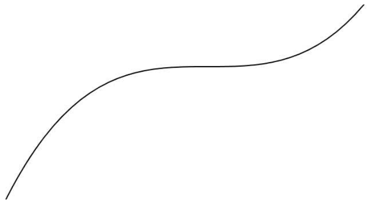
9 Herhaling en uitbreiding van afgeleide van 2e.- en 3e.-graadsfuncties

1



a.

b.

2 a. $B'(-1) \approx 4.3$; b. $B'(-1) \approx 4.47$; c. $B'(-1) = 4.5$

3 $y'(4) \approx 0.2274$

4 $T(30) = 16,5\ °C$; $T(-10) = 14,5\ °C$

5 a. Bevolkingsgrootte op 1 februari 2010 is ongeveer 16.911.000
b. Na ongeveer 5 maanden telde de bevolking 15,900 miljoen
c. $B(t) = B(0) + B'(0) \cdot t$

6 a. $y(5,4) = 89,2$; b. $y = 100 - 2 \cdot x$

7 a. $y(3) = 3^2 = 9$ en $y'(3) = 2 \times 3 = 6$; b. $y = 6 \cdot x - 9$

8 $y'(2) = 3$ en de raaklijn is $y = 3 \cdot x - 1$

9 a. $y'(-1,5) \approx \frac{-1}{5}$ en $y'(1,5) \approx \frac{33}{3} = 11$; b. $y'(3) = y'(-3) = 2,2$; c. ja; d. niets

10 -

11 -

12 -

13 -

14 a. $y' = -3$; $y' = 2 \cdot x + 2$; $y' = 2 \cdot x + 2$; $y' = 6 \cdot x^2 + 10 \cdot x$
b. $y = -3 \cdot x + 6$; $y = 2 \cdot x$; $y = 2 \cdot x + 1$; $y = 0$

15 - $C(x) = B(x) + 2$ en $C'(x) = B'(x)$
- $D(x) = 2 \cdot B(x)$ en $D'(x) = 2 \cdot B'(x)$
- $E(x) = B(x-2)$ en $E'(x) = B'(x-2)$
- $F(x) = B(\frac{1}{2}x)$ en $F'(x) = \frac{1}{2}B'(\frac{1}{2}x)$

16 a. -
b. De grafiek van y_1 wordt met een $\frac{1}{2}$ vermenigvuldigd ten opzichte van de y-as, zo ontstaat de grafiek van y_2.
c. $y_2'(0) = 2 \cdot y_1'(0)$
d. $y_2'(1.5) = 2 \cdot 1.3 = 2.6$
e. $y_2'(x) = 2 \cdot y_1'(2 \cdot x)$

17 a. verticale verplaatsing; $(2,4)$; 1.5
b. verticale vermenigvuldiging; $(2,-6)$; 9
c. horizontale verplaatsing; $(5,-1)$; 1.5
d. horizontale vermenigvuldiging; $(\frac{2}{3},-1)$; 4.5

18 1. $\sqrt{(x^2)} = x$ en omgekeerd $(\sqrt{x})^2 = x$
2. $y = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{y}$
3. $\sqrt{9} = 3$; $3^2 = 9$
4. $y'(3) = 2 \cdot 3 = 6$

5. $\frac{6}{1} \rightarrow \frac{1}{6}$ (spiegelen in $y = x$)

6. $y(a) = \sqrt{a}$; $y(\sqrt{a}) = a$

7. $y'(\sqrt{a}) = 2 \cdot \sqrt{a}$

8. $\frac{2\sqrt{a}}{1} \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{a}}$ (spiegelen in $y = x$)

19 1. $x \cdot y_1 = 1$; $x \cdot y_2 = 3$; $y_1 = y_3$

2. $y_3 = \frac{1}{3} \cdot y_2 = \frac{1}{3} \cdot y_1(\frac{1}{3}x)$

3. $y_1(a) = \frac{1}{a}$; $y_3(a) = \frac{1}{3} \cdot y_1(\frac{1}{3}a) = \frac{1}{a}$

4. $y_1'(1) = -1$ want spiegeling in $y = x$

5. $y_1(1) = 1$; $y_2(3) = 1$; $y_3(3) = \frac{1}{3}$

6. $y_2'(3) = \frac{1}{3} \cdot y'_1(1) = \frac{-1}{3}$; $y_3'(3) = \frac{1}{3} \cdot y'_2(3) = \frac{-1}{9}$

7. $y = y_1 = y_3$

10 Machtsfuncties en hun afgeleide

20 a. -
b. Het verschil zit in het bereik van de functies.
c. Gemeenschappelijke punten voor even functies $(0,0)$; $(1,1)$; $(-1,1)$ en voor oneven functies $(0,0)$; $(1,1)$; $(-1,-1)$

21 -

22 a. -
b. $\alpha > 0$ toenemende stijging; $\alpha < 0$ afnemende stijging

23 $\alpha \approx 1.71$; $\alpha \approx 0.40$

24 a. 2^5 ; b. $(2a)^5 = 2^5 \cdot a^5$; c. 3^5

25 a. x^4 ; b. $-y_2(x) = y_1(2x)$; c. 10 ; d. $1.000 \quad 10.000$; e. $9, 27, 81$ f. $x^{1.58496......}$

26 a. - ; b. $8\times$; c. $2\times$; d. $\frac{1}{2}\times$ e. $\frac{1}{8}\times$

27 a. 2 en 3 b. - c. -

28 1. $x^5 + (x^4 + x^3 + x^2 + x) - (x^4 + x^3 + x^2 + x) - 1 = x^5 - 1$
2. -
3. $1 + 1 + 1^2 + 1^3 + 1^4 = 5$
4. bijvoorbeeld $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y(1.01) - y(1)}{1.01 - 1} = ...\quad (y = x^5)$
5. Neem Δx ten opzichte van 1 steeds kleiner, dan gaat $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ naar 5.

29 1. $y_3 = 32 \cdot y_2 = y_1$
2. $y_3 = 32 \cdot (\frac{1}{2})^5 \cdot y_1 = y_1$
3. zie opgave 28
4. $y_3(2) = 32 \cdot y_2(2) = 32$
5. $y'_2(2) = \frac{1}{2} \cdot y'_1(\frac{1}{2} \cdot 2) = 2\frac{1}{2}$; $y'_3(2) = 32 \cdot y'_2(2) = 80$; $y'_1 = y'_3$

b. $x = 2 \rightarrow 2^5 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = 5 \cdot 2^4$ en $x = 3 \rightarrow 3^5 \cdot 5 \cdot \frac{1}{3} = 5 \cdot 3^4$
c. $x = a \rightarrow a^5 \cdot 5 \cdot \frac{1}{a} = 5 \cdot a^4$

30 a. $x^1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{x} = 1 \cdot x^0 = 1$
b. $x^0 \cdot 0 \cdot \frac{1}{x} = 0 \cdot x^{-1} = 0$
c. $x^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}}$
d. $x^{-1} \cdot -1 \cdot \frac{1}{x} = -1 \cdot x^{-2}$

31 a. $y'(\frac{1}{2}) = \frac{5}{16}$; $y'(-3) = 405$
b. $(-2^{\frac{1}{4}}, -2^{\frac{5}{4}})$; $(2^{\frac{1}{4}}, 2^{\frac{5}{4}})$
c. $y'(x) \geq 0$

32 a. $y'(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$; $y'(-3) = -108$
b. $((\frac{5}{2})^{\frac{1}{3}}, (\frac{5}{2})^{\frac{4}{3}})$
c. $y'(x) \in \mathbb{R}$

33 $-\sqrt{\frac{3}{5}} < x < 0 \quad \vee \quad 0 < x < \sqrt{\frac{3}{5}}$

34 a. -

b. Toename huidoppervlakte is $\Delta H = H(60.1) - H(60) \approx 0.19$ $^{\text{dm}^2}\!/_{100\text{ gram}}$.

c. $H'(60) = 11.1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 60^{\frac{-1}{3}} \approx 1.9$ $^{\text{dm}^2}\!/_{\text{kg}}$

35 a. $E(2.5) \approx 0{,}596$ kg

b. $E'(2.5) \approx 0{,}179$ $^{\text{kg}}\!/_{\text{kg}}$

c. $E(2.6) \approx 0{,}596 + 01 \cdot 0.179 = 0.6139 \text{ kg} \approx 614 \text{ gram}$

d. Volgens de formule was de vogel ongeveer 108 kg zwaar.

e. $E = 0.3 \cdot G^{\frac{3}{4}} \Rightarrow G = \left(\frac{10E}{3}\right)^{\frac{4}{3}}$

f. De vogel wordt dan ongeveer 143 gram zwaarder.

