvww.nl/> > werkgroepen). In 2007 ontwikkelde de SLO op verzoek van OCW een eenvoudig uitgegeven herhalingsmodule rekenvaardigheden voor dezelfde doelgroep (Krüger, Van Gulik & Alink, 2008). Zowel de modules van RekenVOort als de SLO module zijn noodzakelijk gericht op gebruik in de vrije ruimte van het curriculum havo.

### 4.1 HBO-V

Het programma van de opleidingen verpleegkunde bevat vanaf het eerste jaar een stage. In het vierde jaar is specialisatie mogelijk. In de informatie op de verschillende websites ligt veelal de nadruk op het omgaan met patiënten, soms op de mogelijkheden voor carrière verbetering. In de praktijk, zowel van de opleiding als van het beroep, zijn rekenkundige competenties en het kunnen omgaan met apparatuur vaak zeer belangrijk.

#### 4.1.1 Literatuur

In de literatuur voor verpleegkunde noemen auteurs een scala aan rekenvaardigheden als noodzakelijk voor dit beroep. Jong en Koster (2007) en Kaufman, Peters & Den Boer (2009) en KBA (2011) noemen als eisen aan beginnend verpleegkundigen de volgende onderwerpen en voorbeelden.

- Getal dimensie (de globale orde van grootte kunnen schatten)
- Omzetten van inhoudsmaten en gewichten
  - kg naar g
  - g naar mg
  - mg naar mcg (microgram)
  - l naar ml

- mg naar  $\mu\text{g}$
- g naar kg
- mcg naar g
- Basisvaardigheden: optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen
  - vochtbalans
- Doseringen berekenen
  - druppelsnelheid van infuus
  - ml/uur van infuus
  - medicatie in mg / ml
  - medicatie in mmol / ml
  - medicatie in tabletten per gift
  - medicatie in mcg / ml
- Berekenen van een percentage, ook omzetten van percentage in mg/ml
- Berekenen van een oplossing
  - concentratie oplossing in mg / ml
  - toegediende mg, afgeleid van concentratie van oplossing en toedieningstijd
- Berekenen van inhoud zuurstofcilinder en aantal liters zuurstof

#### 4.1.2 De opleidingspraktijk

In gesprekken met hbo-docenten van de Hogeschool Utrecht en de Hogeschool Windesheim werden eveneens de onderwerpen die in de literatuur voorkomen, genoemd. Bovendien benoemden docenten uitdrukkelijk als onmisbare vaardigheid: *“relevante gegevens uit een tekst kunnen halen”*.

Men zou deze vaardigheid ‘analyserend lezen’ kunnen noemen. Hiermee hebben studenten veel problemen. Oorzaken zijn vermoedelijk onder meer een combinatie van gebrek aan rekenkundige competenties en de aanzienlijke hoeveelheid data die in de authentieke contexten van de opgaven voorkomen (figuur 3).

Een tweede vaardigheid die de docenten noemden is het kunnen schatten van de grootte van het gevraagde antwoord. Een docent noemde dat ‘gezond verstand gebruiken’.

Beginnende studenten zouden volgens de docenten de volgende onderwerpen moeten beheersen:

- De vier basisbewerkingen
- Procenten
- Verhoudingen
- Het metrieke stelsel
- Relevante gegevens uit een tekst kunnen halen
- Globale schatting van orde van grootte van het gevraagde antwoord.

Bij de Hogeschool Windesheim is er in het eerste jaar gedurende zeven weken een serie lessen, gevolgd door een diagnostische toets. Bij de verplichte toets moeten studenten bij elk van de 10 opgaven niet alleen het antwoord met de berekening geven, maar ook aangeven of het antwoord naar hun mening waarschijnlijk correct is of niet, met toelichting (figuur 3).

In verband met een urineweginfectie krijgt Joukje Smit het antibioticum Vibramicyne toegediend. Zij is 11 jaar en weegt 31 kg. Per kg lichaamsgewicht krijgt zij 4 mg Vibramicyne. Het medicijn zit in een ampul en deze bevat 100 mg/ 5 mL.

- Hoeveel mL dien je toe?
- Is dit antwoord goed of fout? Licht kort toe.

Figuur 3 Toetsvraag Hogeschool Windesheim

Ook hier krijgen de studenten opdrachten met contexten uit de beroepspraktijk, waarin dus voor de berekening overbodige informatie staat. De gewone rekenmachine mag gebruikt worden ter ondersteuning. Studenten hebben moeite met hoofdrekenen, analyserend lezen, controleren van stappen, en transfer van de rekenprocedure naar een andere context. Goed kunnen rekenen is in de praktijk van verpleegkunde een eigenschap die bijdraagt aan de kwaliteit van de gezondheidszorg. Voor studenten verpleegkunde is het een van de vele vaardigheden die ze moeten leren beheersen. Een verwante vaardigheid die voor veel van deze studenten een grote opgave vormt is het leren omgaan met apparatuur, zoals pompen, meetapparatuur, etc.

Bij de Hogeschool Utrecht krijgen eerstejaars studenten verpleegkunde in het kader van competentiegericht onderwijs vanaf het begin van het eerste jaar verpleegkundig rekenen (figuur 4). Na een kennismakingscollege volgt een diagnostische toets. De hogeschool biedt vervolgens theorielessen en werkcolleges aan. Rekenen wordt geoefend tijdens praktijkoefeningen (vaardigheidslessen). Tijdens de bijbehorende toetsen wordt ook rekenen getoetst. Studenten krijgen realistische opdrachten, waarbij ze de gegevens voor de berekeningen zelf moeten vinden, bijvoorbeeld in het patiëntendossier.

