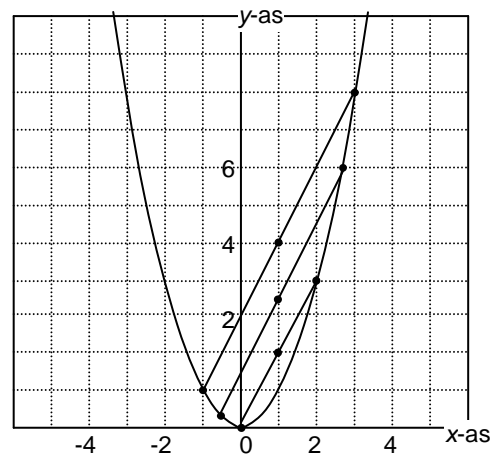


- 1 Hiernaast is de parabool met vergelijking $y = x^2$ getekend. We bekijken alle mogelijke koorden van de parabool met helling 2. (Een koorde is een verbindingslijnstuk tussen twee punten van de parabool). In het plaatje zijn er drie getekend. Ook zijn de middens van die koorden getekend.



In deze opgave bewijzen we dat de middens van die koorden op de lijn $x = 1$ liggen.

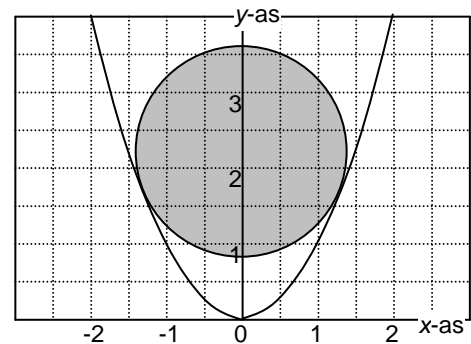
Eerst nemen we als voorbeeld de lijn k met vergelijking $y = 2x + 4$.

- Bereken exact de eerste coördinaten van de snijpunten van de parabool met k .
- Bereken exact de eerste coördinaat van het punt dat midden tussen deze snijpunten ligt.

Vervolgens nemen we de lijn met vergelijking $y = 2x + b$, voor alle mogelijke waarden van b .

- Voor welke b heeft de lijn twee snijpunten met de parabool?
- Toon aan de eerste coördinaat van het punt dat midden tussen deze snijpunten ligt 1 is.

- 2 We laten een bal in een paraboolvormige vaas vallen. Hiernaast staat een doorsnede door de as van de vaas. Er is een assenstelsel aangebracht. De parabool heeft daarin vergelijking $y = x^2$. In de doorsnede is de bal een cirkel met middelpunt op de y -as. De cirkel en de parabool raken elkaar (dat wil zeggen dat ze in een gemeenschappelijk punt dezelfde raaklijn hebben).



- Bepaal de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de parabool in het punt (a, a^2) van de parabool.
- Laat langs algebraïsche weg zien dat de het middelpunt van de cirkel $\frac{1}{2}$ hoger ligt dan een raakpunt.

- 3 Hiernaast staat de figuur die hoort bij de formule $x^3 + y^3 = 4xy$, het zogenaamde *folium van Descartes* (folium = blad).

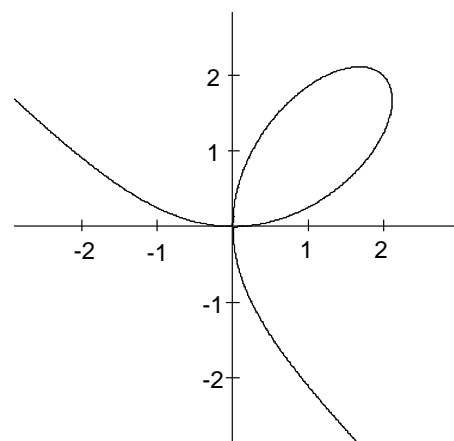
- Ga na of de punten $(2, 2)$ en $(-2, 1)$ op de figuur liggen.

De oorsprong $(0, 0)$ is een dubbelpunt van de figuur $x^3 + y^3 = 4xy$. De figuur met $(x-1)^3 + (y+2)^3 = 4(x-1)(y+2)$ heeft ook een dubbelpunt.

- Welk?

De figuur $x^3 + y^3 = xy$ is gelijkvormig met de figuur $x^3 + y^3 = 4xy$, want hij ontstaat uit $x^3 + y^3 = 4xy$ door een zekere vermenigvuldiging.

- Welke vermenigvuldiging?
- Schets de figuur $x^3 - y^3 = 4xy$. Geef een korte toelichting.



- 4 Vanuit een punt P worden de raaklijnen aan een cirkel met middelpunt M getekend. De raakpunten zijn R_1 en R_2 . Het midden van R_1 en R_2 noemen we N .

a. Bereken MN als $MP=6$ en de straal van de cirkel $\sqrt{6}$ is.

De lijn door de raakpunten heet de poollijn van P ten opzichte van de cirkel.

Een vergelijking van de poollijn

In een assenstelsel is de cirkel met vergelijking $x^2 + y^2 = r^2$ getekend en de poollijn van een punt A ten opzichte van de cirkel. Neem aan dat A het punt $(3,4)$ is.

Bekijk de lijn met vergelijking $3x + 4y = r^2$.

Zeg dat R_1 de coördinaten (x_1, y_1) heeft.

b. Geef een vergelijking van de raaklijn in R_1 aan de cirkel.

c. Waarom geldt: $3 \cdot x_1 + 4 \cdot y_1 = r^2$?

d. Leg uit dat $3x + 4y = r^2$ een vergelijking van de poollijn van A is.

In het algemeen heeft de poollijn van een punt $P(x_P, y_P)$ ten opzichte van de cirkel $x^2 + y^2 = r^2$ vergelijking: $x_P \cdot x + y_P \cdot y = r^2$.

We keren terug naar vraag a.

e. Kies een handig assenstelsel aan met M als oorsprong. Bereken vervolgens MN met behulp van een vergelijking van de poollijn van P .