36 a. $y' = 7 + 12x + 15x^2 + 16x^3$

b. $y' = \frac{9}{4}x^{\frac{-1}{4}} - 10x^{-3}$

c. $y' = x^{-5} - x^{-1.25}$

37 a. $y' = -3x^{-2} + 1.57x^{\frac{-1}{2}}$

b. $y' = \frac{-1}{4}x^{\frac{-1}{2}} + 1.5x^{-2}$

c. $y' = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} + \frac{3}{2}x^{\frac{-1}{2}} + 3^{\frac{1}{2}}$

d. $y' = -2x^{-2} - \frac{1}{2}$

38 a. -

b. –

c. –

d. Voor grote x wordt $\frac{1}{x}$ klein en x dus groot en voor kleine x wordt $\frac{1}{x}$ groot en x dus klein. Gebruik deze info bij je redenering.

e. Bij een seriegrootte van 632 of 633.

39 a. Voor grote R wordt $\frac{26}{R}$ kleiner en gaat V naar een maximum van 87.

b. $V' = \frac{26}{R^2}$ is positief dus is V stijgend en de toename neemt af, dus V is afnemend stijgend.

c. De maximale snelheid is 5.22 $^{\text{km}}\!/_{\text{uur}}$

40 a. -

b. De maximale oppervlakte is 800 m^2.

c. Oppervlakte is $ax - 2x^2$ en is maximaal voor $x = \frac{a}{4}$

41 a. $b = \frac{a}{2} - x$

b. -

c. $x = 40$; Men heeft 160 meter hekwerk nodig.

42 a. Het bedrag aan subsidie is 720 euro.

b. Het bedrag aan subsidie is subsidiepercentage $\times$ projectkosten.

c. De maximale subsidie is 2.000 euro.

d. Netto projectkosten: $y = 0.6x + 0.00002x^2$. Hierin staat x voor projectkosten en $x \geq 0$. Ga bijvoorbeeld aan de hand van y' na, dat voor stijgende projectkosten geldt dat ook de netto projectkosten stijgend zijn en wel toenemend stijgend.

43 a. Ja, hier is bij een groepsgrootte van 88 een aantal van 10 voldoende ($100 > 88$).

b. Bij een grotere groep belanghebbenden is voor het benodigde grotere aantal voorstanders sprake van afnemende stijging.

c. Ga na dat, als de afgeleide positief is en de grafiek van de afgeleide dalend, dan is de grafiek van de functie afnemend stijgend. .

44 a. $y_2(x) = y_1(x+4)$ ofwel

y_2 is de horizontale verplaatsing naar links van y_1 met 4 eenheden

b. $y_2'(-3) = y_1'(-3+4) = 0.5 \cdot (1)^4 = 0.5$

c. $y_2(-2) = 8$; $y_2(1) = 312.5$; $y_2(1.6) = 491.7248$; $y_2(a) = 0.5(a+4)^4$

45 a. $y_2(x) = y_1(x-3)$ ofwel

y_2 is de horizontale verplaatsing naar rechts van y_1 met 3 eenheden

b. $y_2'(5) = y_1'(5-3) = (2)^{\frac{-1}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$

c. $y_2(4) = 1$; $y_2(3.5) = \sqrt{2}$; $y_2(6) = \frac{1}{3}\sqrt{3}$; $y_2(a) = \frac{\sqrt{a-3}}{a-3}$

46 a. $y_2(x) = y_1(x+2) - 1$ ofwel

y_2 is de horizontale verplaatsing naar rechts van y_1 met 2 eenheden, gevolgd door een verticale verplaatsing naar beneden met 1 eenheden.

b. $y_2'(3) = y_1'(3-2) = 1.5/(1)^2 = 1.5$

c. $y_2(6) = \frac{3}{32}$; $y_2(0) = \frac{3}{8}$; $y_2(1) = \frac{3}{2}$; $y_2(a) = \frac{3}{2(a-2)^2}$

11 Exponentiële functies en een bijzonder getal

47-1 a. Na t werkuren heeft Jan $(9 \cdot t)$ euro verdiend. Hij bezit dan $(1234+9t)$ euro.
De grafiek van Jans bedrag als functie van de tijd is een rechte lijn.

b. Na 1 jaar heeft Joep $(1234+0.1 \cdot 1234) = 1234 \cdot (1+0.1) = 1234 \cdot 1.1$ euro.
Na 2 jaar heeft Joep $(1234 \cdot 1.1 + 0.1 \cdot 1234 \cdot 1.1) = 1234 \cdot 1.1 \cdot (1+0.1) = 1234 \cdot 1.1^2$ euro.
Na t jaar heeft Joep als functie van de tijd $f(t) = 1234 \cdot 1.1^t$ euro.

c. Het aantal uren vinden als het bedrag 3000 euro is, kan bijvoorbeeld door de tabel functie van de GR te gebruiken of door de grafiek te tekenen of te plotten en het snijpunt te bepalen met de lijn $y = 3000$. Herschrijven van de vergelijking kan ook.
Jan kan t oplossen uit de vergelijking $3000 = 1234 + 9 \cdot t$ door te stellen $t = \frac{3000-1234}{9}$.
Joep kan t oplossen uit de vergelijking $3000 = 1234 \cdot 1.1^t$ door te stellen $t = \frac{\log(3000)}{\log(1234 \cdot 1.1)}$.

47-2 Rente over rente: $1.1^1 < 1.05^2 < 1.025^4 < 1.01^{10} < 1.005^{20} < 1.0001^{10000} < 1.00001^{10000}$

48 Als $e = 1.0001^{10000}$, dan $e^{0.0001} = (1.0001^{10000})^{0.0001} = 1.0001 = 1 + 0.0001$ dus
$e^{0.0001} - 1 = 0.0001$

49 -

50 a. $25; 144; 12345; \pi$ en $5; 144; 12345; \pi$

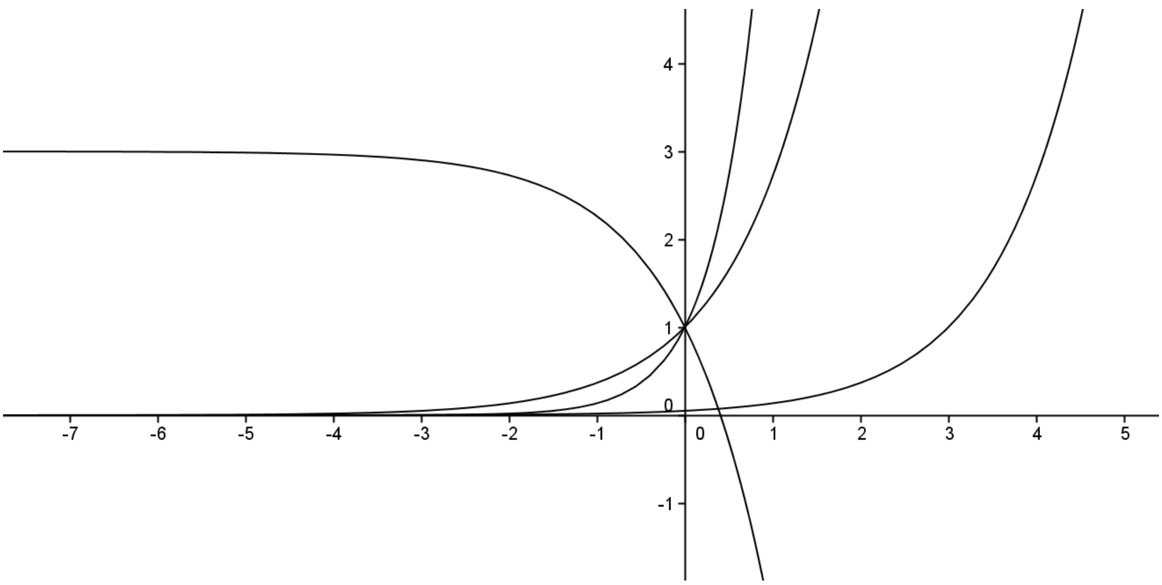
b. $5; 13; 1,2345; \pi$ en $32; 1/2; 12345; \pi$