- Voor een schildkliersuppressie onderzoek moet mevrouw de Graaf 75 microgram Levothyroxine slikken. Hoeveel tabletten geef je? Geef je antwoord in breuken. (op verpakking aangeven 0,1 mg / tablet)
- Een baby (5,4 kg) heeft bloedarmoede en krijgt hier tegen ijzerdruppeltjes. De dosering is 3 mg ijzer per kg lichaamsgewicht in 3 doses. Aanwezig zijn ijzerdruppels Ferro 66. Op het etiket staat 44 mg ijzer/ml en hier is 1 ml = 25 druppels. Hoeveel druppels geef je deze baby per keer?
- Met een spuitpomp (= continue infusie) krijgt mevrouw de Boer heparine toegediend in een dosering van 900 IE / uur. De pomp is ingesteld op 3 ml / uur. Je maakt een spuit klaar van 48 ml. Aanwezig zijn ampullen Heparine 25.000 IE / 5 ml. Hoeveel ml Heparine heb je nodig voor deze spuit?

Figuur 4 Opgaven rekenen eerste jaar Verpleegkunde (Jorritsma, 2007)

Correcte antwoorden voor de berekeningen geven is voorwaardelijk voor het slagen voor de toets. Gewone rekenmachines mogen gebruikt worden, grafische rekenmachines zijn niet toegestaan. In de loop van het jaar is er een verplichte rekentoets. Voor een proeftoets Medisch Rekenen zie Bijlage 7.

#### **4.1.3 Samenvatting**

Onderwerpen uit rekenen/wiskunde die beginnende studenten in de studierichting verpleegkunde moeten beheersen zijn de volgende.

- De vier basisbewerkingen
- Procenten
- Verhoudingen
- Het metrieke stelsel

*Het is voor de studierichting verpleegkunde dringend gewenst dat binnenkomende studenten:*

- *rekentechnieken relatief moeiteloos beheersen;*
- *relevante informatie uit complexe contexten kunnen destilleren en gebruiken;*
- *in verschillende contexten overeenkomstige rekenprocedures kunnen herkennen;*
- *een beredeneerde schatting kunnen maken van de orde van grootte van het gezochte antwoord van een berekening.*

## **4.2 Leraar basisonderwijs (pabo)**

Pabostudenten gaan vanaf het eerste jaar op stage. Na de propedeuse volgt de hoofdfase waarin studenten zich kunnen specialiseren, bijvoorbeeld in het lesgeven aan een bepaalde leeftijdsgroep of als vakcoördinator. In het laatste jaar kunnen de studenten als lio (leraar in opleiding) op een school aan het werk gaan. Dit kan een stage zijn of een betaalde een betaalde positie. Daarnaast volgen studenten zelf nog wat onderwijs. In dit jaar is ook het afstudeerwerk.

### **4.2.1 Bronnen**

In *Krachtig meesterschap: kwaliteitsagenda voor het opleiden van leraren* (2008) is onder meer het volgende te vinden over rekenen (en taal).

Te veel studenten die van mbo of havo instromen in de pabo hebben moeite met rekenen en taal.

In de voorafgaande publicatie *Beleidsagenda Lerarenopleidingen 2005-2008* zijn afspraken vastgelegd over instroomtoetsen voor rekenen en taal voor pabo-studenten. Marc van Zanten, docent rekenen-wiskunde aan de pabo Edith Stein, zegt in *Krachtig meesterschap* over deze toets:

Bovendien versterkt het behalen van de toets het zelfvertrouwen van de studenten. Studenten zijn vaak onzeker over hun rekenkwaliteiten en dat weerhoudt ze ervan om een goede rekenles te kunnen geven. Tijdens de opleiding besteden we daarom extra aandacht aan versterking van het zelfvertrouwen en plezier hebben in rekenen-wiskunde. Maar het halen van de instroomtoets draagt bij aan de zekerheid van studenten over hun kwaliteiten. Toch moet je kritisch blijven over wat je kunt concluderen op basis van de instroomtoets. Die maakt misschien duidelijk of aankomende



studenten het taal- en rekenniveau van de pabo aankunnen, maar dat is lang niet hetzelfde als kunnen lesgeven in rekenen-wiskunde. Ik vind het jammer dat de toets weinig zegt over de 'gecijferdheid' van studenten. De rekenvaardigheid wordt getoetst, maar de manier van redeneren [...] blijkt niet uit de uitslag.

In *Krachtig Meesterschap* is over het eindniveau van de pabo's het volgende opgenomen.

De lerarenopleidingen leggen het vereiste eindniveau vast in een kennisbasis, eindtermen en examens voor alle vakgebieden. De pabo's beginnen met een kennisbasis voor taal en rekenen, die later wordt uitgebreid met andere vakken. Tot dit doel formuleren de pabo's voorstellen voor gezamenlijke eindtermen en toetsing middels examens en leggen die aan de minister voor. De HBO-raad heeft de handschoen al opgepakt. In de nota *Meesterschap* geeft de raad aan in het studiejaar 2009-2010 een gezamenlijke kennisbasis in te voeren voor de tweedegraadsopleidingen, in combinatie met toetsen en kennisbanken. Ook voor de pabo's sluit de HBO-raad nauw aan bij het *Actieplan LeerKracht van Nederland* en het rapport van de Commissie Meijerink.