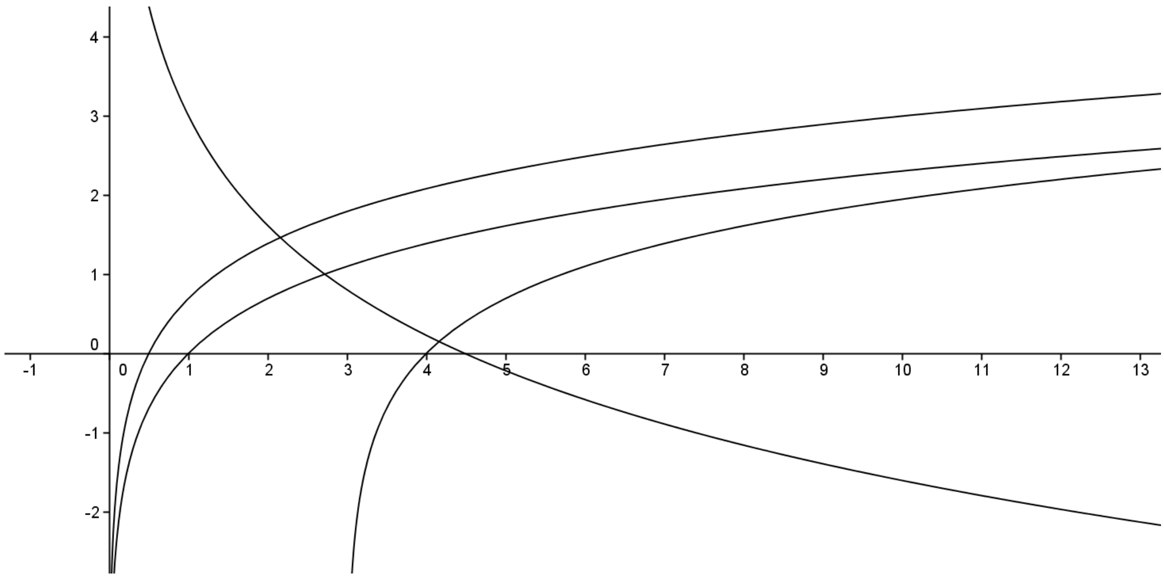
c. $5; 13; 1,2345; \pi$ en $32; 1/2; 12345; \pi$

51 a. $x = \ln(3) \approx 1.10$; $x = \frac{\ln(15)-1}{2} \approx 0.85$; $x = \ln(7) \approx 1.95$;

en $x = e^3 \approx 20.09$; $x = \frac{e^5-4}{3} \approx 48.14$; $x = e^4 \approx 54.60$

b.





c. e^{3+x}; e^{2x-3}; e^{5x}; e^{2x}; en $\ln(3x)$; $\ln(x^2-3x)$; $\ln(e \cdot x)$; $\ln(x^2)$

14 De afgeleide van exponentiële en logaritmische functies

52 1. $e^{(\ln(x))} = x$ en omgekeerd $\ln(e^x) = x$
2. $y = \ln(x) \Rightarrow x = e^y$
3. $e^{(\ln(9))} = 9$
4. $y' = e^{\ln(9)} = 9$
5. de groeisnelheid is de richtingscoëfficiënt van de raaklijn in het punt is $\frac{1}{9}$
6. $e^{(\ln(a))} = a$
7. $y' = e^{\ln(a)} = a$
8. de groeisnelheid is de richtingscoëfficiënt van de raaklijn is $\frac{1}{a}$

53 $y' = 3e^x$ $\quad y' = \frac{3}{x}$
$y' = 4e^x - 7$ $\quad y' = \frac{4}{x} - 7$
$y' = -e^x$ $\quad y' = -\frac{1}{x}$

54 a. $y' = 2e^{2x}$, $y(0) = 1$ en $y'(0) = 2$
b. 1. $y_2(x) = y_1(2x) = e^{2x}$;
2. $y_2(3) = y_1(2 \cdot 3) = e^6$;
3. $y_1'(6) = y_1(6) = e^6$
4. $y_2'(3) = 2 \cdot y_1'(6) = 2e^6$
5. $y_2'(a) = 2 \cdot y_1'(2 \cdot a) = 2e^{2 \cdot a}$

55 a. Als $y_1(x) = e^x$ en $y_2(x) = y_1(x+3) = e^{x+3}$ dan gaat het om een horizontale verplaatsing naar links met 3 eenheden, de grafiek verandert verder niet en dus $y_2'(x) = y_1'(x+3) = e^{x+3}$.
b. Als $y(x) = e^{x+b}$, dan $y'(x) = e^{x+b}$.

56-1 a. $y' = \ln(2) \cdot 2^x$
b. –
c. 1. $e^{\ln(2)} = 2$;
2. $e^{x \cdot \ln(2)} = 2^x$;
3. als $y = e^{a \cdot x}$, dan $y' = a \cdot e^{a \cdot x}$
4. $a = \ln(2)$ en $e^{x \cdot \ln(2)} = 2^x$

56-2 $B'(0) = 39.22$
Bij een rente van 4% groeit de spaarrekening op tijdstip $t = 0$ met deze snelheid.

57 $y' = 100 \cdot \ln(0.9) \cdot 0.9^x$; $B'(t) = \ln(3) \cdot 3^t$; $y' = e^{x+4}$; $A' = 31.5 \cdot \ln(1.12) \cdot 1.12^p$;
$y' = 8 \cdot e^{2x+1} + 2\ln(3) \cdot 3^{2x}$

58 $y = 4 \cdot e^{-x} + 2x$

59 a. -
b. Als $y = \ln(ax) = \ln(a) + \ln(x)$ dan $y' = \frac{1}{x}$
c. Als $y = \ln(x+b)$ dan $y' = \frac{1}{x+b}$
d. Als $y = \ln(ax+b) = \ln(a) + \ln(x + \frac{b}{a})$ dan $y' = \frac{a}{ax+b}$

60 a. De koelkasttemperatuur is $6\ {}^\circ C$. De kamertemperatuur is $19\ {}^\circ C$.
b. -

c. $T' = -13 \cdot \ln(0.78) \cdot 0.78^t$; $T' > 0$ en de grafiek is dalend, dus T is afnemend stijgend.

d. $T' = c \cdot (T - 19)$ met $c = \ln(0.78)$

61 a. $v = e^{\frac{15.9}{3.4}}$

b. $D'_{DAB} = \frac{15.6}{v}$ en $D'_{ZOAB} = \frac{12.2}{v}$ $\Rightarrow v \cdot D'_{DAB} > v \cdot D'_{ZOAB}$

c. $v_{DAB} = e^{\frac{D-4.1}{15.6}}$ en $v_{ZOAB} = e^{\frac{D-16.0}{12.2}}$

d. $a = \frac{10}{\ln(1.9)}$ en $b = 70 - 5 \cdot \frac{\ln(4750)}{\ln(1.9)}$

62 a. Neem bijvoorbeeld $v = 100$, dan $L(a) = 105.5 - 2.1 \cdot \ln(100a) - 0.03a$ (ga na), plot de grafiek en controleer of het vermoeden bevestigd kan worden.

b. $L'(v) = 0.16 + \frac{-2.1}{v} = 0$ voor $v = 13{,}125$ km/uur

c. Of neemt het lawaai eerst af en daarna weer toe?

63 a. Een betonweg wordt sneller schoongespoeld dan een asfaltweg.

b. idem

c. Als t groter wordt, gaat $\frac{1}{e^{ct}} \to 0$ en $(1 - \frac{1}{e^{ct}}) \to 1$ en stijgt $P \to 100$

d. $P' > 0$ en de grafiek is dalend, dan is P afnemend stijgend.

15 Combineren van functies

64 $Winst = TO - TK = -q^2 + 60q - 500$

65 a. -

b. Als $p_1 = q$; $p_2 = -2\cdot q + 8$ en $TO = p_1 \cdot p_2 \Rightarrow TO = q\cdot(-2q+8) = -2q^2 + 8q$

c. Bijvoorbeeld,

als $q = 2 \to p_1 = 2$ en dit geeft het punt $(2,2)$ op de grafiek van p_1

met $q = 2 \to p_2 = -2\cdot 2 + 8 = 4$ en dit geeft het punt $(2,4)$ op de grafiek van p_2

dan met $q = 2 \to TO = p_1 \cdot p_2 = 2\cdot 4 = 8$ en

dit geeft het punt $(2,8)$ op de grafiek van TO

66 a. Als $p_1 = q$; $p_2 = TK = 2\cdot q + 10$ en $GK = \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow GK(q) = \frac{2q+10}{q}$ met

GK stelt voor de gemiddelde kosten uitgedrukt in q .

b. Bijvoorbeeld,

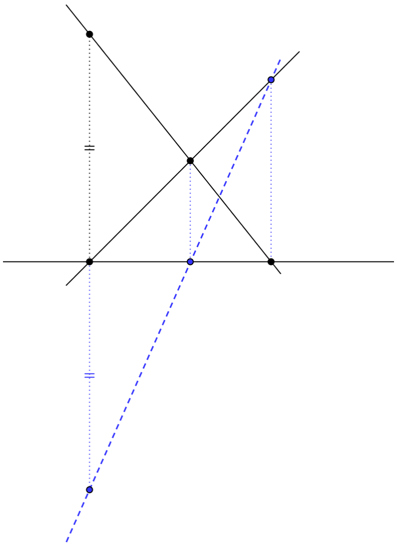
als $q = 8 \to p_1 = 8$ en dit geeft het punt $(8,8)$ op de grafiek van p_1

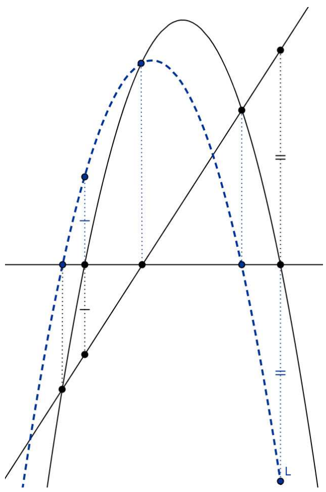
met $q = 8 \to p_2 = TK = 2\cdot 8 + 10 = 26$, geeft het punt $(8,26)$ op de grafiek van p_2

dan met $q = 8 \to GK = \frac{p_2}{p_1} = \frac{26}{8} = 3\frac{1}{4}$ en

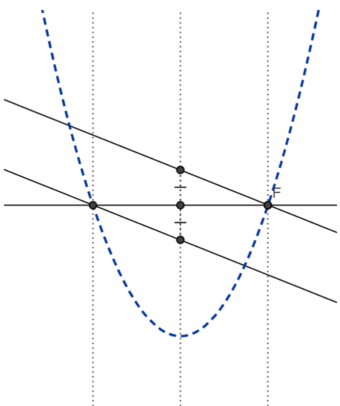
dit geeft het punt $(q, GK(q)) \to (8, 3\frac{1}{4})$ op de grafiek van GK .