De expertgroep Doorlopende leerlijnen Rekenen beveelt niveau 3S aan als gewenst instroomniveau voor de pabo (*Over de drempels met rekenen*, p.21, 2008).

De Onderwijsraad bracht in *Kwaliteitsborging van het eindniveau van aanstaande leraren* (2009) advies uit over kwaliteitsborging van de kenniscomponent en de plannen daarvoor van de lerarenopleidingen. In haar advies besteedde de Raad tevens aandacht aan het integrale eindniveau van lerarenopleidingen. Over de kwaliteitsborging van de kenniscomponent adviseerde de Raad eerst over toetsing en vervolgens over beschrijving van de noodzakelijke vakkennis. Het betreft toetsing van het eindniveau.

De HBO-raad besloot tot ontwikkeling van kennisbases voor lerarenopleidingen middels een projectplan *Werken aan kwaliteit* (2008). De Kennisbasis rekenen-wiskunde voor pabo (Van Zanten, Barth, Faarts, Van Gool & Keijzer, 2009) is gereed en verspreid, er wordt nu gewerkt aan centrale toetsing van een deel van de kennisbasis (Zanten, 2010).

Een bekwame docent dient goede inhoudelijke kennis van een vakgebied te hebben, in de literatuur aangeduid met Content Knowledge (CK). Een bekwame docent dient ook goede vakdidactische en pedagogische kennis, vaardigheden en inzichten te hebben, aangeduid als Pedagogical Content Knowledge (PCK), zie ook Keijzer (2010) en Vos, Braber, Roorda & Goedhart (2010). Een beginnend leraar basisonderwijs moet dus onder andere geschoold zijn in rekenen-wiskunde en in de vakdidactiek van rekenen-wiskunde. Datzelfde geldt natuurlijk voor de overige vakken die op de basisschool onderwezen worden.

#### **4.2.2 De opleidingspraktijk**

Om zicht te krijgen op de opleidingspraktijk zijn reken-wiskundedocenten van drie pabo's geïnterviewd: van Hogeschool Windesheim (Flevoland, voorheen Pabo Almere), Hogeschool Utrecht en Stenden Hogeschool. Daarnaast was er een interview met een onderzoeker op het gebied van reken- en wiskundeonderwijs, tevens een van de auteurs van de *Kennisbasis rekenen-*



*wiskunde voor de pabo* (2009) en de bijbehorende concept syllabus (verwacht in 2012).

In het eerste jaar van de pabo is er een verplichte rekentoets (WisCat), die extern geproduceerd wordt. Deze toets moet het startniveau van studenten garanderen. Het beoogde eindniveau van de pabo, ook wel het niveau van de startbekwame leraar genoemd, wordt beschreven in de *Kennisbasis rekenen-wiskunde*. Binnenkort zal een centrale eindtoets over een deel (kennis van rekenen-wiskunde) van de kennisbasis verplicht zijn, af te nemen voor het vierde studiejaar. Pabo's bepalen zelf of en welke toetsen rekenen-wiskunde er verder afgenomen worden. Daarbij moeten de onderdelen van de kennisbasis die niet in de verplichte eindtoets opgenomen worden, zoals vakdidactiek, wel getoetst worden door de pabo.

### De eerstejaars toets, WisCat

Bij de start van de opleiding nemen alle pabo-studenten deel aan een rekentoets, de WisCat rekentoets. Als zij die niet halen, krijgen zij een jaar de tijd om hun kennis bij te spijkeren. Om ervoor te zorgen dat de studenten het gewenste niveau hebben, worden voorafgaand aan de opleiding vaak voorbereidende cursussen aangeboden, zoals zomercursussen. Deze rekentoets voor eerstejaars studenten pabo is op alle hogescholen verplicht sinds 2006 – 2007.

Het doel van de toets is vaststellen welke onderdelen van rekenen de nieuwe student voldoende beheerst om de opleiding met succes te kunnen vervolgen en voor welke onderdelen dat niet geldt, in principe een diagnostische toets. WisCat wordt digitaal afgenomen, op een door de pabo te kiezen tijdstip en is adaptief, de moeilijkheidsgraad van de opgaven wordt aangepast aan het niveau van de student zoals dat uit de gegeven antwoorden blijkt. Het diagnostisch rapport geeft de student informatie over de score per onderdeel, niet per opgave. Met die informatie kan de student gericht werken aan het verbeteren van de rekenvaardigheid in onderdelen waarin hij zwak is.

De toets bestrijkt vier domeinen:

- hoofdrekenen
- basisvaardigheden
- breuken, procenten, verhoudingen en decimale getallen
- meten en meetkunde.

Cito levert de toets, de normering en de software omgeving waarbinnen de toets gemaakt wordt. De opgaven worden niet vrijgegeven.

Een student die zakt kan tijdens het eerste jaar twee keer herkansen.

Presteert de student na de derde poging nog steeds onvoldoende dan volgt een bindend negatief studieadvies aan het eind van het eerste jaar. De WisCat toets heeft dus een dubbelfunctie: een diagnostische toets en een norm voor het vereiste niveau van rekenkundige vaardigheid bij het begin van de opleiding.

Het behalen van WisCat is naar de mening van docenten een minimale voorwaarde. Het instroomniveau voor rekenen van pabostudenten zal 3F moeten zijn, dat is het algemene instroomniveau voor hbo-opleidingen. Dat

is dus lager dan het door de commissie Meyerink voor pabo voorgestelde instroomniveau van 3S (4.2.1).

### Toetsen na WisCat

Opleidingen namen en nemen zelf toetsen af ten behoeve van het eindniveau rekenen-wiskunde, bijvoorbeeld een toets gecijferdheid in het tweede jaar of toetsen over vier domeinen van de kennisbasis in het eerste jaar.

Studenten van de Pabo Almere krijgen een toets, zonder gebruik van rekenmachine of kladpapier, over tien onderdelen. Deze toets is gebaseerd op de ontworpen HBO-toets uit 1992 (figuur 5).

Onderwerp	Voorbeelden
Handig rekenen	$32 \times 5\frac{1}{8} =$ $1,25 \times 17 \times 8 =$
Schattend rekenen	Michiel rekent op zijn rekenmachine correct uit : $(457,1 : 0,015) + 1230 =$ Bij het overschrijven van het antwoord vergeet hij de komma. Hij geeft als antwoord: 31703333. Waar moet de komma staan? Laat duidelijk zien hoe je rekent.
Verhoudingen	Op de bank krijg je 879 SK (Zweedse kronen) voor €100,-. Hoeveel moet je ongeveer betalen voor 4000 SK? Laat zien hoe je tot de oplossing komt (je mag er maximaal €4,- naast zitten).
Meten	Een glastuinder in de buurt van Almere heeft kassen met een oppervlakte van ongeveer 1 hectare. De grond is verzakt en deze wil hij ophogen met 7 cm. Hoeveel kubieke meter grond heeft hij nodig?
Breuken	Geef een context bij de volgende opgave en los inzichtelijk op. $4\frac{1}{2} : \frac{1}{4} =$
Kommagetallen	Een scholier behaalt voor wiskunde de volgende vier proefwerkcijfers: 6,6 3,2 5,8 5,0 Om over te gaan moet ze gemiddeld een 5,5 halen voor wiskunde. Alle cijfers tellen even zwaar mee. Bereken op één decimaal nauwkeurig welk cijfer ze op de vijfde toets moet halen om gemiddeld op een 5,5 uit te komen.
Procenten	Vanwege de stijgende prijzen op de wereldmarkt moet een koffiefabrikant zijn prijzen aanpassen. In plaats van de prijs te veranderen kiest de fabrikant ervoor de verpakking van 250 g terug te brengen tot 200 g. Hoeveel procent is de koffie nu duurder geworden?
Cijferen	$302,7 \times 2,06 =$
Meetkunde	Zie Bijlage 8
Toepassingen	Zie Bijlage 8

Figuur 5 Voorbeelden van opgaven uit de toets gecijferdheid, pabo Almere

In Bijlage 8 is een complete toets opgenomen.

De docenten merken op dat goed kunnen rekenen niet voldoende is, essentiële vakkennis voor een docent basisonderwijs is het kunnen redeneren over oplossingsmethoden. Het belang hiervan is zichtbaar in

toetsen van een aantal pabo's. De term "rekenen als denkvak" wordt genoemd, onder verwijzing naar [www.rekenbeter.nl](http://www.rekenbeter.nl).

### De kennisbasis rekenen-wiskunde

De kennisbasis rekenen-wiskunde heeft als doel het eindniveau van rekenkundige vaardigheden vast te leggen, de kennis die een beginnend leraar basisonderwijs moet bezitten. Tevens wordt een verhoging van de kwaliteit van beginnende docenten beoogd. Een deel van de kennisbasis zal worden getoetst met een landelijke eindtoets, verplicht vanaf het studiejaar 2013 – 2014. Deze toets moet voldoende zijn voor een student lio kan worden, in het vierde jaar. Een student heeft dus twee tot maximaal drie jaar om zich deze kennis eigen te maken.

Opleidingsdocenten rekenen-wiskunde zijn positief over de grotere aandacht voor hun vakgebied. Men uit echter ook zorg over de omvang van de eisen van de eindtoets vergeleken met de overige delen van de kennisbasis, die ook getoetst moeten worden. Sommige docenten wijzen er op dat er mogelijk te weinig tijd overblijft voor het totale curriculum, een pabo opleiding is meer dan rekenen en taal. Ook zijn de beschrijvingen van (sub)domeinen in de kennisbasis tamelijk algemeen, waardoor niet duidelijk is wat het getoetste niveau zal zijn. Evenmin is de normering van de eindtoets duidelijk. Een meer gedetailleerde syllabus zal naar verwachting nog in 2012 verschijnen. De eerste proefopgaven op basis van de concept syllabus zijn verspreid. De onrust over de omvang en de mate van detail van het examen zijn hiermee niet weggenomen.

Het gaat bij de startbekwame leerkracht wat betreft rekenen zowel om de reken-wiskundige kennis (Mathematical Content Knowledge, MCK) als de vakdidactische en pedagogische kennis, vaardigheden en inzichten (Pedagogical Content Knowledge, PCK). Het is gezien de omvang van het totale curriculum van de pabo zeer gewenst dat beginnende studenten een hoog niveau van reken-wiskundige kennis (MCK) hebben, zodat de opleiding zich meer kan richten op het ontwikkelen van PCK. Voor dit rapport wordt alleen aandacht besteed aan MCK.