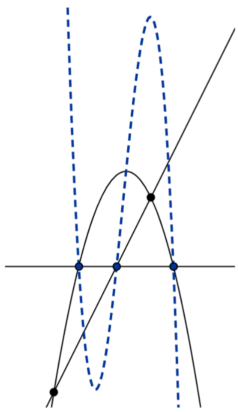
67



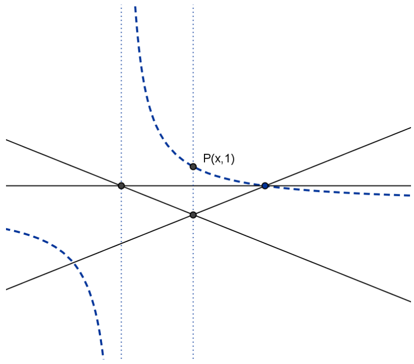


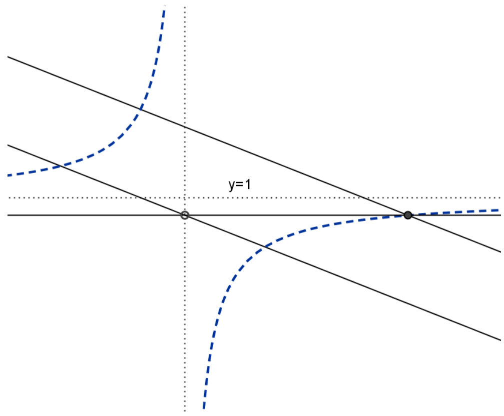
68



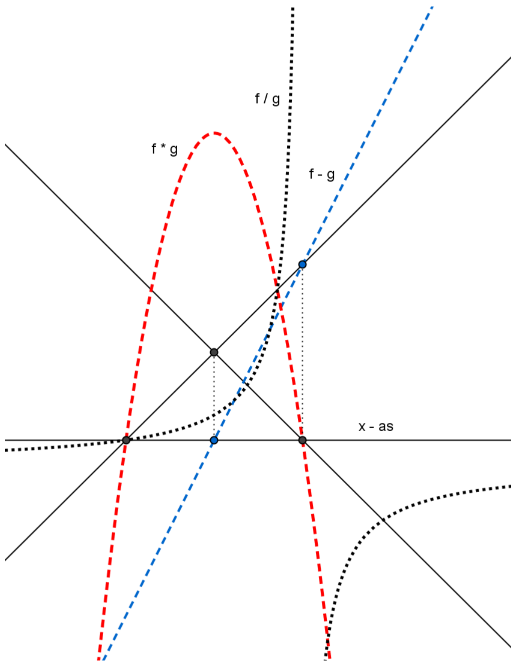


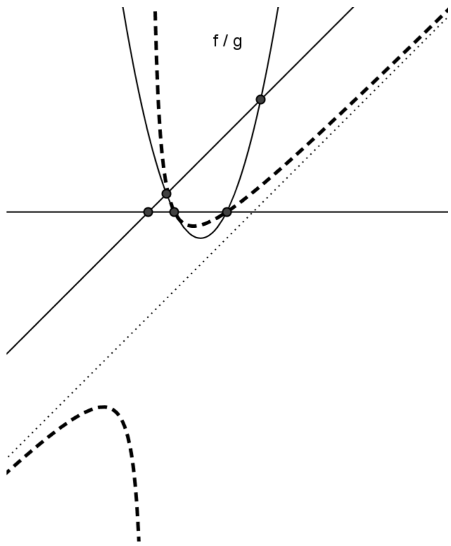
69

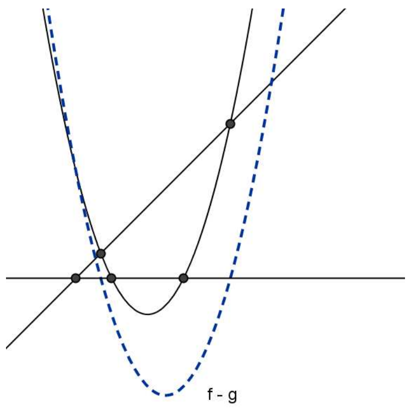


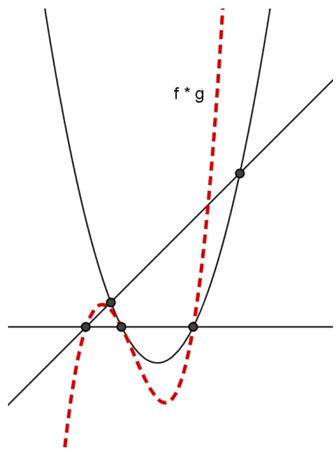


70 -
71 -
72 -
73 -
74









16 Product-, quotiënt- en kettingregel

75 Stel: p is het aantal docenten en q is het maandsalaris

Dan stelt $p \cdot q$ de loonkosten LK voor, met $LK = p \cdot q$.

$LK_{\text{volgend jaar}} = p_{\text{volgend jaar}} \cdot q_{\text{volgend jaar}}$ $\quad LK_{\text{volgend jaar}} = (100+3)\cdot(2000+5)$

$LK_{\text{dit jaar}} = p_{\text{dit jaar}} \cdot q_{\text{dit jaar}}$ $\quad LK_{\text{dit jaar}} = (100)\cdot(2000)$

Stijging = $LK_{\text{volgend jaar}} - LK_{\text{dit jaar}}$ $\quad$ Stijging = $100\cdot 5 + 3\cdot 2000 + 3\cdot 5$

76 -

77 a. $\Delta O = l\cdot\Delta b + b\cdot\Delta l = 60\cdot 2 - 30\cdot 3 = 30$ (benadering).

b. $\Delta O = l\cdot\Delta b - b\cdot 2\Delta b = 60\cdot\Delta b - 30\cdot 2\Delta b = 0$ De toename is bij benadering 0.

78 a. $\Delta O = (p+\Delta p)(q+\Delta q) - pq = pq + p\cdot\Delta q + q\cdot\Delta q + \Delta p\cdot\Delta q - pq = p\cdot\Delta q + q\cdot\Delta p$

als we $\Delta p\cdot\Delta q$ verwaarlozen.

b. $\frac{\Delta O}{\Delta p} \approx \frac{p\cdot\Delta q + q\cdot\Delta p}{\Delta p} = \frac{p\cdot\Delta q}{\Delta p} + \frac{q\cdot\Delta p}{\Delta p} = \frac{p\cdot\Delta q}{\Delta p} + q$

c. $O' \approx \frac{\Delta O}{\Delta p}$ en $q' \approx \frac{\Delta q}{\Delta p} \Rightarrow O' \approx p\cdot q' + q$

79 a. -

b. -

c. -

d. Stel: $p = 1.02^t \Rightarrow p' = l\,n(1.02)\cdot 1.02^t$ en $q = 8t \Rightarrow q' = 8$

Dan: $O' = 1.02^t\cdot 8 + 8t\cdot l\,n(1.02)\cdot 1.02^t$

80 $y = (x^2-4)(3x+5) \Rightarrow y' = (x^2-4)\cdot 3 + (3x+5)\cdot 2x = 9x^2 + 10x - 12$

$y = (5e^x - 6)(x^3+4) \Rightarrow y' = (5e^x-6)\cdot 3x^2 + (x^3+4)\cdot 5e^x$

$y = 100\cdot 0.98^x\cdot(3x+10) \Rightarrow y' = 100\cdot(0.98^x\cdot 3 + (3x+10)\cdot\ln(0.98)\cdot 0.98^x) =$

$100\cdot 0.98^x\cdot(3 + (3x+10)\cdot\ln(0.98))$

$y = 3x^2\cdot\ln(x) \Rightarrow y' = 3x + 6x\cdot\ln(x) = 3x\cdot(1 + 2\cdot\ln(x))$