In de kennisbasis wordt de MCK als volgt omschreven.

Het zelf beschikken over voldoende rekenvaardigheid en gecijferdheid  
De leerkracht beheerst de leerstof voor rekenen-wiskunde van de basisschool. Hij/zij kan de reken-wiskundeopgaven niet alleen instrumenteel, maar ook inzichtelijk oplossen. In verband met doorgaande leerlijnen geldt dat ook voor de rekeninhouden van de onderbouw van het voortgezet onderwijs.

Het hier beschreven eindniveau is een voor het beroep specifieke variant van referentieniveau 3S (Expertgroep Doorlopende Leerlijnen taal en rekenen, 2008; Werkgroepen, 2009). Voor rekenen-wiskunde (MCK) wordt het eindniveau van de pabo-opleiding dus referentieniveau 3S. Voor de ontwikkeling van PCK tot het gewenste niveau voor een startbekwame docent is niveau 3S van vakinhoudelijke kennis een noodzakelijke basis. Als pas in het derde jaar de vakinhoudelijke kennis op een voldoende hoog peil is, bestaat het gevaar van te weinig tijd om de noodzakelijke vakdidactische kennis en vaardigheden te ontwikkelen.

De auteurs van de kennisbasis rekenen-wiskunde onderscheiden vijf domeinen, gebaseerd op de leerlijnen en tussendoelen in TAL en TULE en het rapport *Over de drempels met rekenen* (2008). Die vijf domeinen zijn:

- hele getallen;
- verhoudingen, procenten, breuken en kommagetallen;
- meten;
- meetkunde;
- verbanden.

In elke domeinbeschrijving komen vier aspecten aan de orde:

1. maatschappelijke relevantie;
2. kennis van rekenen-wiskunde;
3. kennis voor onderwijzen van rekenen-wiskunde;
4. verstrengeling en samenhang.

De aspecten 1, 3 en 4 leiden bij oefeningen en toetsen tot veel aandacht voor betekenis, redeneren en toepassingen.

In het kader van de doelstellingen van dit rapport komt alleen 2: kennis van rekenen-wiskunde (MCK) aan de orde (zie figuur 6).

**Kennis van rekenen-wiskunde**

- betekenissen van getallen en verhoudingen, kenmerken van het getalsysteem, gelijkwaardigheid en gelijknamigheid, redeneren en rekenen
- bewerkingen op de basisschool: optellen; aftrekken; vermenigvuldigen; en delen
- vormen van rekenen: hoofdrekenen; rekenen volgens standaardprocedures en cijferen; schattend rekenen; gebruik van de rekenmachine; bepalen welke vorm in welke situatie (het best) kan worden gebruikt.
- wiskundetaal: formele rekentaal en symbolen en informele wiskundetaal in het dagelijks spraakgebruik
- meethandelingen, meetinstrumenten, metriek stelsel, meet(on)nauwkeurigheid, grootheden en (standaard)maten, meetkunde
- verbanden, grafieken, discrete en continue situaties

Figuur 6 Kennis van rekenen-wiskunde in de vijf domeinen

Elk van de vijf onderscheiden domeinen kent een nadere verdeling, met bijbehorende omschrijving van kernconcepten, enigszins vergelijkbaar met subdomeinen in een examenprogramma. Enkele voorbeelden van deze beschrijvingen, die we subdomeinen noemen, zijn opgenomen in de figuren 7 tot 9.

**Schattend rekenen** is het globaal bepalen van de uitkomst van een berekening met afgeronde getallen. Het moet ook worden gebruikt als de benodigde gegevens niet of niet volledig beschikbaar zijn.

De startbekwame leerkracht kan bij opgaven een beredeneerde keuze maken tussen schattend rekenen en precies rekenen. Bij schattend rekenen kiest hij/zij voor passende afrondingen.

Uit: Kennisbasis rekenen-wiskunde, domein Hele getallen, p. 15

Figuur 7 Beschrijving van het subdomein Schattend rekenen

### **Meethandelingen**

Bij het meten gaat het in alle gevallen om het afpassen van een standaardmaat of een natuurlijke maat. In het dagelijks leven worden regelmatig meetinstrumenten gebruikt. Leerkrachten basisonderwijs kennen de werking van deze instrumenten en kunnen ze gebruiken. Zij zijn bijvoorbeeld in staat om met een stopwatch en meetlint de gemiddelde snelheid van een hardloper te bepalen.

Uit: Kennisbasis rekenen-wiskunde, domein Meten, p. 38

Figuur 8 Beschrijving van het subdomein Meethandelingen

**Ervaren** betekent dat meetkunde begint bij het zien en handelen, zoals bijvoorbeeld door:

- het tekenen van vierhoeken en driehoeken volgens een constructievoorschrift, met behulp van liniaal, gradenboog en passer. Bijvoorbeeld: teken een ruit met de diagonalen van 5 cm en 4 cm;
- het toepassen van transformaties. Bijvoorbeeld: draaien en verschuiven, met voorwerpen en van tekeningen.

**Verklaren** houdt bij meetkunde in: duidelijk maken, interpreteren, toelichten, uitleggen, duiden en verhelderen. Hierbij speelt beschrijven en (be)redeneren een belangrijke rol. Dit kan met taal, getallen, ruimtelijke figuren en situaties, zoals bijvoorbeeld door:

- beschrijven van richting of hoek en afstand in het platte vlak. Bijvoorbeeld: naar links of tussendoor;
- beschrijven en gebruiken van verschillende standpunten. Bijvoorbeeld: zijaanzicht en bovenaanzicht.

Uit: Kennisbasis rekenen-wiskunde, domein Meetkunde, p. 43

Figuur 9 Beschrijving van de subdomeinen Ervaren bij meetkunde en Verklaren bij meetkunde

Voorbeelden van toets items die kenmerkend zijn voor het gevraagde niveau van de kennisbasis zijn opgenomen als Bijlage 9 - Voorbeeld items toets Kennisbasis rekenen-wiskunde .

Het beoogde eindniveau zoals weergegeven in de kennisbasis en bijbehorende (concept) syllabus komt bij benadering overeen met 3S zoals geformuleerd in Over de drempels met rekenen (2008), verschillen ontstaan door de beroepsgerichte invulling van de kennisbasis.

### **4.2.3 Samenvatting**

Studenten van de pabo's moeten in hun eerste jaar slagen voor een rekentoets, die een minimum begin niveau vertegenwoordigt. De toetsopgaven en toetsomgeving worden extern verzorgd (Cito). Deze toets heeft zowel een diagnostische als een selectieve functie. Er bestaat enige twijfel over het niveau van de huidige toets, gezien de aangescherpte eisen wat betreft het eindniveau rekenen-wiskunde.

Naast de verplichte instaptoets (Wiscat) verzorgt iedere pabo zijn eigen rekentoetsen. Teneinde een gemeenschappelijk eindniveau van rekenen-wiskunde op de pabo en verhoging van de kwaliteit van beginnende docenten te verkrijgen is de kennisbasis rekenen-wiskunde ontwikkeld. De

toetsing zal plaats vinden middels een landelijke toets, voor het begin van het vierde leerjaar.

De kennisbasis gaat uit van een beginniveau 3F van rekenkundige kennis van de eerstejaars studenten. De eindtoets is op niveau 3S. Kennis van rekenen-wiskunde (MCK) is slechts één component van de kennisbasis, een aanzienlijk deel van de leerstof bestaat uit kennis van onderwijzen van rekenen, kennis van leerlijnen, maatschappelijke relevantie van de domeinen in rekenen-wiskunde en verstrengeling en samenhang van de domeinen (PCK). Kennis van rekenen-wiskunde is voorwaardelijk voor de andere componenten.

*Het is, gezien de omvang van het curriculum en de beoogde verhoging van kwaliteit van de opleiding, gewenst dat eerstejaars studenten op de pabo starten met rekenkundige kennis en vaardigheden op niveau 3S.*

Dit is ook aanbevolen in *Over de drempels met rekenen* (2008).

## 5 Discussie en advies

Het beoogde examenprogramma wiskunde C moet passen binnen de doelstellingen voor havo zoals ze in de wet voortgezet onderwijs van 1963 (wvo) verwoord zijn, het moet in overeenstemming zijn met de door de commissie Toekomst Wiskundeonderwijs (cTWO) geformuleerde doelstellingen voor de nieuwe wiskundeprogramma's en het moet passen binnen het curriculum van de havo als geheel.

### 5.1 Doelstellingen

In de wvo zijn de doelstellingen van havo als volgt vastgelegd (art. 8).

Hoger algemeen voortgezet onderwijs is het onderwijs dat is ingericht ter voorbereiding op aansluitend hoger beroepsonderwijs en dat mede algemene vorming omvat.

In haar visiedocument (2007) noemt cTWO onder andere de volgende doelstellingen:

1. wiskundige kennis met inzicht leren gebruiken in authentieke maatschappelijke, economische en sociaal-wetenschappelijke situaties;
2. kennis maken met de wiskundige denkwijze en de bijdrage daarvan aan onze samenleving. (*Rijk aan betekenis*, 2007, pp. 7, 8)

Het programma wiskunde C voor havo moet dus **doorstroom relevant** zijn (wvo, art. 8) en bijdragen aan **algemene vorming**. Gezien de kenmerken van de doelgroep en de ervaringen met wiskunde A1 in havo is het raadzaam veel zorg te besteden aan **studeerbaarheid**. De hier genoemde doelstellingen van cTWO lijken betrekking te hebben op doorstroomrelevantie en **gecijferdheid** (1) en op algemene vorming (2).

#### Doorstroomrelevantie

In het kader van doorstroomrelevantie is in dit rapport een beperkt onderzoek opgenomen naar de wensen van de studierichtingen hbo-v en leraar basisonderwijs (pabo). Dit zijn studierichtingen die wat betreft doorstroomrechten, aansluiten bij de doelgroep van het beoogde programma wiskunde C en die tijdens de studie harde eisen stellen aan studenten wat betreft rekenen-wiskunde.

Wat betreft *hbo-v* zijn voor beginnende studenten de volgende onderwerpen in rekenen-wiskunde van belang: de vier basisbewerkingen van rekenen, procenten, verhoudingen en het metrieke stelsel. Dit lijkt eenvoudig rekenen niet te boven te gaan. Echter als men de inhoud van de toetsen tijdens de studie Verpleegkunde en verwante studies en de vaak vrij strenge normering in aanmerking neemt is het duidelijk dat aan de beheersing van rekentechnieken en aan het inzichtelijk kunnen gebruiken, hoge eisen gesteld worden. Om een goede kans op succes in deze opleidingen te hebben is het van belang dat binnenkomende studenten:

- rekentechnieken relatief moeiteloos beheersen;
- relevante informatie uit complexe contexten kunnen destilleren en gebruiken;
- in verschillende contexten overeenkomstige rekenprocedures kunnen herkennen;



- een beredeneerde schatting kunnen maken van de orde van grootte van het gezochte antwoord van een berekening.