81 -

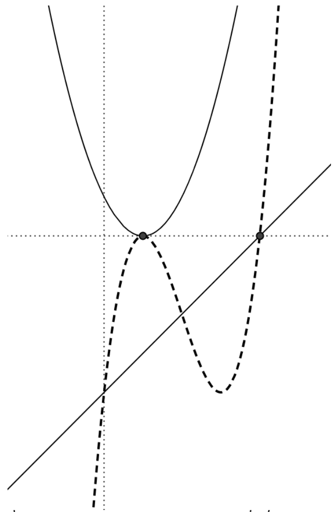
82 $y = \dfrac{x^2-4}{3x+5} \Rightarrow y' = \dfrac{3x^2+10x+12}{(3x+5)^2}$

$y = \dfrac{5e^x-6}{x^3+4} \Rightarrow y' = \dfrac{(x^3+4)\cdot 5e^x - (5e^x-6)\cdot 3x^2}{(x^3+4)^2}$

$y = \dfrac{50}{x^2} + 2x - 10 \Rightarrow y' = \dfrac{-100}{x^3} + 2$

$y = \dfrac{\ln(x)}{3x^2} \Rightarrow y' = \dfrac{3x\cdot(1-2\ln(x))}{9x^4}$

83 $f(x) = (x-1)^2 \cdot (x-4)$

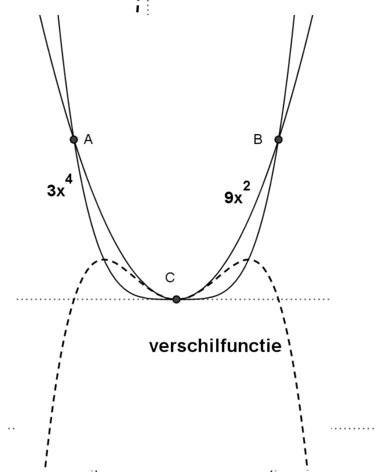


a. Voor $x \to -\infty$ gaat $y \to -\infty$ en voor $x \to \infty$ gaat $y \to \infty$.
Twee extremen.

b. $f'(x) = 3(x-1)(x-3)$
Twee extreme waarden: 0 voor $x = 1$ en -4 voor $x = 3$.
Snijpunten met de x-as: (1,0) en (4,0).

c.

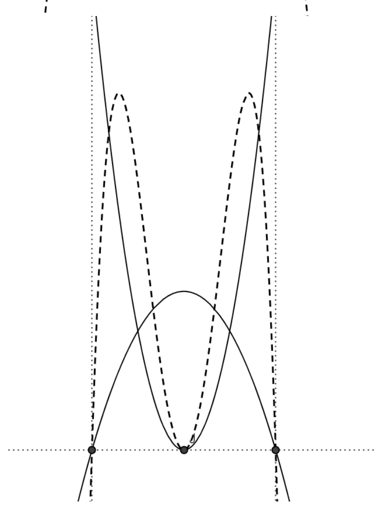
84 $f(x) = -3x^4 + 9x^2$



Links van A en rechts van B is het verschil negatief en gaat naar min oneindig. In A, B, C is het verschil 0. Tussen A en C is het verschil positief en gaat naar een maximum en dat is ook zo tussen C en B. En dus een lokaal minimum bij C. Dus 3 extremen.

Of schrijf $f(x)$ als $f(x) = 3x^2(3-x^2)$ en bepaal het oneindig gedrag van dezelfde functie, maar dan als productfunctie.

$f(x) = 3x^2(3-x^2)$



a. Voor $x \to \pm\infty$ gaat $y \to -\infty$.
Drie extremen.

b. $f'(x) = 6x(3-2x^2)$
Drie extreme waarden:
0 voor $x = 0$ en 6.75 voor $x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}}$
Snijpunten met de x-as: $(-\sqrt{3},0)$; $(0,0)$; $(\sqrt{3},0)$

c.

85 Om het oneindig gedrag te bepalen kunnen we de functie bekijken als stap voor stap opgebouwd uit een meer elementaire functie. Maar welke?
De opbouw kunnen we vinden door herschrijven van de functie in een vorm die we kunnen uitpakken. We pakken uit om de elementaire functie te vinden en vervolgens bouwen we de functie weer op. Ondertussen beoordelen we het oneindig gedrag op basis van de elementaire functie.

Stap 1: herschrijven
Ga na dat $x^2 - 3 = (x^2+1) - 4$ de sleutel is om

$f(x)=\dfrac{x^2-3}{x^2+1}=\dfrac{x^2+1}{x^2+1}-\dfrac{4}{x^2+1}$ te herschrijven naar $f(x)=1-\dfrac{4}{x^2+1}$.

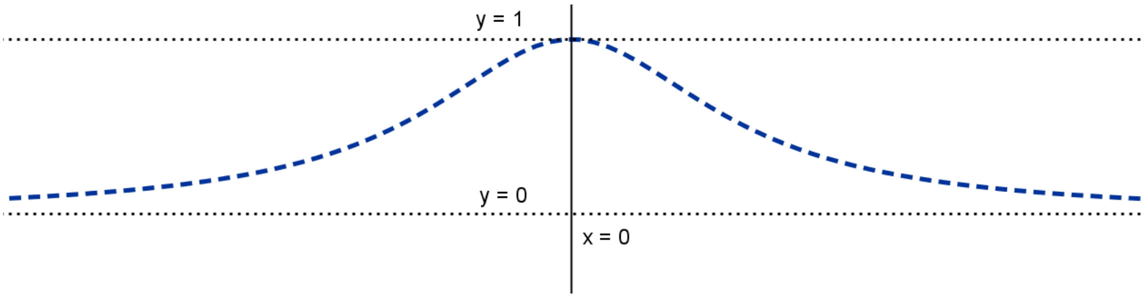
Stap 2: uitpakken
We halen er eerst 1 af, vermenigvuldigen dan met -1 en delen vervolgens door 4.
Noemen we het resultaat $g(x)$, dan ontstaat $g(x)$ uit $f(x)$ door $\dfrac{-1\cdot(f(x)-1)}{4}$

Ga na dat dan voor $g(x)$ geldt $g(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$ en stel: $h(x)=x^2$.

Drukken we $h(x)$ uit in $g(x)$ dan $h(x)=\dfrac{1}{g(x)}-1$

Intermezzo
Als $h(x)=x^2$, dan is de bijbehorende y-waarde $y=x^2$. Voor $x\to\pm\infty$ volgt $y\geq 0$.
Is $h_1(x)=h(x)+1=x^2+1$, dan $y=x^2+1$ en voor $x\to\pm\infty$ volgt $y\geq 1$.
Is $h_2(x)=\dfrac{1}{h_1(x)}=\dfrac{1}{h(x)+1}=\dfrac{1}{x^2+1}$, dan $y=\dfrac{1}{x^2+1}$ en voor $x\to\pm\infty$ volgt $0<y\leq 1$.
Stellen we $g(x)=h_2(x)$, dan
$g(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$ met $y=\dfrac{1}{x^2+1}$ en $0<y\leq 1$ voor $x\to\pm\infty$.

De grafiek van deze functie is symmetrisch in de y-as, heeft extreme waarde $y=1$ voor $x=0$ en horizontale asymptoot $y=0$ (immers, $y=\dfrac{1}{x^2+1}$ en voor $x\to\pm\infty$ volgt dan $y\to 0$). De grafiek bij $g(x)$ ziet er als volgt uit:



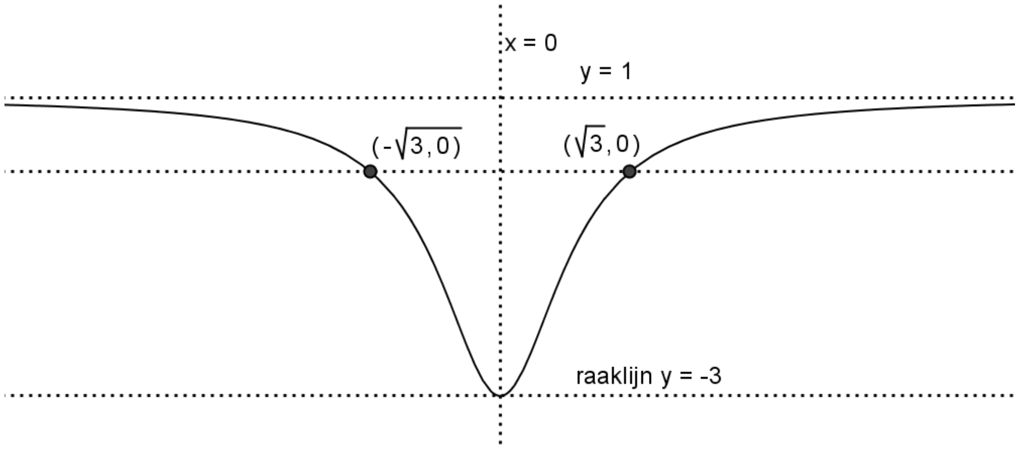
Stap 3: Combineren
Stel $f_2(x)=4\cdot g(x)$, dan $0<y\leq 4$ voor $x\to\pm\infty$.
Spiegelen we $f_2(x)$ in de x-as, dan volgt $f_1(x)=-f_2(x)$ met $-4<y\leq 0$ voor $x\to\pm\infty$.
Na een verticale verschuiving van +1 in de y - richting volgt
$f(x)=f_1(x)+1$ met $-3<y\leq 1$ voor $x\to\pm\infty$.

$f(x)=f_1(x)+1=-f_2(x)+1=-4g(x)+1$ en $g(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$

Dus $f(x)=-4g(x)+1=1-\dfrac{4}{x^2+1}=\dfrac{x^2-3}{x^2+1}$ met $-3<y\leq 1$ voor $x\to\pm\infty$.

Conclusie
Als x willekeurig groot wordt, positief of negatief, dan ligt de grafiek van
$f(x)=\dfrac{x^2-3}{x^2+1}$ tussen de grenzenwaarden $-3<y\leq 1$.

Grafiek



Afgeleide van $f(x)=\dfrac{x^2-3}{x^2+1}$ is $f\,'(x)=-4g\,'(x)=\dfrac{8x}{(x^2+1)^2}$
Extremen:
Als de afgeleide is 0, $f\,'(x)=0$ voor $8x=0$ dus $x=0$.
Voor $x=0$ is $f(0)=\dfrac{-3}{1}=-3$, de extreme waarde is dus $y=-3$.
Snijpunten met de x-as voor $f(x)=0$.
Bedenk, dat als $f(x)=\dfrac{\text{A}}{\text{B}}=0$ dan $\text{A}=0$ en $\text{B}\neq 0$.

86 a. De toename van het aantal woningen is constant 403 per 10 jaar.
De groeifactor van het aantal inwoners is constant 1.15 per 10 jaar.
Het aantal woningen groeit dus lineair en het aantal inwoners exponentieel.
b. Per jaar is de toename $\frac{403}{10}$. De beginwaarde 4329 wordt afgelezen bij 2000.
$B(0)=14204$ wordt afgelezen bij 2000. De groeifactor per jaar is $1.15^{\frac{1}{10}}$.
c. $B\,'=\dfrac{N\cdot T\,'-T\cdot N\,'}{N^2}=\dfrac{N\cdot T\cdot\ln(g)-T\cdot a}{N^2}=\dfrac{T\cdot(N\cdot\ln(g)-a)}{N^2}$
$N=4329+40.3\cdot t$; $N\,'=40.3=a$
en $T=14204\cdot 1.014^t$; $T\,'=\ln(g)\cdot T$; $g=1.014$

$B(t)=\dfrac{N(t)}{T(t)}$ met $t\geq 0$, om met de afgeleide te kunnen beoordelen of B altijd stijgt,
gaan we na of $B\,'\geq 0$ met $B\,'=\dfrac{T\cdot(N\cdot\ln(g)-a)}{N^2}$
Ga na dat $T, N, N^2, \ln(g), a$ groter zijn dan 0 voor willekeurig grote $t\geq 0$.
Alleen moeten we nog onderzoeken $(N\cdot\ln(g)-a)=0$ dus N=$\dfrac{a}{\ln(g)}$

$N = 4329 + a \cdot t = \frac{a}{\ln(g)} \Rightarrow t = \frac{1}{\ln(g)} - \frac{4329}{a} \approx -35.5$

Voor $t < -35.5$ is B' negatief en B dus dalend, maar we bekijken B voor $t \geq 0$.
Dus: voor willekeurig grote $t \geq 0$ is B stijgend.

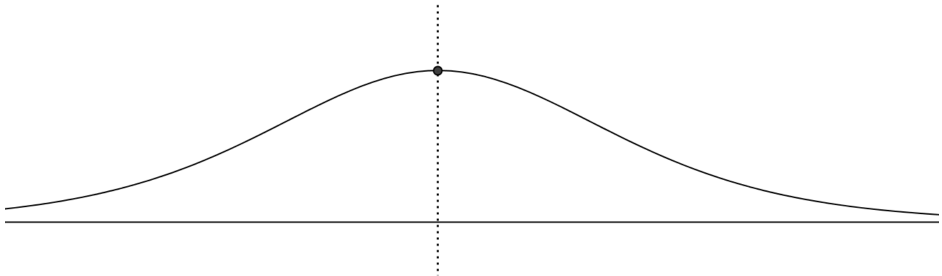
d. De bezettingsgraad, het aantal mensen per woning,
$B(0) = 3.28$; $B(10) = 3.45$; $B(30) = 3.9$; $B(50) = 4.5$; $B(100) = 6.87$; $B(200) = 18.76$
In de nabije tijd blijft het redelijk binnen de perken, maar op termijn (500 jaar) is de stijging bijna verticaal.

e. De bezettingsgraad per woning neemt toe, op de korte termijn minder dan op de lange termijn. Maatregelen nemen hangt af de acceptatiegrens.

87 a. $A(0) = 20$ en $A'(0) = -18 \cdot \ln(0.85) \approx 2.925$

b. $0.85^t \downarrow 0$ voor willekeurig grote $t \geq 0$, dan ook $(9 \times 0.85^t) \downarrow 0$,
dan gaat $(1 + (9 \times 0.85^t)) \downarrow 1$,
Voor willekeurig grote $t \geq 0$ wordt de noemer in de formule kleiner en gaat naar 1, de teller is constant. De breuk wordt dan groter, A neemt toe, de grafiek is stijgend.

c. $A'(t) > 0$ voor willekeurig grote $t \geq 0$, dus groeit de populatie.



d.
Na ongeveer 13.5 jaar groeit de populatie het snelst.

e. 200 is de grenswaarde

88 a. De maximale concentratie is na 15 minuten, $C'(15) = 0$.

b. Controleer de afgeleide links en rechts van het maximum op negatief of positief en trek je conclusie.

89 a. -

b. De maximale doorstroming is 30. Voor willekeurig grote snelheid neemt het aantal auto's toe tot maximaal 30.

c. De maximale doorstroming is dan ongeveer 42 auto's bij een snelheid van $\sqrt{50}\ ^{m}/_{s}$

d. $v = \sqrt{\frac{5}{a}}$

90

a. $D \xrightarrow{\frac{1}{6.9}\cdot\ldots} \frac{D}{6.9} \xrightarrow{(\ldots)^2} \left(\frac{D}{6.9}\right)^2 \xrightarrow{\ldots+12} \left(\frac{D}{6.9}\right)^2 + 12$

b. $\Delta T = T_2 - T_1 = a^2 \cdot \frac{3}{6.9^2}$ Neem voor a de waarde die je hebt opgemeten.

c. $a = 11.9025 \times \pi$ en $b = -3 \times \pi$

91 $3(e^x)^2$; $(e^{3x})^2$; $e^{(3x)^2}$; $e^{3(x^2)}$;$3e^{(x^2)}$;

92

$x \xrightarrow{\frac{1}{\ldots}} \frac{1}{x} \xrightarrow{\ldots+3} \frac{1}{x} + 3 \xrightarrow{\left(\frac{1}{x}+3\right)} \left(\frac{1}{x} + 3\right)^2$

$x \xrightarrow{\ldots+3} x + 3 \xrightarrow{(\ldots)^2} (x+3)^2 \xrightarrow{\frac{1}{\ldots}} \frac{1}{(x+3)^2}$

$x \xrightarrow{(\ldots)^2} x^2 \xrightarrow{\frac{1}{\ldots}} \frac{1}{x^2} \xrightarrow{3+\ldots} 3+\frac{1}{x^2}$

93 $x \xrightarrow{e^{\ldots}} e^x \xrightarrow{2\cdot\ldots} 2e^x \xrightarrow{\ldots+5} 2e^x+5$

$x \xrightarrow{(\ )^3} x^3 \xrightarrow{\ldots+6} x^3+6 \xrightarrow{\ln(\ldots)} \ln\left(x^3+6\right)$

$x \xrightarrow{\ldots-3} x-3 \xrightarrow{(0.9)^{\ldots}} 0.9^{x-3} \xrightarrow{4\cdot\ldots} 4\cdot 0.9^{x-3}$

$x \xrightarrow{\ldots+5} x+5 \xrightarrow{{}^3\log(\ldots)} {}^3\log(x+5)$

$x \xrightarrow{e^{\ldots}} e^x \xrightarrow{\ldots+4} e^x+4 \xrightarrow{\ln(\ldots)} \ln\left(e^x+4\right)$

$x \xrightarrow{\ln(\ldots)} \ln(x) \xrightarrow{3\cdot\ldots} 3\ln(x) \xrightarrow{\ldots-5} 3\ln(x)-5 \xrightarrow{\frac{1}{\ldots}} \frac{1}{3\ln(x)-5}$

94 a. De helling is ongeveer 0.6

b. De helling is een verhoudingsgetal.

c. Neem $x=3$, dan $y'(3)=0.5(16+9)^{-0.5}=0.5:5=0.1$

En dat is niet wat we bij a. hebben uitgerekend.