Studenten van de *pabo* moeten in hun eerste jaar slagen voor een toets rekenen-wiskunde, die extern geproduceerd en digitaal afgenomen wordt. Het gemeenschappelijk eindniveau voor alle *pabo*'s wordt vastgelegd in een landelijke kennisbasis rekenen-wiskunde. De inhoudelijke component rekenen-wiskunde zal landelijk getoetst worden, voor het begin van het vierde studiejaar, de vakdidactische kennis, de kennis van maatschappelijke relevantie en van verstrengeling en samenhang van domeinen zal door de afzonderlijke *pabo*'s worden getoetst. Voor de kennisbasis wordt een beginniveau 3F van eerstejaars studenten verondersteld, het landelijk getoetste eindniveau zal een beroepsvariant van 3S zijn. Vakinhoudelijk kennis rekenen-wiskunde is voorwaardelijk is voor de overige componenten van de kennisbasis. Het leerplan is er echter in de huidige opzet op gericht dat vakinhoudelijke kennis min of meer tegelijk met de vakdidactische en andere componenten wordt ontwikkeld. Het is gewenst dat startende studenten rekenkundige kennis en vaardigheden op een algemeen niveau 3S hebben. Studenten kunnen dan met minder moeite dan wel in kortere tijd het beroepsniveau 3S bereiken en met meer profijt de vakdidactiek, maatschappelijke relevantie en samenhang bestuderen.

### Studeerbaarheid

Om de studeerbaarheid van het examenprogramma te schatten moet men de relevante karakteristieken van de doelgroep in overweging nemen. Ietwat kort samengevat zijn dit een lage motivatie voor wiskunde, betrekkelijk lage studieresultaten in het derde leerjaar en een laag zelfvertrouwen wat betreft de eigen capaciteiten voor rekenen en wiskunde. Aan docenten met ervaring in het wiskundeonderwijs aan deze doelgroep is middels een survey een aantal vragen hierover gesteld, specifiek over het voormalige programma wiskunde A1 op havo (1998 – 2007). Er is gevraagd naar de (on)geschiktheid van de subdomeinen van dit programma voor deze doelgroep.

Zeer geschikt vond men statistische gegevens, tabellen, populatie en steekproef grafieken en lineaire verbanden.

Ongeschikt vond men formules met twee of meer variabelen, de normale verdeling en exponentiële verbanden.

De meningen waren verdeeld over de normale verdeling.

De overige subdomeinen vond een meerderheid matig geschikt.

Wat betreft de moeilijkheidsgraad werden 15 van de 61 eindtermen door een relatief hoog percentage respondenten (minimaal 39%) als problematisch bestempeld (Bijlagen 3 en 4).

Over het gebruik van de grafische rekenmachine waren de meningen verdeeld, er waren zowel enthousiaste voorstanders als zeer duidelijke tegenstanders.

Wat betreft nieuwe onderwerpen zochten de respondenten uitbreiding in de richting van praktische toepassingen en het gebruik van ict.



Er werd door 17 docenten een aantal geheel nieuwe onderwerpen voorgesteld, met als redenen doorstroomrelevantie, studeerbaar voor deze doelgroep of algemene vorming.

Een belangrijk aspect van studeerbaarheid is volgens respondenten beperking van het aantal onderwerpen en van de wiskundige diepgang.

### **Algemene vorming**

Hoewel deze doelstelling zowel door de wetgever als door cTWO genoemd wordt, is het in het kader van examenprogramma's een slecht omschreven begrip. Wiskunde, inclusief rekenen, hoort bij algemene vorming, maar wat betreft onderwerpen komt men al gauw terecht bij persoonlijke voorkeuren. Ik zal algemene vorming verder buiten beschouwing laten.

## **5.2 Afstemming binnen het curriculum van havo**

Afstemming met andere vakken binnen het curriculum is een onderwerp dat sinds de invoering van de wet op het middelbaar onderwijs (1863) genoemd en gewenst wordt. Het voert te ver om in deze studie in te gaan op de mogelijkheden en wenselijkheden van afstemming van wiskunde C met andere profiel- en algemene vakken. Eén uitzondering moet gemaakt worden voor rekenen. Rekenen is weliswaar geen apart vak in havo, echter vanaf 2013/2014 worden alle leerlingen in het voortgezet onderwijs in het eindexamen getoetst op hun beheersing van de referentieniveaus rekenen. Voor eind havo is dat niveau 3F. De vraag is hoeveel overlap gewenst is tussen referentieniveau 3F voor rekenen en het examenprogramma wiskunde C.

## **5.3 Advies**

Het is aan te bevelen in het examenprogramma wiskunde C voor havo op te nemen:

- rekenen, zo mogelijk met differentiatie naar referentieniveau 3S;
- enige meetkunde, zie ook Bijlage 6 en de kennisbasis rekenen-wiskunde van de pabo;
- beschrijvende statistiek, eventueel met een historische component, zie Bijlagen 5 en 6, kennisbasis pabo en statistieken in gezondheidszorg;
- het destilleren van de benodigde wiskundige informatie uit complexe contexten (analytisch lezen), zie hbo-v;
- het toepassen van relatief eenvoudige technieken in zeer verschillende contexten, zie hbo-v en pabo.