Ga na dat de afgeleide is $0.5\times(16+x^2)^{-0.5}\times 2x$

95 Bedenk dat de afgeleide van a^x is $\ln(a)\cdot a^x$, welnu dan is de afgeleide van $e^{4x}=\left(e^4\right)^x$ gelijk aan $\ln(e)^4\cdot e^{4x}=4\cdot e^{4x}$

96 a. $S_{jaar}=100\cdot 0.9^t \Rightarrow S'_{jaar}=S_{jaar}\times\ln(0.9)$

b. 12 maanden is 1 jaar, m.a.w. $12\cdot x=1\cdot t$

c. Verandering per maand.

d. $S'_{jaar}:S'_{maand}=12S_{jaar}:S_{maand}$

$S_{maand}=100\cdot 0.9^{\frac{x}{12}} \Rightarrow S'_{maand}=S_{maand}\times\ln(0.9)^{\frac{1}{12}}=\frac{1}{12}\times S_{maand}\times\ln(0.9)$

97 a. -

b. Een boom van 6 jaar heeft een hoogte van 8 meter en een economische waarde van 14 euro.

c. Neemt de leeftijd met 10 jaar toe, dan neemt de hoogte toe met 12 meter en de waarde met 24 euro.

d. $t \xrightarrow{h(t)} h=1.2t+0.8 \xrightarrow{W(h)} W=2(1.2t+0.8)-2=2.4t-0.4 \Rightarrow \frac{dW}{dt}=2.4$

98 $\frac{dh}{dt}=1.2$; $\frac{dW}{dh}=2$; $\frac{dW}{dt}=\frac{dW}{dh}\times\frac{dh}{dt}=2\times 1.2=2.4$

99 a. $P(3)=6200$

b. Op dag-3 neemt het aantal werknemers af met een snelheid van 250 per dag

c. Bij een aantal van 6200 werknemers is $\frac{dP}{dW}=-\frac{1}{2}$

d. $\frac{dP}{dt}=\frac{dP}{dW}\times\frac{dt}{dt}=125$

100 $S'=\frac{-300000\cdot x}{\left(100+x^2\right)^{2.5}}$

101 -

102 $y=\left(x^2+3\right)^5 \rightarrow$ stel $x^2+3=u \rightarrow y'=10x\left(x^2+3\right)^4$

$y=4e^{-x^2} \rightarrow$ stel $-x^2=u \rightarrow y'=-8xe^{-x^2}$

$y=\sqrt{x^2-5x} \rightarrow$ stel $x^2-5x=u \rightarrow y'=\dfrac{2x-5}{2\sqrt{x^2-5x}}$

$y=30\left(x^2+4\right)^{1.5} \rightarrow$ stel $x^2+4=u \rightarrow y'=90x\sqrt{x^2+4}$

$y=5+2\left(3x-6\right)^5 \rightarrow$ stel $3x-6=u \rightarrow y'=30x\left(3x-6\right)^4$

$y=4\cdot 0.9^{3x-6} \rightarrow$ stel $3x-6=u \rightarrow y'=12\cdot\ln(0.9)\cdot 0.9^{3x-6}$

$y=4+\ln\left(x^2+4\right) \rightarrow$ stel $x^2+4=u \rightarrow y'=\dfrac{2x}{x^2+4}$

$y=3\left(\sqrt{x}+6\right)^3 \rightarrow$ stel $\sqrt{x}+6=u \rightarrow y'=\dfrac{9\left(\sqrt{x}+6\right)^2}{2\sqrt{x}}$

103 a. Voor $x=0$ zijn de totale kosten 200000 euro.

b. Voor $x=10$ zijn de totale kosten $60000\cdot(2\sqrt{2}+1)$ euro.

c. –

d. De kosten zijn minimaal voor $x=\sqrt{\dfrac{20}{7}}$

e. -

104 a. $g'(x)=\dfrac{1-\ln(2x)}{2x^2}$

b. $h'(x)=\dfrac{4x}{\sqrt{x^2+5}}-2$

c. $i'(x)=(x-a)\cdot(3x-a)$

105 a. De verticale afstand tussen de grafieken van f en g is $h=f-g$

h is minimaal voor $h'=f'-g'=0 \Rightarrow f'=g' \Rightarrow x=\pm\frac{1}{2}\sqrt{2}$

b. $\left(\dfrac{f}{g}\right)'=\dfrac{g\cdot f'-f\cdot g'}{g^2}=0$ voor $g\cdot f'-f\cdot g'=0 \Rightarrow g\cdot f'=f\cdot g' \Rightarrow \dfrac{f}{g}=\dfrac{f'}{g'}$

De x-coördinaat volgt uit het snijpunt van de grafieken $\left(\dfrac{f}{g}\right)$ en $\left(\dfrac{f'}{g'}\right)$

en

$\left(\dfrac{g}{f}\right)'=\dfrac{f\cdot g'-g\cdot f'}{f^2}=0$ voor $f\cdot g'-g\cdot f'=0 \Rightarrow f\cdot g'=g\cdot f' \Rightarrow \dfrac{g}{f}=\dfrac{g'}{f'}$

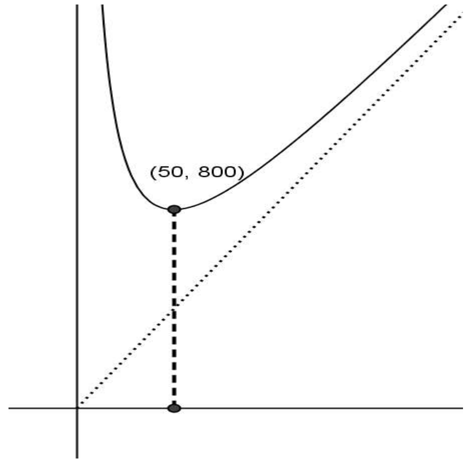
De x-coördinaat volgt uit het snijpunt van de grafieken $\left(\dfrac{g}{f}\right)$ en $\left(\dfrac{g'}{f'}\right)$

106 Oppervlakte: $\mathrm{O}=4000=l\times b$ en Lengte: $\mathrm{L}=8\cdot b+5\cdot l=8\cdot b+\dfrac{20000}{b}$

a. Als $b=20$ dan volgt $L=1160$

b. De totale muurlengte is $\mathrm{L}=8\cdot b+5\cdot l=8\cdot b+\dfrac{20000}{b}$

c. $b \xrightarrow{\frac{1}{\ldots}} \dfrac{1}{b} \xrightarrow{20000\times\ldots} \dfrac{20000}{b}$



Voor b willekeurig groot $\dfrac{1}{b} \to 0$ en zo ook $\dfrac{2000}{b} \to 0$.

Als $b \downarrow 0$ dan $\dfrac{1}{b} \to \infty$ en $2000 \cdot \dfrac{1}{b} \to \infty$

Voor b willekeurig groot $2 \cdot b \to \infty$ en als $b \downarrow 0$ dan $2 \cdot b \downarrow 0$.

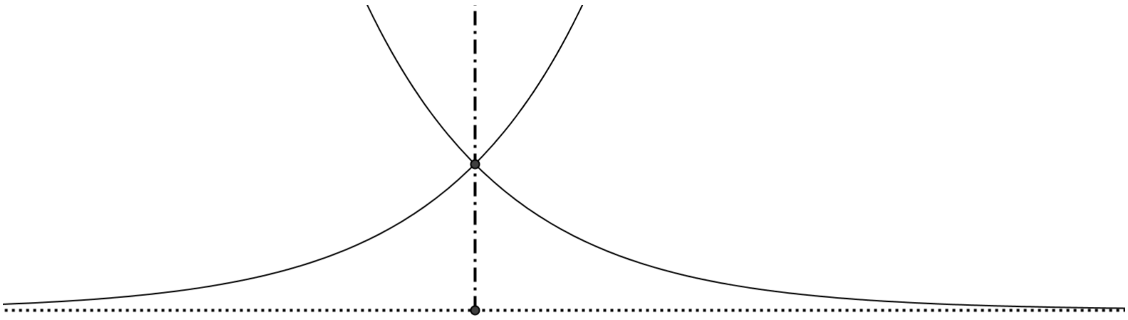
Dit betekent voor het oneindig gedrag van de totale muurlengte dat als b willekeurig groot wordt, dan nadert de totale muurlengte naar een lengte van $2 \cdot b$.

d. $L' = 8 - \dfrac{20000}{b^2} = 0$ voor $b = 50$.

Dus, bij een breedte van 50 is de totale muurlengte minimaal.

e. $\mathrm{L} = 8 \cdot b + \dfrac{5 \cdot A}{b}$ en $L' = 8 - \dfrac{5 \cdot A}{b^2} = 0$ voor $b = \sqrt{\dfrac{5 \cdot A}{8}}$

107



Ga na dat e^t en e^{-t} elkaars spiegelbeeld zijn in de y-as en dat als de grafiek van e^t toenemend stijgend is, dan is de grafiek van e^{-t} afnemend dalend.

$$t \xrightarrow{e^{(\ldots)}} e^t \xrightarrow{\left(e^t\right)^{-1}} e^{-t} \xrightarrow{\left(e^{-t}\right)^{0.2}} e^{-0.2t} \xrightarrow{80\times\ldots} 80 \cdot e^{-0.2t} \xrightarrow{20+\ldots} 20 + 80 \cdot e^{-0.2t}$$

Als $K(t) = e^t$

en $L(t) = K(-1 \times \frac{1}{5} \times t) = e^{-0.2t}$ en $M(t) = 20 + 80 \times L(t)$

dan $M(t) = 20 + 80 \cdot e^{-0.2 \cdot t}$

In stappen:

Beginsituatie:

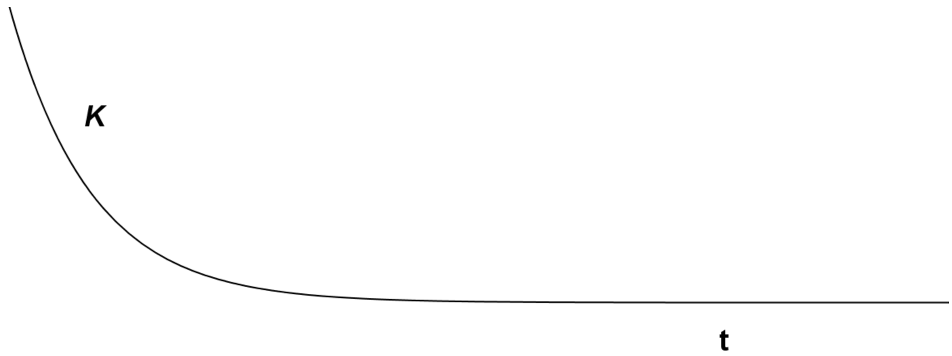
Nemen we voor K de standaardfunctie e^t, dan is $0 < K \leq 1$ voor $-\infty < t \leq 0$ en is $1 \leq K < \infty$ voor $0 \leq t < \infty$, waarbij de grafiek van K toenemend stijgend is.

Volgende stap:
Spiegelen we K in de y-as, dan gaat de functie over in $L = K(-t) = e^{-t}$ en voor $0 \le t < \infty$ geldt dan $0 < L \le 1$, waarbij de grafiek van L dus afnemend dalend is.
Transformatie: horizontale vermenigvuldiging met factor -1; $L(t) = K(-t)$.

Volgende stap:
Bedenk $0.2 = \frac{1}{5}$ en ga na dat
als $L = e^{-t} \to L = e^{-0.2t}$, dan $0 \le \frac{1}{5} \cdot t < \infty \to 0 \le t < \infty$ met $0 < L \le 1$.
Transformatie: horizontale vermenigvuldiging met factor 5.

Volgende stap:
Vermenigvuldigen we L met 80, dan gaat de functie over in $M = 80 \times L(t) = 80 \cdot e^{-0.2t}$, we rekken de grenzen van L op met factor 80, dan geldt voor willekeurig grote $t \ge 0$ dat $0 < M \le 80$, dus voor $0 \le t < \infty$ volgt $0 < L \le 1 \to 0 < M \le 80$.
Transformatie: verticale vermenigvuldiging met factor 80.

Laatste stap:
Laten we M overgaan in $20 + M$, dan gaat de functie over in $M(t) = 20 + 80 \cdot e^{-0.2t}$ en voor $0 \le t < \infty$ volgt $0 < M \le 80 \to 20 < M \le 100$.
Transformatie: verticale verschuiving met 20 eenheden omhoog.

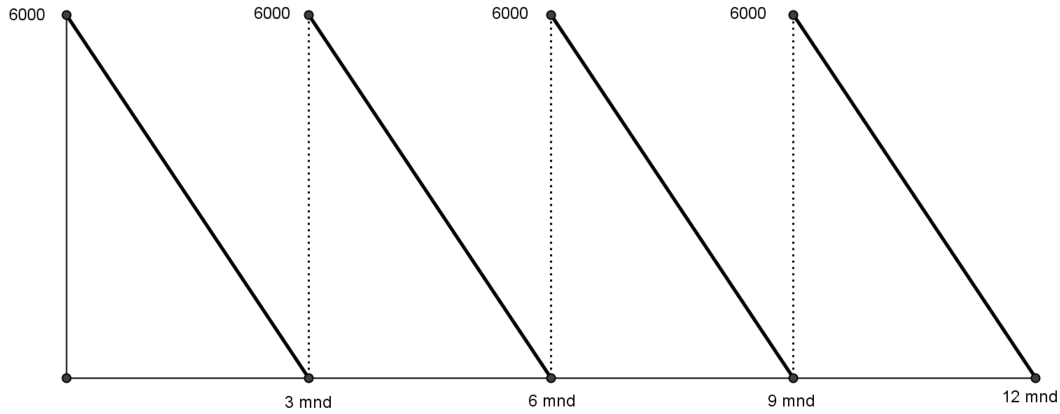


Dus:
voor willekeurig grote $t \ge 0$ is de grafiek afnemend dalend van 100 naar 20.
Aan de formule is dus te zien dat de koffie van $100°C$ steeds minder snel afkoelt naar een kamertemperatuur van $20°C$.

De afgeleide: $K' = -16e^{-0.2t}$
De afgeleide is negatief en stijgend, dus is de functie afnemend dalend.

t uitgedrukt in K: $t = -5 \cdot \ln\left(\frac{K-20}{80}\right)$

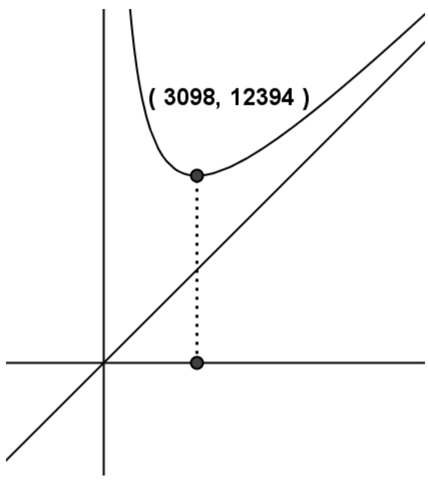
108



a. Bestelkosten: $\frac{24000}{6000} \times 800 = 3200$ euro
Gemiddeld staat een machine een halve periode op voorraad.
Voorraadkosten: $4 \cdot (6000 \times (\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{1}{12} \cdot 4 \text{ euro})) = 12000$ euro
Totale kosten: $3200 + 12000 = 15200$ euro

b. De kosten (K) bestaan uit de bestelkosten (BK) samen met de voorraadkosten (VK).
In formulevorm: $K = BK + VK$
Het aantal bestellingen hangt af van de omvang van de bestelling (x) en is $\frac{24000}{x}$.
Een bestellingomvang van $x = 6000$ resulteert dan in een aantal van $\frac{24000}{6000} = 4$ bestellingen op jaarbasis.
De bestelkosten zijn 800 euro per bestelling, dus $BK = \frac{24000}{x} \times 800 = \frac{19200000}{x}$
De voorraadkosten zijn 4 euro per machine per jaar. Als de verkoop gelijkmatig over het jaar verdeeld is, dan is een machine gemiddeld een half jaar op voorraad en zijn de voorraadkosten 2 euro per bestelde machine., dus $VK = 2x$
Met $K = BK + VK$ volgt $K = \dfrac{19200000}{x} + 2x$

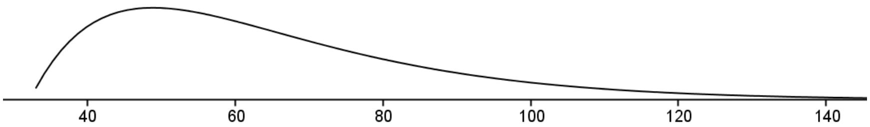
c. De optimale bestelgrootte is een aantal van ongeveer 3098.



d. $K = D \cdot \dfrac{800}{x} + 2x \quad K' = 2 - D \cdot \dfrac{800}{x^2}$

109 -
110 -

111



a.

b. $PV' = e^{-rt}(-r \cdot v_t + 14)$ met r is 6% en $v_t = 14 \cdot t - 450$

$PV' = 0$ voor $t \approx 49$ jaar

c. $t = \dfrac{1}{r} + \dfrac{225}{7}$