Daarbij gaat het niet alleen om de onderwerpen, maar ook om de wijze waarop leerlingen met wiskunde omgaan.

Analytisch denken en probleem oplossen, logisch redeneren en generaliseren zijn belangrijke activiteiten voor deze leerlingen, evenals correct en soepel leren rekenen.

## Bronnen

- Commissie Toekomst WiskundeOnderwijs (2007). *Rijk aan betekenis: visie op vernieuwd wiskundeonderwijs*. Utrecht.
- Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen (2008). *Over de drempels met rekenen*. Enschede: SLO.
- Jong, C.W. de & Koster, A.P. (2007). *Rekenvaardigheid van verpleegkundigen: Een cross-sectioneel onderzoek in vier ziekenhuizen naar de competentie in de verschillende dimensies*. Doctoraalscriptie Universiteit Maastricht en Rijksuniversiteit Groningen.
- Jorritsma, P. (2007). *Toolkit Verpleegkundig Rekenen. Vakblad voor opleiders in het Gezondheidszorgonderwijs, 1*.
- Kauffman, K.; Peters, F. & Boer, P. den (2009). *Eisen aan de beginnend verpleegkundige: algemene ziekenhuizen aan het woord*. Nijmegen: Kenniscentrum Beroepsonderwijs Arbeidsmarkt.
- KBA, namens NVZ Vereniging van Ziekenhuizen (2011). *Een kwestie van samenspel. Verpleegkundigen opleiden voor het algemene ziekenhuis*. Utrecht.
- Keijzer, R. (2010). Stand van zaken bij rekenen-wiskunde en didactiek op de lerarenopleiding basisonderwijs. *Tijdschrift voor Hoger Onderwijs 2010(1)*, 30-44.
- Krüger, J., Van Gulik, I. & Alink, N. (2008). *Rekenvaardigheden in de Tweede Fase havo als voorbereiding op Pabo*. Enschede: SLO.
- Nauta, J. (2009). *Toelatingseisen en aanbevolen vakken NHL Hogeschool, Stenden Hogeschool en Hogeschool Van Hall Larenstein*.  
<http://vo-ho.nl/wp-content/>
- Onderwijsraad (2009). *Kwaliteitsborging van het eindniveau van aanstaande leraren*.
- Vos, P., Braber, N. den, Roorda, M. & Goedhart, M. (2010). Hoe begrijpen en gebruiken docenten van de schoolvakken natuurkunde, scheikunde en economie het wiskundige concept 'afgeleide'? *Tijdschrift voor Didactiek der Wetenschappen 27(1 & 2)*, 37-62.
- Wenckebach Instituut (2008). *Werkgroepen Symposium "Mag het ietsje meer zijn?"* Universitair Medisch Centrum Groningen.
- Werkgroepen (2009). *Referentiekader taal en rekenen: de referentieniveaus*. Enschede: SLO.

Zanten, M. van, Barth, F., Faarts, J., Gool, A. van & Keijzer, R. (2009).  
*Kennisbasis rekenen-wiskunde voor de lerarenopleiding basisonderwijs*.  
Elwier/Panama

Zanten, M. van (2010). De kennisbasis rekenen-wiskunde voor pabo's -  
ontwikkeling en overwegingen. *Panamapost*, 29 (1), 3 – 16.

Urls

<https://zoek.officielebekendmakingen.nl/zoeken/staatscourant>

<http://www.fisme.science.uu.nl/ctwo/publicaties/docs/Rijkaanbetekenisweb.pdf>

<http://www.hbo-raad.nl/hbo-sectoren/pedagogisch/223>

[http://www.cito.nl/onderwijs/hoger%20onderwijs/ho\\_toetsen\\_pabo/wisca\\_t\\_pabo.aspx](http://www.cito.nl/onderwijs/hoger%20onderwijs/ho_toetsen_pabo/wisca_t_pabo.aspx)

[www.rekenbeter.nl](http://www.rekenbeter.nl)

[www.10voordeleraar.nl/](http://www.10voordeleraar.nl/)

<http://vo-ho.nl/wp-content/uploads/2010/09/Overzicht-opleidingseisen-en-aanbevolen-vakken-januari-2009.pdf>

<http://www.nvbw.nl/>

<http://pabotoetsen.webs.com/oefentoetsen.htm>

## **Bijlagen**

Bijlage - Overzicht survey

Bijlage 1 - Eindtermen van examenprogramma havo wiskunde A1

Bijlage 2 - Survey docenten havo: Geschiktheid van subdomeinen

Bijlage 3 - Survey docenten havo: Problematische eindtermen en te schrappen eindtermen

Bijlage 4 - Survey docenten havo: Opmerkingen van docenten bij problematische eindtermen

Bijlage 5 - Survey docenten havo: Toe te voegen onderwerpen per subdomein

bijlage 6 - Survey docenten havo: Toe te voegen geheel nieuwe onderwerpen

Bijlage 7 - Hbo-v: Proeftoets Medisch Rekenen

Bijlage 8 - Pabo: Toets gecijferdheid

Bijlage 9 - Pabo: Voorbeeldopgaven Kennisbasis rekenen-wiskunde